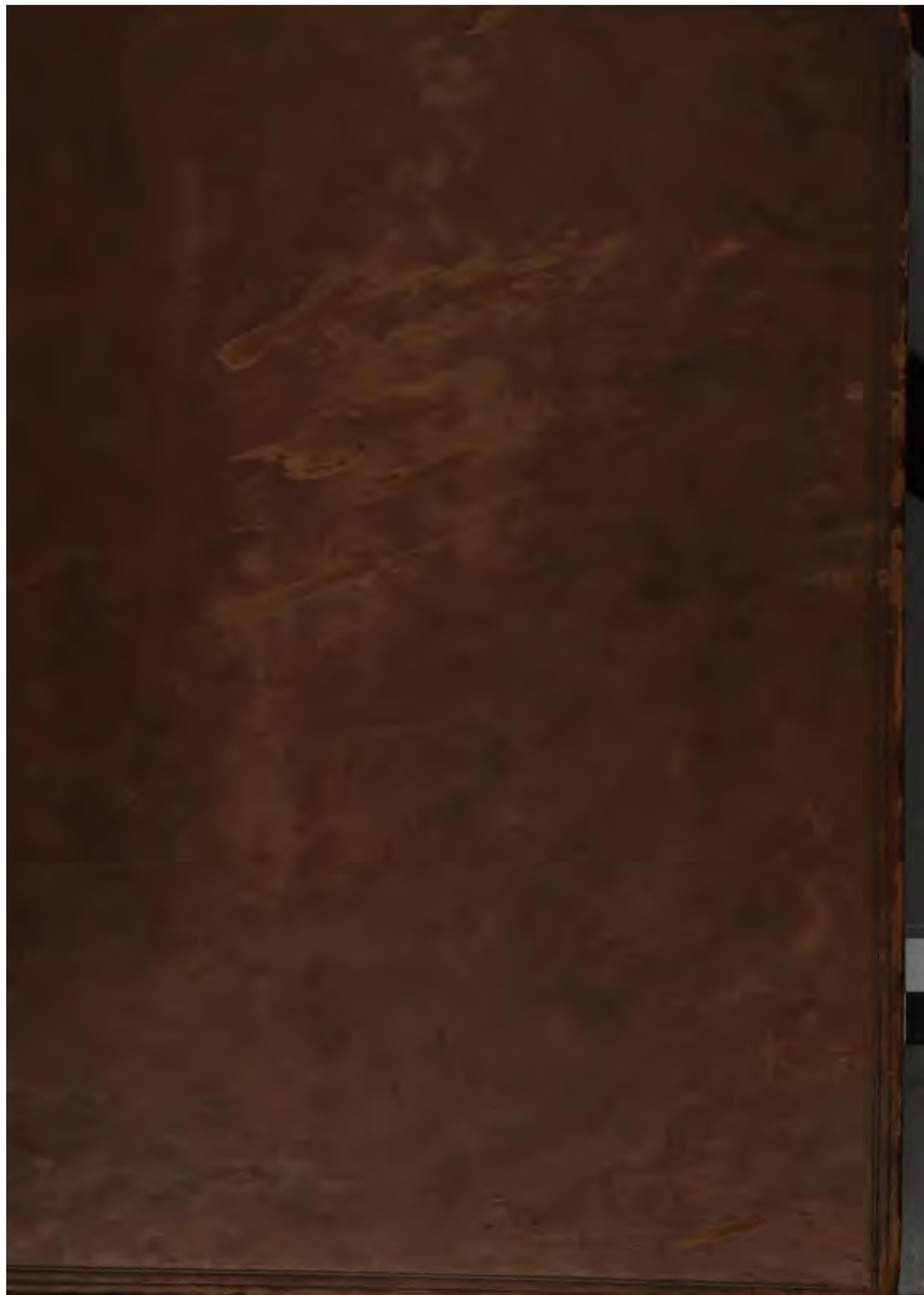






(36)

See 1991 A. 89
1706





Peint par Ant. Coypel *Gravé par Simonneau l'*

HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

Année MDCCVI.

Avec les Memoires de Mathematique & de Physique, pour la même Année.

Tirés des Registres de cette Academie.



A PARIS,
Chez JEAN BOUDOT, Imprimeur Ordinaire du Roy, & de l'Academie Royale des Sciences, ruë S. Jacques au Soleil d'or, proche la Fontaine S. Severin.

M. DCCVII
AVEC PRIVILEGE DU ROY.


BODLEIANA · BIBLIOTHECA ·



TABLE POUR L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GENERALE.

ANATOMIE.

CHIMIE.

BOTANIQUE.

TABLE.

ALGEBRE.

GEOMETRIE.

ASTRONOMIE.

ACOUSTIQUE. 124

MECHANIQUE.

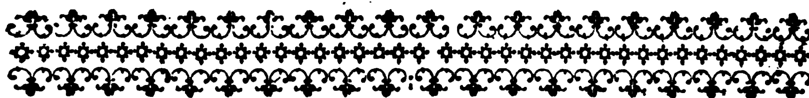


TABLE POUR LES MEMOIRES.

TABLE.

TABLE.

TABLE.

Fin des Tables.



PRIVILEGE DU ROY.

LOUIS PAR LA GRACE DE DIEU ROY DE FRANCE ET DE NAVARRE: A nos amez & feaux Conseillers les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de nôtre Hôtel, Grand Conseil, Prevôt de Paris, Baillifs, Senechaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Justiciers qu'il appartiendra: SALUT. Nôtre Academie Royale des Sciences Nous ayant trés-humblement fait exposer, que depuis qu'il Nous a plû luy donner par un Reglement nouveau de nouvelles marques de nôtre affection, Elle s'est appliquée avec plus de soin à cultiver les Sciences qui font l'objet de ses exercices; ensorte qu'outre les Ouvrages qu'Elle a déja donnez au public, Elle seroit en état d'en produire encore d'autres, s'il Nous plaisoit luy accorder de nouvelles Lettres de Privilege, attendu que celles que Nous luy avons accordées en datte du 6. Avril 1699. n'ayant point de tems limité, ont été déclarées nulles par un Arrest de nôtre Conseil d'Etat du 13. du mois d'Aoust dernier. Et desirant donner à ladite Academie en corps, & en particulier à chacun de ceux qui la composent, toutes les facilitez & les moyens qui peuvent contribuer à rendre leurs travaux utiles au public; Nous avons permis & permettons par ces Presentes à ladite Academie, de faire imprimer, vendre & debiter dans tous les lieux de nôtre obéïssance, par tel Imprimeur qu'Elle voudra choisir, en telle forme, marge, caractere, & autant de fois que bon luy semblera: *Toutes les Recherches ou Observations journalieres, & Relations annuelles de tout ce qui aura été fait dans les Assemblées de l'Academie Royale des Sciences;* comme aussi *les Ouvrages, Memoires ou Traitez de chacun des particuliers qui la composent*, & generalement tout ce que ladite Academie voudra faire paroître sous son nom, lorsqu'aprés avoir examiné & approuvé lesdits Ouvrages aux termes de l'article XXX. dudit Reglement, elle les jugera dignes d'être imprimez: & ce pendant le tems de dix années consecutives, à compter du jour de la datte desdites Presentes. Faisons trés-expresses deffenses à tous Imprimeurs, Libraires, & à toutes sortes de personnes de quelque qualité & condition que ce soit, d'imprimer, faire imprimer en tout ni en partie, aucun des Ouvrages imprimez par l'Imprimeur de ladite Academie, comme aussi d'en introduire, vendre & debiter d'impression étrangere dans nôtre Royaume sans le consentement par écrit de ladite Academie ou de ses ayans cause, à peine contre chacun des contrevenans de confiscation des Exemplaires contrefaits au profit de son-

dit Imprimeur, de trois mille livres d'amende, dont un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, un tiers audit Imprimeur, & l'autre tiers au Dénonciateur, & de tous dépens, dommages & interests: à condition que ces Presentes seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Imprimeurs-Libraires de Paris, & ce dans trois mois de ce jour: Que l'impression de chacun desdits Ouvrages sera faite dans nôtre Royaume & non ailleurs, & ce en bon papier & en beaux caracteres, conformement aux Reglemens de la Librairie; & qu'avant que de les exposer en vente il en sera mis de chacun deux Exemplaires dans nôtre Bibliotheque publique, un dans celle de nôtre Château du Louvre, & un dans celle de nôtre trés-cher & feal Chevalier Chancelier de France le sieur Phelyppeaux Comte de Pontchartrain Commandeur de nos Ordres, le tout à peine de nullité des Presentes; du contenu desquelles Vous mandons & enjoignons de faire joüir ladite Academie ou ses ayans cause pleinement & paisiblement, sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchemens. Voulons que la copie desdites Presentes qui sera imprimée au commencement ou à la fin desdits Ouvrages soit tenuë pour dûëment signifiée, & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amez & feaux Conseillers & Secretaires foy soit ajoûtée comme à l'original: Commandons au premier nôtre Huissier ou Sergent de faire pour l'execution d'icelles tous actes requis & necessaires sans autre permission, & nonobstant Clameur de Haro, Chartre Normande & Lettres à ce contraires: CAR tel est nôtre plaisir. DONNE' à Versailles le neuviéme jour de Fevrier, l'an de grace mille sept cens quatre, & de nôtre Regne le soixante & uniéme. Par le Roy en son Conseil, LE COMTE.

L'Academie Royale des Sciences par déliberation du 13. Fevrier 1704. a cedé le present Privilege à JEAN BOUDOT son Libraire, pour en joüir conformément au Traité fait par l'Academie avec ledit Boudot le 13. Juillet 1699. En foy de quoy j'ay signé, à Paris ce 15. Fevrier 1704.

FONTENELLE, *Secretaire de l'Academie Royale des Sciences.*

Registré sur le Livre de la Communauté des Libraires & Imprimeurs de Paris, Numero CVI *page* 136. *conformément aux Reglemens, & notamment à l'Arrest du Conseil du* 13. *Aoust dernier. A Paris, ce* 13. *Fevrier* 1704.

P. EMERY, *Syndic.*

HISTOIRE



HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES SCIENCES.
Année M. DCCVI.



PHYSIQUE GENERALE.

SUR UNE IRREGULARITÉ DE QUELQUES BAROMETRES.



L'HISTOIRE de 1705 * a parlé assés au long de l'irrégularité d'un Barometre de M. le Chancelier, qui se tenoit 18 ou 19 lignes plus bas que les autres. Diverses opinions furent proposées dans l'Academie, & la conclusion fut que l'on feroit des Experiences. M. Maraldi en a fait, & elles confirment toutes la pensée de M. Homberg, qui croyoit

* p. 16. & suiv.

que le Barometre de M. le Chancelier se tenoit plus bas que les autres, parce qu'avant que d'être chargé de Mercure, il avoit été lavé avec de l'Esprit de vin. Il prétendoit qu'il y en étoit resté quelques goutelettes, qui lorsque le vuide s'étoit fait, s'étant extrémement rarefiées, avoient abaissé le Mercure, soit qu'elles l'abaissassent par elles-mêmes, soit que l'air qu'elles renfermoient, dégagé par leur rarefaction, l'abaissât.

Voici quel est le résultat des Experiences de M. Maraldi.

Aprés qu'on a lavé un Tuyau par dedans avec l'Esprit de vin, & qu'on l'a essuyé plusieurs fois avec differens linges, le Mercure s'y tient pour l'ordinaire moins haut qu'auparavant, & en differentes experiences la difference des hauteurs varie depuis 6 lignes jusqu'à 18.

Quand on charge le Tuyau immediatement aprés l'avoir lavé, le Mercure s'y tient plus bas, que si le Tuyau avoit été chargé quelques heures plus tard.

Si un Tuyau a été lavé avec de l'Esprit de vin, le Mercure s'y tient plus bas, que si ce même tuyau avoit été lavé avec de l'Eau de vie; & s'il a été lavé avec de l'Eau de vie, le Mercure s'y tient plus bas que dans un tuyau lavé avec de l'eau.

Si des Tuyaux lavés avec ces differentes liqueurs ont été ensuite bien essuyés & bien sechés, le Mercure s'y tient à la hauteur où il étoit avant qu'ils eussent été lavés.

Pour secher parfaitement des Tuyaux qui ont été lavés avec de l'Esprit de vin, il suffit de les laisser exposés plusieurs jours à l'air, pourvû qu'il ne soit pas humide.

On a beau laver & frotter un Tuyau par dehors avec de l'Esprit de vin, le Mercure ne baisse point.

Dans un Barometre qui avoit deux Fessures à son extremité superieure, le Mercure n'a point baissé pendant deux mois, c'est-à-dire qu'il n'a baissé que comme dans les autres Barometres.

En construisant des Barometres avec plusieurs Tuyaux differens, qui ne paroissoient point humides, le Mercure

s'est mis à differentes hauteurs, & la plus grande difference a été de 2 lignes. On a bien seché les tuyaux où il étoit le plus bas, & ensuite il s'y est mis à la même hauteur que dans les autres.

De tout cela, il est aisé de conclure quelles sont les précautions & les soins qu'il faut apporter à la construction d'un bon Barometre. Et quant à la Theorie, on ne peut imaginer autre chose, sinon que les petites gouttes de liqueur, qui ont humecté le dedans du tuyau, étant rarefiées dans le vuide, ou l'air renfermé dans ces liqueurs en étant dégagé, font baisser le Mercure. La premiere idée est la moins vraisemblable, parce que si l'Esprit de vin abaissoit par lui-même le Mercure, il l'abaisseroit moins que l'Eau de vie, puisqu'il est moins pesant, & l'Eau de vie moins pesante que l'Eau, l'abaisseroit moins aussi, & c'est tout le contraire. Il faut donc que conformément à la seconde idée, il y ait plus d'air renfermé dans l'Esprit de vin que dans l'Eau de vie, ou qu'il s'en dégage plus aisément, & ce sera la même chose de l'Eau de vie comparée à l'Eau. Or ces hypotheses ont assés d'apparence.

Il est vrai qu'il reste toûjours la difficulté objectée par feu M. Amontons *, & jusqu'à ce qu'elle soit levée on n'est pas en droit de traiter de Systéme ce qu'on imagine sur cette matiere. Si l'on ne donnoit ce nom qu'à ce qui le merite parfaitement, les Systémes ne seroient pas fort communs en Physique.

* V. l'Hist. de 1705. p. 20 & 21.

SUR LA DECLINAISON DE L'AIMAN.

LA belle idée de M. Halley sur la Déclinaison de l'Aiman, exposée dans l'Hist. de 1701 *, & que l'on a déja commencé à verifier dans l'Academie *, s'y verifie encore. M. Delisle ayant entre les mains un Journal

* p. 9. & suiv.
* V. l'Hist. de 1705. p. 9.

exact fait par M. de Marchais dans un Voyage de Guinée & d'Amerique en 1704, 1705, & 1706, a pris soin de comparer à la Carte de M. Halley les Observations qui regardoient la Déclinaison de l'Aiguille. Cette Carte a été faite par son Auteur pour l'Année 1700, ainsi dans les années suivantes on ne doit plus trouver les Déclinaisons qu'il a marquées, mais des Déclinaisons peu differentes, & plus ou moins differentes à proportion du temps, & ce peu de difference, pourvû qu'il suive le Systéme de M. Halley, en est une pleine confirmation. C'est aussi ce que M. Delisle a trouvé. La ligne Courbe exempte de Déclinaison tracée par M. Halley autour du Globe de la Terre, ne differe de celle que donne le Journal de M. de Marchais, qu'en ce qu'elle est peut-être d'un demi-degré plus à l'Oüest; mais, & nous l'avions annoncé dans l'Hist. de 1701 *, on s'est toûjours bien attendu à voir quelque mouvement dans cette ligne. De ce terme, les Déclinaisons observées par M. de Marchais augmentent toutes vers l'Orient, & diminuent vers l'Occident par rapport à celles de la Carte de M. Halley, & la plus grande difference, qui même ne se trouve qu'une fois ou deux si forte, ne va qu'à 2 degrés à peu prés en 4 ou 5 ans. On voit par là ce que l'on sçavoit déja d'ailleurs, que la Déclinaison ne varie pas également & uniformément par toute la Terre. Il y a de l'apparence que nous aurons le plaisir de voir le Systéme de M. Halley se conformer de jour en jour; c'est un des misteres de la Physique, absolument inconnu jusqu'à present, & qui peut-être commence à se déveloper.

* p. 11.

DIVERSES OBSERVATIONS
DE PHYSIQUE GENERALE.

I.

MONSIEUR Homberg a dit qu'un Vaiſſeau de verre mis en Hiver devant le feu, caſſe s'il eſt plein d'eau, & encore plus aiſément s'il l'eſt de Mercure, mais non pas s'il eſt plein d'Eſprit de vin. La raiſon qu'il en imagine, eſt que la matiere de la lumiere ayant de la peine à paſſer au travers de l'eau ou du Mercure, & par conſéquent arrêtée en partie par cet obſtacle, s'amaſſe en trop grande quantité dans les pores du verre, où elle eſt continuellement pouſſée par le feu, qu'elle dilate trop ces pores, force le reſſort du verre, & par là le caſſe, au lieu que ſi dans le même Vaiſſeau elle eût rencontré de l'Eſprit de vin, qui lui eſt plus homogéne, & qu'elle pénetre facilement, elle n'eût pas eu occaſion d'exercer cette violence. L'experience ſe doit faire en Hiver, parce que les vaiſſeaux qui paſſent alors d'un air froid à une grande chaleur, ſont plus diſpoſés à caſſer; mais il ne faut pas que le feu ſoit aſſés grand, ou qu'ils en ſoient aſſés prés pour caſſer par cette ſeule raiſon. M. Homberg explique à peu prés de la même maniere, pourquoi un Vaiſſeau de verre vuide, & non bouché, étant chauffé bruſquement devant le feu, caſſe ordinairement, s'il eſt épais, & non pas, s'il eſt mince. L'épaiſſeur fait que la matiere de la lumiere dilate beaucoup plus les pores de la ſurface tournée du côté du feu, que ceux de la ſurface interieure; & de cette inégalité de dilatation s'enſuit évidemment tout le reſte.

II.

Une Chienne Danoiſe pleine, & prête à mettre bas, ayant été oubliée & enfermée dans une chambre d'une Maiſon de Campagne, d'où l'on s'en retournoit à Paris,

fut retrouvée au bout de 41 jours couchée sur un lit, vivante, mais ne pouvant se soûtenir, & sans aucun signe de rage. On ne vit aucun reste de ses petits, ni de ses excrémens, elle devoit s'en être nourrie, & apparemment aussi de son lait, & même d'une partie de la futaine d'un Matelas qu'elle avoit toute rompuë, & de la laine du dedans qu'elle avoit toute bouleversée. On lui donna de la nourriture, & elle commençoit à revenir de son extrême langueur, lorsque M. l'Abbé Galois raporta cette histoire.

A cette occasion, M. du Hamel parla d'une autre Chienne qui avoit été 6 semaines sans rien manger, horsmis la paille d'une chaise, qui étoit dans le lieu où on l'avoit enfermée. Elle avoit aussi bû de l'eau. Elle vêcut fort bien aprés cela.

III.

M. Maraldi rapporta aussi à ce sujet, que dans un Tremblement de terre arrivé à Naples, un jeune homme avoit été 15 jours entiers sous des ruïnes, & n'étoit pas mort de faim.

IV.

M. Geoffroy a fait voir une Pierre venuë d'Allemagne, il ne sçait pas de quel endroit. Elle est marbrée, fort douce au toucher, & quasi grasse & savonneuse. C'est comme un Marbre tendre, ou du Savon petrifié. On a crû que c'étoit une Glaise dessechée, & endurcie. M. Homberg a dit, que sa nature consistoit en ce qu'elle a un grain plus fin que le marbre, quoyqu'elle pese moins, parce qu'elle a de plus grands pores. Il a ajoûté, pour prouver la finesse de son grain, que broyée & dissoute dans de l'eau, elle la trouble, ce que ne fait pas le marbre. Ses effets sont à peu prés les mêmes que ceux du Savon. M. de la Hire a dit, qu'à Montmartre il y a une semblable Pierre entre des bancs de sable.

V.

M. Lémery ayant acheté chés un Droguiste demi-livre de Galbanum, autant de Sagapenum, autant de Bi-

tume de Judée, & 4 onces d'Opopanax, & ayant mis dans ses poches toutes ces Drogues, chacune envelopée dans un petit sac, horsmis le Sagapenum & l'Opopanax qui étoient ensemble, fut fort étonné, quand il rentra chés lui, de ce que tout le monde trouvoit qu'il sentoit horriblement le Musc, car chacune de ces Drogues en particulier a une odeur trés puante, & trés penetrante, à la réserve du Bitume de Judée, qui cependant ne sent rien d'approchant du Musc, & ces mêmes Drogues là sont employées dans la Medecine contre les Vapeurs que le Musc & d'autres odeurs semblables peuvent avoir causées. Il examina tous les sacs l'un aprés l'autre, ils étoient tout neufs, aucun n'avoit servi à enveloper du Musc, ni ne le sentoit, & ils n'avoient que l'odeur de la Drogue qu'on y avoit mise. Il les rapprocha tous, & ils produisirent une odeur de Musc. Celle dont les habits de M. Lémery étoient parfumés lui dura jusqu'au lendemain, & assés forte. On ne se seroit pas avisé de ces ingredients pour former une bonne odeur, car celle du Musc doit passer pour telle, quoique peu à la mode aujourd'hui, & assés décriée.

VI.

M. Poupart a donné l'Histoire du Formica-Leo dans les Memoires de 1704*, & nous la supposons pour l'intelligence de ce qui suit. Un Ami de M. Carré cherchant de ces Insectes à la Campagne, trouva un grand nombre de ces trous qu'ils sçavent faire avec tant d'adresse, mais la plûpart étoient sans Formica-Leo, ce qui lui fit croire qu'ils avoient été la proye de quelques Animaux, plus *Lions* qu'eux-mêmes. Il fut bientôt détrompé, en remarquant au fond de ces trous de petits Vers longs d'environ 6 lignes sur une demi-ligne de large. Il en prit quelques-uns qu'il mit dans du sable, où il leur vit faire leurs trous à la maniere du Formica-Leo. Il leur jetta des Fourmis, que les Formica-Leo aiment tant, & ils s'en saisirent avec ardeur en les envelopant avec la moitié de leur corps, car l'autre demeure enfoncée dans le

* p. 235.

ſable. Comme ils n'ont pas autant de force que les Formica-Leo, leur proye leur échape ſouvent, & pour la rattraper ils ſe ſervent de la même ruſe, ils conſtruiſent leur foſſe plus en talut, ce qui fait retomber l'animal. Les Formica-Leo s'en accommodent fort bien, quand on leur en donne, mais il ne faut pas s'en étonner, puiſqu'ils s'accommodent bien de leur propre eſpece. Ces Vers ſe metamorphoſent en un Inſecte fort ſemblable au Couſin, ſinon qu'il eſt plus long, & plus gros. L'Obſervateur les nomme *Formica-vulpes*, pour les diſtinguer des Formica-Leo, & marquer leur fineſſe.

VII.

Le même Ami de M. Carré examinant le Criſtallin d'un Serpent, qui avoit une ligne de diametre, le trouva d'une ſphericité parfaite, même avec la Loupe. Comme il reſſembloit à une Lentille faite à la Lampe, il voulut s'en ſervir pour voir les objets à travers, & il trouva qu'il les groſſiſſoit extrémement, & autant qu'une ſemblable Lentille de verre, mais que la tranſparence du verre y manquoit, apparemment à cauſe de la membrane qui envelope le Criſtallin. Il eſt certain par là que ces Animaux doivent voir les Objets incomparablement plus grands que nous ne les voyons.

VIII.

Le même Obſervateur de la Nature a rencontré par hazard un Ver long de 2 pouces ſur 1 ligne de large, & $\frac{1}{4}$ d'épaiſſeur, d'un jaune aſſés foncé, comme les Perce-oreilles, & qui a 80 jambes de chaque côté. La tête & la queuë different ſi peu par leur figure, qu'on ne peut conjecturer laquelle des deux extrémités eſt la tête. On ne le diſtingue point non plus au marcher de l'Animal, car quand on le contrarie dans ſa marche, il ne ſe détourne pas à côté comme les autres, mais retourne tout court ſur ſes pas en allant à rebours, de ſorte que la partie qui dans le premier mouvement étoit la poſterieure, devient l'anterieure dans le ſecond, & ces deux mouvemens ſont d'une égale facilité. Peut-être cet Inſecte

secte a-t-il deux têtes & deux cerveaux, comme d'autres ont plusieurs poumons. Quoiqu'il en soit, ses deux extrémités se terminent en pointe avec deux petites Cornes semblables à ses jambes, & longues environ d'une ligne. Il est fort vif, & fort agile, & l'ordre avec lequel il remüe successivement ses 160 jambes est admirable.

Le Philosophe qui l'observoit le coupa en deux parties égales, & dont par conséquent chacune avoit 80 jambes, elles marcherent toutes deux avec la même agilité que l'Animal entier ; elles cherchoient à se cacher dans quelque trou, & l'Observateur ayant mis de l'eau à leur passage, chacune s'y engagea un peu, mais elles sçurent bien en sortir. Il coupa de nouveau chaque partie en deux, & toutes les quatre marcherent encore, mais plus lentement ; elles faisoient souvent des contorsions semblables à celles des Queües de Serpents que l'on a coupées. Les parties separées ne cherchoient point à se rejoindre ; quand on les remettoit l'une contre l'autre, elles se recoloient un peu par le moyen d'un suc visqueux qui sortoit des playes, mais elles ne s'accordoient pas dans leurs mouvemens.

IX.

Ce Philosophe a encore trouvé un Insecte Poisson qui se transforme en Demoiselle. Quand il est dans l'eau, il a prés de 2 pouces de longueur, une queüe qui en tient les deux tiers, & qui a 4 lignes de large au milieu, & se termine en pointe. Elle est platte en dessous, & ronde en dessus. Dans l'autre tiers de la longueur de l'Animal, on voit sa tête, & 6 jambes. La Demoiselle qui en sort est de celles qui voltigent sur les eaux dormantes, où elles déposent leurs Oeufs. Voilà un Animal qui de Poisson devient Oiseau, different apparemment des deux especes dont M. Poupart a parlé dans les Memoires de 1704 *; peut-être trouvera-t-on à force d'observer que ce changement d'habitation & d'Element est assés commun. * p. 246. & suiv.

X.

Ce que nous avons raporté dans l'Histoire de 1703 *, * p. 22. & suiv.

de ces Pierres tirées dans le Veronois qui renferment des Plantes & des Poissons desseches, a été confirmé par M. Leibnits. Il dit que dans le Païs de Brunsvic aux environs d'Osteroda, dans la Comté de Mansfeld aux environs d'Eisleben, & en beaucoup d'autres endroits d'Allemagne, on trouve des veines d'Ardoise horisontales à peu prés, où il y a des representations, mais trés exactes & trés finies, de diverses sortes de Poissons ou de Plantes, qui paroissent dans leur longueur & dans leur largeur naturelles, mais sans aucune épaisseur. Ces traces sont souvent marquées sur un mélange de Cuivre, qui contient même de l'Argent. Il y a quelques-unes de ces Plantes que l'on ne connoît plus en ces Païs-là, mais on les retrouve dans les figures des Plantes des Indes.

M. Leibnits conçoit qu'une espece de terre a couvert des Lacs & des Prés, & y a enseveli des Poissons & des Plantes, ou que quelque eau bourbeuse chargée de terre les a envelopés ou emportés. Cette terre s'est depuis durcie en Ardoise, & la longueur du temps, ou quelque autre cause a détruit la matiere délicate du Poisson ou de la Plante, à peu prés de la même maniere dont les corps des Mouches ou des Fourmis que l'on trouve enfermés dans l'Ambre jaune, ont été dissipés, & ne sont plus rien de palpable, mais de simples délineations. La matiere du Poisson ou de la Plante étant consumée, a laissé sa forme empreinte dans l'Ardoise par le moyen du creux qui en est resté, & ce creux a été enfin rempli d'une matiere metallique, soit qu'un feu souterrain cuisant la terre en Ardoise en ait fait sortir le metal qui y étoit mêlé, soit qu'une vapeur metallique penetrant l'Ardoise se soit fixée dans ces creux. M. Leibnits ajoûte qu'on peut imiter cet effet par une operation assés curieuse. On prend une Araignée, ou quelqu'autre Animal convenable, & on l'ensevelit sous de l'argile, en gardant une ouverture qui entre du dehors dans le creux. On met la masse au feu pour la durcir; la matiere de l'Animal s'en va en cendres, qu'on fait sortir par le moyen

de quelque liqueur. Aprés quoi on verse par l'ouverture de l'argent fondu, qui étant refroidi, on trouve au dedans de la Masse la figure de l'Animal assés bien representée en argent.

Plusieurs Auteurs ont appellé ces sortes de representations de Poissons ou de Plantes dans des Pierres, *Jeux de la Nature*; mais c'est là une pure idée Poëtique, dont un Philosophe tel que M. Leibnits ne s'accommode pas. Si la Nature se joüoit, elle joüeroit avec plus de liberté, elle ne s'assujettiroit pas à exprimer si exactement les plus petits traits des Originaux, &, ce qui est encore plus remarquable, à conserver si juste leurs dimensions. Quand cette exactitude ne se trouve pas, ce peuvent être des Jeux, c'est à dire, des arrangemens en quelque sorte fortuits. Il est vrai qu'une representation d'une Plante des Indes dans une Pierre d'Allemagne semble d'abord contraire au Sistême de M. Leibnits. Mais que la Plante representée se retrouve aux Indes, c'est déja un grand préjugé qu'il n'y a pas là de Jeu; il est aisé d'imaginer plusieurs accidents par lesquels une Plante aura été apportée des Indes en Allemagne, même dans les temps où il n'y avoit pas de commerce entre ces Païs-là par la navigation; & enfin il paroît à plusieurs marques, qu'il doit s'être fait de grands changemens phisiques sur la surface de la Terre. M. Leibnits croit que la Mer a presque tout couvert autrefois, & qu'ensuite une grande partie de ses eaux se sont fait un passage pour entrer dans des abismes creux, qui sont au dedans de nôtre Globe. De-là viennent les Coquillages des Montagnes. Mais toute cette matiere meriteroit une plus ample discussion.

NOus renvoyons aux Memoires:

Le Journal des Observations de M. de la Hire pendant l'Année 1705, sur la Quantité d'Eau de pluye, sur les Vents, &c. Celles de M. le Baron de Pontbriand, V. les M. p. 1. 6, & 11.

& celles du P. Fulchiron Jesuite, faites à Lyon.

V. les M. p. 12. Les Observations que M. Maraldi a faites du Barometre & du Thermometre pendant la même Année, & celles qu'il a recueillies de differens endroits.

V. les M. p. 336. Les Observations de M. Bianchini sur les Flames qui paroissent dans un petit canton de l'Apennin.

V. les M. p. 432. Une Histoire des Barometres & Thermometres par M. de la Hire le Fils, qui n'y comprend peut-être que trop exactement tous les Thermometres qui ont été trouvés jusqu'ici.



ANATOMIE.

SUR LES CATARACTES DES YEUX.

V. les M. p. 20. Il pourroit sembler étonnant qu'une Operation Chirurgique fût incertaine, non pas quant au succés, mais en elle-même, c'est à dire, que les uns soûtinssent qu'on fait une chose, les autres qu'on en fait une autre; mais l'Operation dont nous allons parler est si délicate, & si peu sensible à la main même qui l'execute, que toute la surprise doit être qu'on ait osé la tenter.

Les *Cataractes* des yeux ont été ainsi appellées d'un mot Grec qui signifie une Porte qu'on laisse tomber de haut en bas comme une Sarrasine, & en effet ce sont des especes de Portes qui ferment l'œil aux rayons de la lumiere. A la vûë il paroît que ce sont de petites pellicules assés épaisses étenduës sur l'ouverture de la prunelle, & formées dans l'humeur Aqueuse, & c'a été dans cette pensée que l'on a imaginé une operation qui a réüssi. On

pique l'œil par le côté, on vient à la pellicule, on la tourne autour de l'aiguille, & aprés l'avoir ainsi roulée & réduite en moins d'espace, on l'enfonce dans le bas de l'œil, & on l'y laisse, aprés quoi la lumiere peut entrer dans l'œil sans obstacle. Il faut que la pellicule ou cataracte soit *mûre*, c'est à dire, de telle consistence, qu'elle se roule aisément, qu'elle se brise en même temps qu'elle se roule, qu'elle ne remonte pas par son ressort aprés avoir été abaissée, ce qui arrive quelquefois, & que peut-être aussi elle se fonde & se dissolve dans le bas de l'œil.

Voilà quelles sont les idées communes sur les Cataractes, mais d'habiles gens, & fort versés dans ces matieres, n'en tombent pas d'accord. Ils prétendent que quand on croit abaisser une petite membrane, c'est le Cristallin même que l'on abaisse, & qu'on range dans le bas de l'humeur Vitrée. Il s'est épaissi, & a perdu sa transparence, & par conséquent, au lieu qu'il étoit un des principaux instrumens de la vision, il ne fait plus qu'y apporter un obstacle, en fermant le passage aux rayons qui vont à la Retine, & il faut l'ôter de leur chemin. L'alteration de sa transparence, ou son opacité est accompagnée d'un changement de couleur, il devient verdâtre, & par cette raison les Grecs ont appellé cette maladie *Glaucoma*. Le Glaucoma & la Cataracte sont la même chose dans l'opinion de ceux qui croyent que la Cataracte est le Cristallin épaissi, mais selon le sentiment ordinaire, ce sont deux maladies trés-differentes. On croit la premiere absolument incurable, & non pas la seconde.

La nouvelle Hipothese fut proposée dans l'Academie; une des plus fortes raisons de ceux qui la soûtiennent, c'est qu'aprés l'operation de la Cataracte, on ne voit point sans loupe. Or si l'on n'a fait qu'ôter un rideau de devant le Cristallin, il se retrouve tel qu'il étoit, il fait les mêmes refractions, & la loupe n'est pas plus necessaire qu'auparavant. Si au contraire on a abatu le Cri-

ſtallin, il eſt évident qu'il faut une loupe à ſa place.

Mais d'un aûtre côté, l'Academie a lieu de tenir pour certain, qu'il y a des gens qui aprés l'operation de la Cataracte ont vû ſans loupe. Un ſeul exemple de cette eſpece ſuffit, & il ôte à tous les exemples contraires le pouvoir de rien conclure. C'eſt même une choſe fort établie que pluſieurs perſonnes auſſitôt aprés l'operation ont vû trés-diſtinctement, & quoiqu'enſuite elles ayent ceſſé de voir, les unes parce que la Cataracte étoit remontée, les autres ſans avoir eu cet accident, le premier moment où elles ont vû, eût-il été unique, prouve aſſés qu'on ne leur avoit pas abatu le Criſtallin.

Pourquoi donc aprés l'operation a-t-on ordinairement beſoin d'une loupe? M. de la Hire en rend cette raiſon. Quoique la Cataracte ſoit abatuë, le vice qui l'a produite eſt encore dans l'Humeur Aqueuſe, elle eſt toûjours trop épaiſſe, trop trouble, & par conſéquent laiſſe paſſer trop peu de rayons, & la loupe qui en fait tomber une plus grande quantité ſur la Retine, repare ce défaut.

Quoique ce que nous avons dit juſqu'ici paroiſſe aſſés déciſif pour l'ancienne hipotheſe, M. de la Hire a voulu encore la confirmer par les circonſtances & les détails de l'operation, qu'il a faite lui-même ſur des yeux de Beuf. Ce qui en réſulte de plus conſidérable, c'eſt que le Criſtallin ne ſe laiſſe jamais enfoncer entierement dans le bas de l'œil, & qu'il boucheroit toûjours en partie le paſſage des rayons, tant parce qu'il eſt trop gros, que parce qu'il eſt ſoûtenu par l'Humeur Aqueuſe, & par la Vitrée, ſur tout par cette derniere, qui eſt épaiſſe comme de la gelée. On abat une Cataracte entierement, ce n'eſt donc pas le Criſtallin que l'on abat; on rétablit parfaitement la viſion, du moins pour quelque temps, & on ne la rétabliroit qu'imparfaitement, puiſque le Criſtallin intercepteroit une partie de la lumiere.

M. de la Hire remarque qu'il eſt fort aiſé que dans l'operation la pointe de l'aiguille entame la ſurface an-

terieure du Criſtallin, & ouvre par conſéquent la membrane dont il eſt envelopé. Or telle eſt la nature du Criſtallin que quand cette membrane a été ouverte, il ſe pliſſe & ſe ride. S'il a donc été bleſſé dans l'operation de la Cataracte, ces plis & ces rides doivent rendre les réfractions ſi irrégulieres, & changer ſi fort les directions des rayons qui devoient fraper au même point, que la peinture des objets en ſera entierement détruite. Mais cela ne doit pas arriver dans l'inſtant d'aprés la bleſſure, parce que le Criſtallin humecté & rafraîchi par l'humeur Aqueuſe dans ſa partie bleſſée, doit être quelque temps ſans perdre ſenſiblement ſa configuration. Delà vient, ſelon M. de la Hire, que quelquefois un Homme qui a vû immediatement aprés l'operation, eſt entierement privé de la vûë au bout de quelque temps, ſans que l'on voye la Cataracte remontée.

Quelques-uns croïent que la Cataracte eſt, non pas le Criſtallin, mais ſa membrane exterieure, ou ſon envelope épaiſſie par le vice de ſon ſuc nourricier, & devenuë trop opaque pour laiſſer penetrer la lumiere juſqu'à la ſubſtance du Criſtallin. C'eſt, ſelon eux, cette membrane que l'on détache du Criſtallin qu'elle enferme. Mais M. de la Hire ne croit pas cette operation poſſible, & ſi elle l'étoit, il faudroit neceſſairement, qu'en enlevant cette membrane, on rompît le Ligament *Ciliaire* qui y eſt attaché, & qui tient le Criſtallin ſuſpendu au milieu de l'œil, & les inconveniens du Criſtallin abatu reviendroient.

SUR LA FORMATION DE LA VOIX.

TOut Sujet exactement conſideré devient infini, & l'attention eſt une eſpece de Microſcope, qui le groſſit & le multiplie toûjours, à proportion qu'elle eſt V. les M. p. 136. & 388.

plus parfaite. Le Sistême de M. Dodart sur la Formation de la Voix*, quoique déja traité avec assés d'étenduë, n'étoit pas épuisé, & l'on verra combien il y manquoit de choses ou curieuses ou même necessaires, à quoi peut-être on ne pensoit pas. La plûpart des Lecteurs s'aperçoivent moins de ce qui manque à un sujet que l'Auteur, mais en recompense ils s'aperçoivent mieux de ce qu'il y a de trop.

* V. l'Hist. de 1700. p. 17 & suiv.

M. Dodart confirme & explique plus particulierement l'usage qu'il avoit donné à la Glotte de former le Son de la Voix par son ouverture, & les differens Tons par les differens degrés de cette ouverture.

Le *Larinx* est un Canal cilindrique fort court qui fait le haut de la Trachée, auquel sont attachées en dedans deux membranes demi-circulaires tenduës horisontalement, qui peuvent se joindre exactement par leurs diametres, mais laissent presque toûjours entre elles un intervalle qu'on appelle la Glotte. Le Larinx est tout composé de Cartilages, aussi bien que la Trachée, & il a des Muscles tant internes qu'externes. Les Anatomistes ont attribué la formation des Tons, ou les differentes ouvertures de la Glotte à l'action de ces Muscles; mais M. Dodart fait voir par leur grandeur, par leur position, & par leur direction, que ni aucun d'eux en particulier, ni tous ensemble, ne peuvent fermer entierement la Glotte, ni empêcher totalement le passage de l'air, comme on le fait pour quelques instans, quand on retient sa respiration. Or il est plus que vraisemblable que la même cause qui peut fermer entierement la Glotte est celle qui la resserre par degrés jusqu'à cette entiere clôture; & par conséquent cette derniere action n'apartient pas aux Muscles du Larinx non plus que la premiere. Ils ont d'autres fonctions; il y en a qui ne servent qu'à tenir ferme la caisse entiere du Larinx, ce qui est necessaire, afin que la Glotte qui y est contenuë ait des appuis fixes pour ses mouvemens; il y en a qui la dilatent extraordinairement lorsqu'il faut qu'elle donne un plus grand

passage

paſſage à des matieres épaiſſes qui ſortent du Poûmon, d'autres, antagoniſtes de ceux-ci, la remettent dans ſon état ordinaire, mais ils ne le modifient ni les uns ni les autres de la maniere qui ſeroit neceſſaire pour la production des differens Tons.

Il ne reſte plus pour principes du mouvement, qui en ouvrant ou reſſerrant la Glotte forme les Tons, que deux Cordons tendineux enfermés dans les deux lévres de cette ouverture. Car chacune des deux membranes demicirculaires, dont l'intervalle fait la Glotte, eſt repliée ſur elle-même & doublée, & toute l'étenduë où chacune ſe replie & ſe double fait les lévres de la Glotte. Au dedans de la *duplicature* de chaque membrane eſt un cordon tendineux qui la renfle un peu, attaché par un bout à la partie anterieure du Larinx, & par l'autre à la poſterieure. C'eſt à ces deux cordons que M. Dodart attribuë tout le jeu des differentes ouvertures de la Glotte par rapport aux Tons.

Il eſt vrai qu'ils paroiſſent *tendineux* & nullement *muſculeux*, ligamens & non muſcles, c'eſt à dire, propres à lier, à affermir, à ſoûtenir, mais non pas à s'accourcir en ſe gonflant, car ils ne ſont composés que de fibres blanches ou membraneuſes, & non de fibres rouges ou charnuës, ſeules capables de gonflement & de contraction, du moins autant qu'on le peut ſçavoir par l'exemple de tous les Muſcles connus. Mais eſt-il bien certain que l'on connoiſſe toute la Mechanique que le Créateur peut avoir employée à cet égard ? on a de grands ſujets d'en douter, & M. Dodart les fait bien valoir. Un Muſcle d'une ſtructure ſinguliere ne ſervira même qu'à relever encore à nos yeux l'Intelligence infinie qui brille dans les Machines de tous les Animaux. Mais on peut ajoûter à tout cela que les cordons des deux lévres de la Glotte ne ſont peut-être pas des Muſcles extraordinaires. Il faut ſe ſouvenir qu'il eſt neceſſaire pour le Chant que le petit diametre de cette ouverture ovale puiſſe être diviſé en plus de 9632 parties, quoiqu'il ait moins d'une ligne.

Ces divisions si fines ne s'executent que par l'approche mutuelle des deux lévres, & si les deux cordons qu'elles enferment en sont le principe, & qu'ils agissent à la maniere des Muscles connus, il faut que leur gonflement ou leur contraction soit d'une petitesse non seulement imperceptible aux yeux & aux meilleurs Microscopes, mais presque incomprehensible à l'Esprit. Des fibres rouges & charnuës, où le sang est plus abondant au temps de la contraction, auroient été infiniment trop grossieres pour de semblables mouvemens, & la Nature n'a dû y employer que des fibres blanches & membraneuses, qui se gonflent suffisamment par la plus legere augmentation de la quantité des Esprits qui y coulent. On voit assés que ces deux cordons qui dans leur relâchement font chacun un petit arc d'Ellipse, deviennent toûjours en se contractant de plus en plus des arcs d'une Ellipse plus serrée, plus allongée, & moins courbe, & enfin par la derniere contraction dont ils soient capables, degenerent en deux lignes droites appliquées l'une contre l'autre, plus courtes que tous les arcs précedens.

M. Dodart fait ici aprés Galien une réflexion assés importante, & explique ce que cet Auteur n'avoit fait qu'admirer. Quand la Glotte est absolument fermée, l'air qu'on a pris par la derniere *aspiration* ne pouvant sortir de la poitrine, elle demeure dilatée comme elle étoit, & le Diaphragme demeure baissé, & dans l'action de comprimer tous les visceres contenus dans le ventre. Toutes les forces opposées tant à la dilatation de la poitrine, qu'à l'abaissement du Diaphragme, c'est à dire, tous les Muscles qui resserrent la poitrine, & tous ceux qui pareillement compriment le ventre, & repoussent le Diaphragme en enhaut, font un effort commun contre l'état de ce moment là, & sont tous soûtenus & vaincus par la force qui ferme la Glotte, puisque pour peu qu'elle s'ouvrît, l'air s'échaperoit, & le combat finiroit, pour ainsi dire, à leur avantage. On sçait combien leur action est puissante, sur tout celle des Muscles du bas ventre, qui

quelquefois en le comprimant violemment chassent hors du corps ou les Boyaux, ou même la Matrice, & on pourroit croire d'abord qu'il est contre la vraisemblance de supposer une force égale & superieure dans ces deux petits cordons qui ferment la Glotte, & qui, s'ils sont Muscles, ne le sont que d'une maniere insensible. Mais M. Dodart fait voir que ces petits Muscles n'agissent pas seuls, que l'air contenu dans la poitrine, & qui en s'échauffant & se rarefiant toûjours de plus en plus, tend à la dilater davantage par son ressort, conspire avec eux à cet égard, qu'ils sont principalement aidés par l'action du Diaphragme qui est alors bandé, & soûtient l'effort contraire des Muscles du ventre, qu'enfin tout ce qu'il y a d'effort employé contre la Glotte ne tend qu'à la soûlever de bas en haut, ce qui est impossible, & non à l'ouvrir, ce qui seroit necessaire, qu'à cause du contact immediat de ses deux lévres la petite lame d'air, qui tendroit à faire cette ouverture, doit être imaginée sans largeur, & par conséquent sans force, & que c'est-là un Exemple singulier, où par une Mechanique trés simple, la seule position de deux parties l'une contre l'autre leur donne une force infinie.

A ces Recherches curieuses sur l'Organe de la Voix, M. Dodart en joint d'autres sur les circonstances de la Voix.

1°. Il demande ce qui cause la difference de la Voix *pleine* & de la Voix de *fausset*, qui commence au plus haut ton de la Voix pleine, qui ne lui ajoûte que trois Tons au plus, horsmis dans quelques Exemples rares, & qui a presque toûjours quelque chose de forcé Il a observé que dans tous ceux qui chantent en fausset le Larinx s'éleve trés sensiblement, & par conséquent le canal de la Trachée s'allonge & s'étrecit, ce qui donne une plus grande vîtesse à l'air qui y coule, même avant qu'il soit arrivé à l'ouverture de la Glotte. Cela seul suffiroit pour hausser le Ton, mais de plus il est trés vraisemblable que la Glotte se resserre encore, & plus que

pour les Tons naturels. On peut même imaginer dans quelque cas extraordinaire un troisiéme principe, qui sera une plus grande force, dont le Musicien poussera l'air dans la Voix de fausset; le Ton deviendra plus aigu comme il le devient dans une fluste sur un même trou, lorsque le souffle est plus fort. Le Larinx étant toûjours plus élevé dans la Voix de fausset, il arrive par la disposition des parties entre elles que le *jet* d'air poussé n'enfile presque que la route du nés, & non celle de la bouche, d'où il s'ensuit par ce qui a déja été établi dans l'Hist. de 1700, que le resonnement qui s'unit au son, est agréable, mais plus foible que s'il se faisoit & dans la bouche & dans le nés, comme celui de la Voix pleine, & qu'en fin la Voix de fausset ne doit être qu'une espece de demi-voix.

2°. La Voix *fausse* est differente de celle de fausset; c'est celle qui ne peut entonner juste le Ton qu'elle voudroit. M. Dodart en rapporte la cause à l'inégale constitution des deux lévres de la Glotte, soit en grandeur, soit en épaisseur, soit en tension; car cette inégalité supposée, elles ne peuvent jamais concourir ensemble à produire le même Ton par leurs tremblemens, l'une fait, pour ainsi dire, la moitié d'un Ton, l'autre la moitié d'un autre, & l'effet total n'est ni l'un ni l'autre Ton, mais quelque chose de moyen, & d'incommensurable en quelque sorte à ce que la volonté demandoit. C'est par le même principe que des cordes d'instrument sont fausses; elles ont quelques parties qui ne sont pas assés semblables aux autres.

3°. Pourquoi des personnes qui ont le Son de la voix agréable en parlant, l'ont-elles desagreable en chantant, ou au contraire? Voici ce que M. Dodart répond. L'action de chanter demande plus de force que celle de parler; non-seulement les petits cordons tendineux & musculeux de la Glotte agiront pour lui donner l'ouverture convenable à un certain Ton qu'on veut entonner en chant, mais comme il faut le porter & le soûtenir au-

tant qu'il eſt poſſible, les muſcles du Larinx agiront auſſi de la maniere neceſſaire pour aider à ceux de la Glotte, au lieu qu'ils n'euſſent point pris de part à ce même ton, formé negligemment pour la ſimple Parole. En un mot, le Chant eſt un mouvement général de toute la Region vocale, & la Parole eſt le ſeul mouvement particulier de la Glotte, & puiſque ces deux mouvemens ſont differens, l'agrément ou le deſagrément qui réſulte de l'un par rapport à l'Oreille, ne tire point à conſéquence pour l'autre.

M. Dodart ajoûte une raiſon particuliere pour ceux en qui la voix de la parole eſt agréable, & non pas celle du chant. Il conjecture que le chant eſt une ondulation, un balancement, un tremblement continuel, non pas ce tremblement continuel des cadences, qui ſe fait quelquefois dans l'étenduë d'un ton, mais un tremblement qui paroît égal, & uniforme, & ne change point le ton, du moins ſenſiblement, ſemblable en quelque ſorte au vol des Oiſeaux qui planent, dont les aîles ne laiſſent pas de faire inceſſamment des vibrations, mais ſi courtes & ſi promptes qu'elles en ſont imperceptibles. Le tremblement des cadences ſe fait par des changemens trés prestes & trés délicats de l'ouverture de la Glotte, mais le tremblement qui regne dans tout le chant eſt, ſelon M. Dodart, celui du Larinx même. Le Larinx eſt le canal de la voix, mais un canal mobile dont les balancemens contribuent à la voix de chant. Cela poſé, on voit aſſés que ſi ſes tremblemens qui ne doivent pas être ſenſibles, le ſont, ils choqueront l'oreille, tandis que dans la même perſonne les ſimples mouvemens de la Glotte pourront faire un effet qui plaiſe.

DIVERSES OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

I.

MONSIEUR Littre a fait voir le Pericarde d'un Homme de 30 à 35 ans, fortement adhérent au Cœur en toute son étenduë. Cet Homme avoit été tué d'un coup d'épée, & étoit mort un quart d'heure aprés le coup; circonstance qui marque assés qu'aux approches de la mort le Pericarde n'avoit pas eu le loisir de se vuider de la liqueur, que l'on prétend qu'il contient toûjours.

II.

M. Mery a fait les Observations suivantes sur la Matrice d'une femme morte 4 heures aprés être accouchée : 1°. Que le Corps de cette Matrice étoit musculeux. 2°, Qu'elle avoit 8 lignes d'épaisseur. 3°, Que sa surface interieure n'étoit point revêtüe de Membrane. 4°, Qu'elle n'avoit point de glandes. 5°, Que les embouchures des vaisseaux sanguins y étoient visiblement ouvertes. La troisiéme observation est fort remarquable.

III.

Un jour que l'on parloit de la difficulté de concevoir que les Esprits, qui gonfloient un Muscle pour produire un certain mouvement, en sortissent dans l'instant même que l'on vouloit faire un mouvement contraire, M. Varignon dît qu'il imaginoit qu'un Muscle ne continuoit un mouvement que parce que de nouveaux Esprits y couloient toûjours, & succedoient à ceux qui se dissipoient à chaque instant, que par là il surmontoit son Antagoniste, mais qu'aussitôt que l'on vouloit faire un mouvement contraire, il cessoit de couler de nouveaux Esprits dans ce Muscle, & qu'il en couloit dans l'Antagoniste, ce qui causoit le changement subit & instantanée de mouvement.

Pour le prouver, il rapporta qu'un Chat à qui on avoit ouvert le cou, & lié les nerfs de la 8e Paire, qui vont au Cœur & au Poumon, étoit mort dans l'instant sans aucun mouvement d'aucune partie de son corps, & étoit demeuré tout d'un coup aussi roide que s'il eût été mort depuis plusieurs jours. Le mouvement du cœur ayant été arrêté subitement & totalement, la filtration des Esprits dans le Cerveau, qui ne se peut faire que par l'impulsion continuelle du sang que le cœur y envoye, s'étoit arrêtée de la même maniere, & de là tout le reste s'ensuit selon la pensée de M. Varignon. On en peut conclure aussi que dans les autres corps morts, qui ne demeurent pas tout d'un coup aussi roides que celui du Chat, il doit rester encore, même aprés ce qu'on appelle la mort, un petit mouvement insensible du Cœur, du Sang, & des Esprits.

IV.

M. Mery a fait voir un Oeuf de Poule cuit, dont le blanc renfermoit un autre petit Oeuf, revêtu de sa coque & de sa membrane interieure, & rempli de la matiere blanche, sans jaune. Comme ce petit œuf avoit été donné cuit à M. Mery, il n'a pû remarquer s'il avoit un germe.

V.

Une Femme assés pauvre, accoûtumée depuis longtemps à boire beaucoup d'eau de vie, & de vin du plus commun, & qui, quoiqu'elle n'eût que 45 ans, étoit devenuë par là fort foible & presque hebetée, s'enyvra si fort, qu'elle en mourut aprés 12 heures d'yvresse. Pendant ce temps, elle fut sans connoissance, & sans parole, le visage pâle, les extremités froides, la poitrine oppressée, des mouvemens convulsifs, tantôt dans une partie, tantôt dans une autre, mais legers, & de peu de durée. Elle eut aussi une petite fiévre, qui cessoit & recommençoit de temps en temps, sans garder aucune regle.

M. Littre l'ouvrit. Il trouva tout le sang noir, grossier, & en partie caillé, la Rate, le Pancreas, le Foye,

les Reins, les Poumons, desséchés, squirreux, ou même pétrifiés en partie, une infinité de Glandes pétrifiées, & beaucoup plus grosses que dans l'état naturel, les Jugulaires, les Salivaires, celles de la Rate, & des Vaisseaux Spleniques, celles du Mesentere & des Lombes, celles des parties exterieures de la Tête, & quantité d'autres.

Le genre extraordinaire de vie, que menoit cette Femme, a paru à M. Littre la cause de tous ces accidens, & des circonstances de sa mort. Le mauvais vin, dont elle prenoit excessivement, est fort chargé de Tartre, & d'un Tartre grossier, qui par sa quantité & sa nature avoit produit trois mauvais effets. Il avoit fort épaissi le sang, diminué la capacité des tuyaux en s'attachant à leur surface interieure, comme à celle d'un Tonneau, & empêché la transpiration & la nourriture en bouchant leurs pores. Delà s'ensuit necessairement le desséchement des parties. Les Glandes grossissoient par des liqueurs amassées qu'elles ne filtroient plus, & se pétrifioient par l'endurcissement de ces liqueurs dont les plus subtiles parties s'échapoient. Les filtrations étant arrêtées pour la plus grande partie, & du reste fort diminuées, l'affoiblissement de toutes les fonctions tant spirituelles que corporelles n'est pas étonnant.

De cette même cause vinrent aussi la plûpart des circonstances de la mort, & il est aisé de les reconnoître. Ce qui produisit en differentes parties des mouvemens convulsifs, mais legers, & de peu de durée, c'est que comme le sang circuloit lentement, il s'en détachoit par intervalles des parties aqueuses, & avec elles des sels, mais grossiers & en petite quantité, qui picotoient des parties nerveuses, tantôt dans un endroit, tantôt dans un autre. Lorsque ces mêmes sels séparés du sang avec la serosité, se rencontroient, & qu'ils étoient de nature à exciter une fermentation, il survenoit une petite fiévre.

M. Littre a remarqué qu'Hippocrate dit dans l'Aphorisme 5[e] de la 5[e] Section, que *si un Homme yvre perd tout*

à

à coup la parole, il meurt en convulsion, à moins que la fiévre ne le prenne, ou qu'il ne recouvre la parole dans le temps que l'yvresse devroit cesser. Apparemment Hippocrate a entendu que le sujet fût sain d'ailleurs, ou que la fiévre fût forte & continuë, autrement l'Aphorisme ne s'appliqueroit pas à nôtre exemple.

VI.

L'ouverture de l'extrémité du Prépuce, qui doit être telle qu'elle puisse laisser le Gland découvert, étoit si extraordinairement petite dans un Enfant de 3 ans, qu'à peine y pouvoit-on introduire le bout d'un stilet extrémement délié. Cette mauvaise disposition s'appelle *Phimosis*, c'est à dire, resserrement, pareil à celui d'un sac lié avec une corde. L'Enfant faisoit jour & nuit de violents efforts pour uriner, & n'urinoit que peu, rarement, & par petites goutes. Il avoit le bout de la verge extrémement gros, & la gangrene paroissoit prête à s'y mettre, quand M. Littre fut appellé. Il fit faire une incision au prépuce par le côté, & ensuite en fit retrancher la partie qui excedoit l'extrémité du gland. D'une grande cavité que ce prépuce formoit, il en sortit un peu d'urine, & un nombre presque incroïable de pierres, les plus petites grosses comme des têtes d'épingles, & les plus grosses comme des pois, unies, grisâtres, friables, & qui se réduisoient aisément en petites parties à peu prés rondes. Il n'y a presque pas de doute qu'elles ne se fussent formées des parties les plus grossieres de l'urine qui étoient retenuës, tandis que la petite ouverture du prépuce ne permettoit qu'aux plus subtiles de sortir, & ce qui le confirme encore, c'est qu'aprés l'operation l'Enfant ne rendit plus de pierres. La playe qu'on lui avoit faite fut traitée selon les regles ordinaires, & il fut parfaitement gueri en trois semaines. C'étoit-là une espece de Circoncision que la nature rendoit necessaire.

VII.

Un Homme qui avoit vêcu en parfaite santé jusqu'à l'âge de 80 ans, étant mort d'une chute au bout d'une demi-

heure, M. Littre l'ouvrit, & fit les obſervations ſuivantes.

1°. La Membrane de la Rate étoit preſque toute oſſifiée, quoique la Rate, qui étoit petite, fût d'une bonne conſtitution. Les Tuniques de l'Artere Splenique, & celles des autres Arteres du ventre & des extrémités inferieures, étoient pareillement oſſifiées en beaucoup d'endroits.

2°. Les Cartilages du Larinx, & les anneaux cartilagineux de la Trachée, & d'une partie de ſes Bronches, l'étoient tout à fait.

3°. Dans les Vaiſſeaux ſanguins des parties ſuperieures, il n'y avoit nulle oſſification, horſmis dans les Coronaires Cardiaques. Le Cœur étoit fort grand, & les deux Arteres qui en ſortent, étant applaties, avoient chacune 2 pouces 5 lignes de diametre, le tout fort ſain.

4°. Le Pericarde contenoit dans ſa cavité environ une cueillerée d'une liqueur claire, & un peu blanche.

5°. La partie exterieure des deux Reins dans l'épaiſſeur d'une ligne & demie étoit compoſée de grains de figure ronde ou ovale, & d'une demi-ligne de diametre. Il y avoit à la ſuperficie exterieure du Rein droit une tumeur noirâtre, groſſe comme une noix, compoſée de grains de la même figure que les autres, mais deux ou trois fois plus gros, & remplis d'une liqueur urineuſe.

VIII.

Dans le corps d'une femme de 25 ans, morte 4 mois aprés être accouchée de ſon ſecond Enfant, M. Littre a vû le Pavillon de la Trompe droite de la Matrice attaché par toute ſa circonference à l'Ovaire du même côté, & embraſſant un Oeuf de 3 lignes de diametre, dont une partie étoit hors de l'Ovaire. Celle qui n'en étoit pas encore ſortie, étoit contenuë dans une eſpece de Calice, dont le fond étoit continu au corps de l'Ovaire. Ce Calice étoit parſemé en dehors de Vaiſſeaux ſanguins, & compoſé de deux ſubſtances differentes, dont l'interieure étoit glanduleuſe, & l'exterieure muſculeuſe. Ce que M. Littre

a vû en cette occasion est la partie la plus secrette du mistere de la génération de l'Homme, & celle où l'on a le plus de peine à surprendre la Nature dans son operation.

IX.

Un Homme, qui étoit hidropique, & avoit la jaunisse, étant mort 3 jours aprés la ponction, M. Mery fit voir à l'Academie un morceau de son Foye, dans lequel les Glandes paroissoient tres-distinctes, & revêtuës de leurs membranes propres. Quoiqu'elles fussent beaucoup plus grosses qu'à l'ordinaire, le Foye étoit plus petit qu'il ne l'est communément dans un âge parfait. La Vesicule du fiel étoit vuide, & ses membranes plus blanches que jaunes.

X.

M. Littre dissequant un Chien fut fort étonné de lui trouver l'Estomac dans la Poitrine, & placé au-dessus du Diaphragme. Au lieu du trou par où l'Oesophage traverse le Diaphragme pour se rendre dans l'Estomac, il y avoit une grande fente, dont les bords étoient cicatrisés, & paroissoient l'être depuis long-temps, & au lieu de l'Oesophage, c'étoit l'Intestin Duodenum qui passoit par ce trou. Comme il est toûjours attaché à l'orifice inferieur de l'Estomac, il alloit le trouver dans la cavité de la poitrine, ce qu'il ne pouvoit faire qu'en s'allongeant & en s'applatissant. M. Littre voulut voir si l'Estomac pourroit passer par la fente du Diaphragme, mais elle se trouva trop petite; & aprés une incision qu'il y fit, l'Estomac descendit à sa place naturelle, & l'Oesophage fut assés long pour ne s'y point opposer, ce qui marque que l'Estomac avoit été d'abord dans sa situation, & que quelque accident violent l'avoit fait passer par une déchirure ou fente du Diaphragme, qui ensuite s'étoit retrecie en se cicatrisant.

Mais quel avoit pû être cet accident? M. Littre en imagine deux, ou une convulsion extraordinaire de l'Oesophage, qui en se contractant avoit tiré l'Estomac à lui, ou une extrême contraction du Diaphragme & des Muscles

du ventre en même temps, car ces forces étant opposées, l'Estomac poussé en embas par le Diaphragme, & en enhaut par les Muscles du ventre, a dû aller en enhaut, même en déchirant le Diaphragme, dont la résistance est naturellement moindre que la force des muscles qui agissoient contre lui. On peut même supposer qu'alors cet Estomac étoit plein d'alimens solides, ce qui a dû fortifier son action contre le Diaphragme.

Quoiqu'il en soit, cet Estomac n'étant plus placé entre le Diaphragme & les Muscles du ventre, ces Muscles ne pouvoient plus, comme à l'ordinaire, concourir avec lui par leur contraction à broyer les aliments, & à les chasser dans les Intestins. Ils devoient donc séjourner trop long-temps dans l'Estomac, & par-là contracter quelque vice. D'ailleurs le Duodenum allongé & applati ne donnoit plus un passage assés libre aux aliments digerés. Enfin le Cœur & les Poûmons étoient fort incommodés dans leurs mouvements par cet Estomac, qui s'étoit venu loger dans la poitrine. De tout cela ensemble il auroit été facile de conclure, quand on ne l'auroit pas sçû d'ailleurs, que l'Animal devoit avoir la respiration difficile, & des palpitations de cœur, que plus il avoit mangé, plus ces incommodités devoient être grandes, qu'il devoit avoir de frequentes envies de vomir sans effet, & être toûjours fort maigre.

XI.

Une Demoiselle qui étoit à une Dame de Chartres alloit à la campagne dans une Charette, qui versa si malheureusement pour elle, qu'une des ridelles lui entra dans la tête du côté droit, cassa en plusieurs pieces l'os appellé *Bregma*, déchira la Dure-mere, & la Pie-mere, & causa un épanchement de la substance propre du Cerveau. La Demoiselle relevée de dessous la Charette marcha 15 à 20 pas, aprés quoi elle tomba en foiblesse, & perdit connoissance pendant 4 heures. L'épanchement de la substance du Cerveau continua les 6 premiers jours, & il se fit un tres-grand écoulement de serosités. Tout cela cessa le se-

ptiéme jour, & il parut un *fungus* ou champignon qui se formoit dans les déchirures des deux Membranes. Il fut traité selon les regles ordinaires. Pendant les 15 premiers jours, la Malade tomboit dans des assoupissemens profonds, & dans des rêveries, & elle eut un flux de ventre peu violent. La fiévre lui dura 50 jours, & enfin elle a été parfaitement guerie par les sieurs Piat & Cusmont Chirurgiens de Chartres. Il paroît par-là qu'il n'y a guere de blessures dont on doive desesperer.

XII.

M. l'Abbé de Louvois envoya à l'Academie la description & la figure d'un Enfant monstrueux né dans le Village des Masures, environ à 3 lieuës de Charleville. C'est une fille parfaitement bien formée & bien proportionnée, qui en porte une autre beaucoup plus petite, sans tête, & du reste assés bien formée, jointe à elle poitrine contre poitrine, depuis la partie superieure du Sternum où les Clavicules sont articulées jusqu'au Cartilage Xiphoïde, de sorte que tout le reste est separé, & que les deux pieds de la petite reposent sur le haut des cuisses de l'autre. La petite a ses conduits particuliers pour ses déjections aussi-bien que la grande, mais elle en rend beaucoup moins. Les deux n'avoient dans la Matrice de leur Mere qu'un seul Cordon ombilical, qui appartenoit à la grande, l'autre n'ayant point de nombril. Il y avoit 24 jours que ces deux Sœurs étoient nées, & elles vivoient encore lorsqu'on reçut cette Relation. Les deux bras, & les deux jambes de la petite étoient immobiles. La Mere n'avoit été frapée d'aucun objet ni d'aucune imagination extraordinaire. La jonction de deux Oeufs * ou Embrions est assés visible dans ce fait, & ce qui la prouve encore, c'est que la plus grande de ces deux Sœurs paroissoit avoir une oreille double, seul reste de la tête de la plus petite.

* V. l'Hist. de 1702. p. 28.

Nous renvoyons aux Memoires :

Les Remarques de M. Poupart sur les Moules. V. les M. p. 51.

V. les M. p. 245. La Deſcription d'une Exoſtoſe monſtrueuſe, par M. Mery.

V. les M. p. 418. Celle de deux Enfans monſtrueux unis enſemble, par M. du Verney.

V. les M. p. 472. Et celle d'un Squelette contourné, par M. Mery.



CHIMIE.

SUR UNE DISSOLUTION D'ARGENT.

V. les M. p. 102. SI on pouvoit réduire la Chimie, & en général la Phiſique à des eſpeces de formules univerſelles, qui continſſent tous les cas poſſibles, comme on y réduit les plus ſublimes Queſtions de la Geometrie moderne, on ſeroit en état de prévoir les changemens qui répondroient aux differentes ſuppoſitions qu'on voudroit faire, & ſouvent on verroit de tres-legers changemens dans les ſuppoſitions produire de tres-grandes variations dans les effets. Mais la Phiſique eſt trop vaſte, & trop peu connuë, du moins juſqu'à preſent, & l'experience ſeule nous enſeigne quel eſt le pouvoir des circonſtances pour varier les Phenomenes. M. Homberg en donne un exemple remarquable dans une Diſſolution d'Argent faite par le Diſſolvant de l'Or. Nous laiſſons à ſon Memoire toute l'hiſtoire du fait, & de la découverte, & nous n'en expoſerons ici que les principes.

L'Eſprit de Sel marin eſt le diſſolvant propre de l'Or, & l'Eſprit de Nitre eſt le diſſolvant propre de l'Argent. L'Eſprit de Sel mêlé avec l'Eſprit de Nitre n'en diſſout que mieux l'Or, c'eſt-là ce qui domine dans l'*Eau Regale*.

L'Esprit de Nitre mêlé avec l'Esprit de Sel ne dissout plus l'Argent. C'est l'Esprit de Nitre qui domine dans l'*Eau forte*.

Sur ces faits, M. Homberg a conçû avec assés de vraisemblance que les pores de l'Or, qui pese beaucoup plus que l'Argent, sont plus étroits, & les pointes de l'Esprit de Sel plus fines que celles de l'Esprit de Nitre; qu'elles le sont plus qu'il ne seroit absolument necessaire pour la petitesse des pores de l'Or; que l'Esprit de Sel uni avec l'Esprit de Nitre forme un corps de grosseur moïenne, encore capable d'entrer dans les pores de l'Or, d'y faire l'effet d'un Coin, & d'en écarter les parties solides; que l'Esprit de Sel étant uni avec l'Esprit de Nitre, son action est plus forte que s'il étoit seul, parceque selon les principes établis par M. Homberg dans ses Essais de Chimie *, l'Esprit de Nitre est accompagné & revêtu d'un souffre vegetal ou animal plus rarefié, plus volatil, plus actif que le souffre metallique attaché à l'Esprit de Sel; qu'enfin le composé de ces deux Esprits ne dissout point l'Argent, parceque le corps moïen qu'ils forment est encore trop délié pour les pores de ce metal, qu'il y est trop au large, & par consequent n'y fait pas une impression suffisante.

* V. les M. de 1702. p. 36. & suiv.

Ces principes étant admis, quels effets doit produire une Eau Regale composée d'Esprit de Sel, & d'Esprit de Nitre, mais en si petite quantité l'un & l'autre, qu'ils floteront séparément dans la liqueur, & ne se rencontreront pas assés souvent pour s'unir, du moins en un grand nombre de parties?

Cette Eau pourra être si foible qu'elle paroîtra ne point dissoudre l'Or, & qu'elle prendra seulement une teinture jaune, qui ne diminuëra point sensiblement le poids du metal. Elle ne dissoudra point non-plus l'Argent, à cause de sa foiblesse, & en général, elle ne dissoudra ni l'un ni l'autre de ces metaux, parceque lequel des deux qui soit mis dans cette liqueur, il y aura toûjours l'un des deux Esprits acides qui fera, pour ainsi dire, des efforts inutiles contre lui, & qui tiendra la place des parties de l'autre

Eſprit, qui auroient pû agir plus utilement. Mais ſi cette Eau Regale a diſſous l'Or autant qu'elle le peut diſſoudre, ſi elle en a tiré une teinture jaune, elle pourra enſuite diſſoudre l'Argent; car l'Eſprit de Sel, ſoit ſeul, ſoit uni avec l'Eſprit de Nitre, étant occupé à tenir diſſoutes ce peu de parties d'Or, il n'attaquera plus l'Argent, qui par conſequent recevant l'impreſſion d'une plus grande quantité de parties de l'Eſprit de Nitre ſeul, ſe laiſſera diſſoudre. Cette experience ne peut pas ſe renverſer, c'eſt à dire, que cette Eau Regale ne peut pas commencer par diſſoudre legerement l'Argent, & enſuite diſſoudre l'Or; la raiſon en eſt, que l'Eſprit de Nitre n'empêche pas l'Eſprit de Sel d'agir ſur l'Or, comme l'Eſprit de Sel empêche l'Eſprit de Nitre d'agir ſur l'Argent.

Il ſuit de tout cela que ſi l'Eſprit de Sel & l'Eſprit de Nitre que nous avons ſuppoſé qui flotoient ſéparément, viennent avec le temps à s'unir dans toutes leurs parties, la liqueur ne fera plus la fonction que d'Eau Regale, & ne diſſoudra plus que l'Or, au lieu qu'auparavant aprés avoir diſſous l'Or, elle diſſolvoit auſſi l'Argent.

On verra dans le Memoire de M. Homberg toute cette Experience, telle qu'elle lui a été preſentée par le hazard, & acompagnée du Merveilleux qui venoit de ce que les principes n'en étoient pas encore démêlés. Nous l'avons expoſée ici de la maniere qu'elle auroit pû être prévûë ſelon ces principes, mais on ne ſçait que trop que ce n'eſt pas ainſi que nos connoiſſances ont coûtume de proceder.

SUR LA NATURE DU FER.

LE Fer eſt de tous les Metaux celui qui a les plus grands uſages dans la pratique de la Medecine, & en même temps celui qui dans la Phiſique ſpeculative attire le plus la curioſité des Philoſophes, parcequ'il a ſa part aux Phenomenes de l'Aiman. M. Lemery le fils, &

M.

M. Homberg l'ont étudié tous deux, l'un par la Chimie ordinaire, l'autre par sa nouvelle Chimie, dont le seul fourneau est le Miroir ardent du Palais Royal.

Il résulte des operations de M. Lemery le fils que le fer est une matiere huileuse intimement unie à une terre. Selon lui, il n'entre point de sel acide dans cette composition, non que l'on ne puisse en trouver dans le fer, mais comme ce metal est assés indigeste, &, pour ainsi dire, grossierement travaillé par la Nature, il peut avoir des parties étrangeres, & qui n'appartiennent pas à sa veritable substance. Ainsi des Acides pourront être reçûs dans ses pores, sans être en aucune maniere principes de ce Mixte; & loin d'en être principes, M. Lemery fait remarquer qu'ils en sont les Dissolvants, c'est à dire les Destructeurs & les Ennemis. L'Esprit de Sel, l'Esprit de Nitre, & les autres Acides dissolvent le fer, & lorsqu'il se roüille, il est dissous ou par les Acides de l'Air, ou par ceux qu'il contenoit dans ses pores, & que l'eau ou quelqu'autre liqueur a mis en action. S'il se verifie dans la suite que les Acides soient exclus de la composition intime du fer, il faudra apporter une restriction à la formation du fer artificiel, dont on a parlé dans l'Hist. de 1704*, & reconnoître que les Acides qui y sont entrés n'y étoient pas necessaires.

V. les M. p. 119.

* p. 39.

Le Vitriol est du fer intimement mêlé avec un Esprit acide, & l'on fait avec ce mélange un Vitriol artificiel tout semblable au naturel. M. Lemery le fils ayant poussé l'une & l'autre espece de Vitriol à un grand feu, il en tira l'Esprit acide, accompagné d'une odeur de souffre commun tres-forte, & qui a duré plusieurs mois aprés la distillation. Le Vitriol calciné & devenu *Colcotar* ayant encore été mis à un feu de fonte tres-violent, qui lui fit jetter une nouvelle odeur de souffre, il resta enfin dans le Creuset une poudre noire, rarefiée, & que l'Aiman attiroit aussi fortement que le fer ou que l'Acier.

On sçait que le souffre commun est composé non-seulement d'une matiere huileuse, mais encore d'un Esprit aci-

de, ſans lequel la matiere huileuſe ne ſeroit pas inflammable. Il y a donc toute apparence que dans les Vitriols il ſe forme un ſouffre commun par l'union de l'Eſprit acide avec les parties huileuſes du fer, & que ce ſouffre ſe rend ſenſible à l'odorat par l'action du feu. La matiere noire qui reſtoit aprés toute l'operation étoit encore du fer, puiſqu'elle étoit attirée par l'Aiman, mais un fer ou entierement ou preſque entierement dépoüillé de ſa partie huileuſe. Auſſi il n'étoit plus malleable, car c'eſt ſa partie huileuſe qui lui donne la facilité de s'étendre ſous le marteau, mais il étoit devenu friable à peu prés comme une pierre, il n'étoit plus ou preſque plus diſſous par aucun acide, puiſque les acides qui fermentent violemment avec les huiles n'avoient plus de priſe ſur lui, & par la même raiſon il ne ſe roüilloit plus.

Les mêmes operations qui ont été faites ſur le Vitriol naturel & artificiel, l'ont été auſſi ſur de la roüille de fer, la plus parfaite que l'on ait pû trouver, & ont réüſſi de même à peu prés. Comme le Vitriol a plus d'Acide que la roüille, & que les parties huileuſes ne ſe détachent de ces Mixtes qu'à proportion de la quantité de l'Acide qui les enleve, il ſe détache plus de parties huileuſes du Vitriol que de la roüille, & par conſequent la matiere qui reſte de la roüille aprés les operations eſt plus en état d'être encore diſſoute imparfaitement par quelques Acides. Il paroît donc que le fer ſe décompoſe, & même aſſés facilement, eu égard à la difficulté de décompoſer d'autres Metaux. C'eſt par-là qu'il devient utile dans la Medecine, & apparemment les bons effets que l'on en retire ſont dûs à ſa partie huileuſe ſeparée de la terre par les operations Chimiques qui ſe font dans le corps humain.

M. Lemery ayant donné aux uſages medicinaux la partie huileuſe du fer, il donne la partie terreuſe aux phenomenes magnetiques; non pas que toute ſorte de terre y doive être propre, il faut pour cela une diſpoſition tres-particuliere des pores, & peut-être eſt-ce la matiere huileuſe qui les moule ainſi qu'il eſt neceſſaire. Delà

M. Lemery conjecture que l'Aiman pourroit avoir été originairement du fer, dont la chaleur de la terre auroit enlevé la partie huileuse. En effet, il n'en faudroit pas davantage pour faire toute la difference d'un Metal tel que le fer à une Pierre telle que l'Aiman, & l'on sçait combien le fer & l'Aiman se ressemblent d'ailleurs.

Pourquoi donc le fer dépoüillé de son huile, & mis dans l'état où M. Lemery l'a eu par ses experiences, n'attire-t-il pas ainsi que l'Aiman? Ce fer est en poudre, & le meilleur Aiman réduit en poudre n'attire pas non-plus. La cause en est aisée à imaginer; il ne se forme pas de Tourbillon autour de chaque petit grain, ou il ne s'en forme pas qui soit assés fort. Il ne s'en forme pas non-plus autour de tous les grains ensemble, qui n'ont entr'eux aucune suite de pores reguliere. La poudre d'Aiman qui a perdu la vertu d'attirer, est toûjours attirée précisément comme la terre du fer.

Si du fer dépoüillé de sa partie huileuse n'étoit pas en poudre, & que d'ailleurs il fût assés long-temps exposé au courant de la matiere magnetique pour en amasser & en retenir un Tourbillon autour de soi, il deviendroit selon ce sistême un veritable Aiman. C'est aussi ce que M. Lemery prétend être arrivé à quelques morceaux roüillés d'une barre de fer qui étoit au Clocher de Chartres. Les acides de l'air, ou les acides étrangers logés dans les pores du metal en avoient dissous la partie huileuse de la superficie, la chaleur du Soleil avoit avec le temps enlevé & les dissolvants & ce qu'ils tenoient dissous, & la matiere magnetique qui circule autour du globe terrestre, avoit assés long-temps passé dans ce fer privé de son huile. Dans la pensée de M. Lemery le fils, le fer n'est pas changé en Aiman par la roüille, il est seulement disposé à ce changement, & il faut qu'ensuite il se déroüille, c'est à dire que l'huile dissoute par l'acide se détache du fer. Quoique M. d[illegible]ire, ainsi que nous l'avons rapporté dans l'Hist. de 1[illegible]05 ait attribué le changement à la roüille, les deux * p. 7.
opinions ne seront peut-être pas difficiles à concilier.

V. les M. p. 158.

D'un autre côté, M. Homberg a examiné le fer par le Verre ardent. Nous laissons entierement à son Memoire le détail des Experiences, qui ne peut ni ne doit être abregé, à cause d'un trop grand nombre de petites circonstances délicates, & toutes importantes. Les principales consequences qui naissent des observations de M. Homberg, sont :

1°. Que le fer a une certaine quantité de matiere huileuse superfluë, qui se separe de la partie veritablement metallique, & cela confirme ce que nous avons dit cy-dessus, que ce Metal étoit mal digeré, & mal travaillé.

2°. Que cette matiere huileuse ou le souffre du fer, se joignant au Charbon, ou à quelque matiere de cette nature, est inflammable. Peut-être est-ce là un effet de l'union de ce souffre avec les acides du Charbon.

3°. Que le souffre du Cuivre est inflammable comme celui du fer, mais non-pas le souffre de l'Or ou de l'Etain, quoique l'Or, le Cuivre & l'Etain soient trois Metaux fort sulphureux. Il y a beaucoup d'apparence que sans le Miroir ardent on ne parviendroit pas à reconnoître des differences si fines entre les principes intimes de la composition des Metaux.

SUR LA NATURE DU MIEL.

V. les M. p. 171.

On ne croit plus, comme les Anciens, que le Miel soit formé de la Rosée qui est tombée sur les fleurs, & on ne le prend plus pour une production de l'air, & pour un present du Ciel. Les Abeilles ne le ramassent qu'aprés le lever du Soleil, & lorsqu'il n'y a plus de rosée, & il faut que ce qu'elles vont prendre sur les fleurs soit ou une liqueur qui s'y est préparée, & qui en sort par des vaisseaux particuliers, ainsi que la Manne sort du Frêne de Calabre, ou plutôt la poussiere fine & déliée des *Etamines* des fleurs ; car, selon les observations que M. du Verney

en a faites autrefois, on ne voit les Abeilles s'attacher qu'à ces Etamines, & non aux endroits d'où il peut sortir quelque liqueur.

M. Lemery a examiné la nature du Miel par les analises Chimiques. Il en a pris de differents païs, de Narbonne, de Champagne, & de Normandie; le Miel diminuë en bonté selon l'ordre où ces lieux viennent d'être nommés, mais les analises sont peu differentes.

Les trois quarts de la substance du Miel s'en vont en liqueur par la distillation. De cette liqueur, qui change selon les degrés du feu, & la durée de l'operation, il y en a plus d'un quart qui n'est qu'une eau insipide au goût, & cependant acide en elle-même, puisqu'elle rougit le Tournesol, presque tout le reste est une eau sensiblement acide qu'on appelle Esprit de Miel; il ne vient que fort peu d'Huile. Le quart de la substance du Miel qui demeure solide, est un charbon noir & leger, qui lorsqu'on le met tremper dans l'eau, y boüillonne comme de la Chaux. On en tire par la lixiviation un peu de sel Alcali.

De tout ce qui sort du Miel, rien n'en conserve le goût, ni même un goût approchant, & il n'y a pas lieu d'en être surpris; la saveur, ainsi que toutes les autres proprietés des Mixtes, dépend d'une certaine liaison des principes. M. Lemery croit que *le doux* vient d'un mêlange intime d'un Acide avec un souffre ou une huile qui le tempere & le corrige. Il prouve cette pensée par l'exemple du sucre de Saturne, ainsi nommé pour sa douceur. C'est du Plomb; metal insipide de lui-même, mais tres-sulfureux, dissous par un Acide. Il n'est pas toûjours aisé à l'Art, ni de faire un mêlange assés intime des deux matieres qui composent le doux, ni d'en rencontrer précisément la dose.

M. Lemery a voulu éprouver si l'Esprit de Miel rectifié dissout l'Or & d'autres Métaux, comme l'ont écrit plusieurs Chimistes. Il a trouvé que cet Esprit tiroit de l'Or une teinture jaunâtre, & du Cuivre un peu d'odeur sans teinture, qu'il penetroit le fer, le Plomb & le Mercure, mais non-pas l'Argent ni l'Etain.

SUR LE FER DES PLANTES.

V. les M. p. 411.
LEs operations de M. Lemery ſur le Miel rapportées dans l'Article précédent, lui ont fourni une Réponſe à la Queſtion que M. Geoffroy propoſa dans l'Hiſt. de 1705*, *s'il peut y avoir des Cendres de Plantes ſans fer?* Nulle matiere tirée des Plantes ne paroît devoir être plus exempte de fer que le Miel, qui n'eſt qu'un Extrait fort délicat des fleurs, travaillé encore dans les Viſceres du petit corps de l'Abeille; cependant M. Lemery aprés avoir pris toutes les précautions poſſibles contre le fer, qui auroit pû ſurvenir par accident, & ſe mêler dans ſes operations, a trouvé dans le Charbon noir qui eſt reſté des diſtillations du Miel, de petits grains que l'Aiman attiroit.

* p. 64. & 65.

Il y a plus. M. Lemery le fils en a trouvé auſſi dans le Caſtoreum, qui eſt une matiere animale.

Il faut donc, ou que quelqu'autre matiere que le fer puiſſe être attirée par l'Aiman, ou qu'il ſe forme du fer par la calcination qui fait les Cendres, ou qu'enfin il ſoit réellement contenu dans les Plantes, & même dans quelques parties d'Animaux. M. Lemery le fils tient pour le dernier parti.

Ces grains tirés des Plantes, & ſur leſquels l'Aiman agit, ſe fondent au Miroir ardent préciſément de la même maniere, & avec les mêmes circonſtances que de la limaille de fer. Pourquoi donc ne ſeroient-ils pas de veritable fer?

On doit préſumer qu'ils en ſont, ſi rien n'empêche de le croire, & c'eſt en ſuivant ce raiſonnement que M. Lemery le fils répond à toutes les difficultés qu'on pourroit oppoſer. Quelque étroits que ſoient les tuyaux des Plantes, il prouve que le fer ſe peut diviſer en aſſés petites parties pour y paſſer aiſément. Quelque peſant qu'il ſoit, il peut s'y élever, étant diſſous dans une liqueur. Il eſt inconteſtable que des parties de terre s'y élevent.

Une recherche plus particuliere ſur la facilité du fer à s'élever, a produit à M. Lemery le fils une experience curieuſe. Sur une diſſolution de limaille de fer par l'Eſprit de Nitre, contenuë dans un Verre, il a verſé de l'Huile de Tartre par défaillance ; la liqueur s'eſt fort gonflée, quoiqu'avec une mediocre fermentation, & peu de temps aprés qu'elle a été repoſée, il s'en eſt élevé des eſpeces de branchages, attachés à la ſuperficie du Verre, qui continuant toûjours à s'étendre & à croître l'ont enfin entierement couverte, & ſe ſont même répandus enſuite ſur la ſuperficie exterieure. La figure de branchages eſt ſi parfaite, qu'on y apperçoit juſqu'à des eſpeces de feüilles & de fleurs, & cette vegetation de fer peut auſſi legitimement être appellée *Arbre de Mars* qu'une vegetation de Mercure, quoique differente, a été appellée Arbre de Diane. Si la liqueur qui en montant ſe répand hors du verre ſans ſe mettre en branchages, y eſt reverſée, elle recommence bien-tôt à monter, & ſe durcit en rameaux, ſoit en tout ou en partie ; de ſorte qu'il n'y a qu'à reverſer dans le Verre ce qui eſt demeuré liquide, & à la fin le tout ſe conſume à la formation de l'Arbre. Il y a quelque legere varieté d'effet qui dépend de la doſe de la diſſolution du fer, & de l'Huile de Tartre.

L'extrême volatilité de cette liqueur ne peut être attribuée qu'au fer, puiſque certainement l'Eſprit de Nitre, & l'Huile de Tartre mêlés enſemble ne produiroient pas une ſemblable vegetation. Par-là, M. Lemery le fils n'a pas de peine à comprendre que du fer diſſous dans la Terre par des Acides s'éleve juſqu'au haut des Plantes, & que peut-être il aide à l'élevation de la ſeve ; il comprendroit même que la figure que le fer prend naturellement en s'élevant dans le Verre, peut contribuer à celle des Plantes où il eſt enfermé, & que c'eſt lui en partie qui leur fait jetter des branches ; mais cette penſée eſt encore trop nouvelle, & même trop contraire à pluſieurs apparences aſſés fortes, pour être propoſée ſans beaucoup de défiance. Il eſt bon qu'on en hazarde quelquefois de cette

espece, comme les Medecins hazardent des Remedes, mais il faut à leur exemple y apporter les précautions necessaires.

SUR L'ANALISE DE DEUX PLANTES MARINES.

V. les M. p. 507.

VOici un des premiers fruits de l'union de l'Academie des Sciences avec la Societé Royale de Montpellier établie en 1706 par le Roi. M. Matte, l'un des membres de cette Societé, ayant envoyé à M. Geoffroy le détail de l'Analise qu'il avoit faite d'une espece de *Lithophyton*, ou Plante pierreuse née dans la Mer, M. Geoffroy fut surpris de ce qu'elle avoit donné autant de sel volatil urineux qu'auroit pû faire une matiere *animale*, quoiqu'il soit constant jusqu'ici par toutes les experiences des Chimistes, que les matieres vegetales en donnent beaucoup moins. La curiosité de M. Geoffroy ayant été excitée par cette nouveauté, il fit l'Analise d'une Eponge de la moïenne espece, autre Plante marine, & il en tira autant de sel volatil que l'on en tire de la soye, celle de toutes les matieres animales qui en donne le plus. Les Chimistes sont persuadés que les Poissons en rendent ordinairement moins que les Animaux terrestres, mais en récompense voilà des Plantes de Mer, qui en ont plus que celles de la Terre.

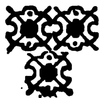
OBSERVATION CHIMIQUE.

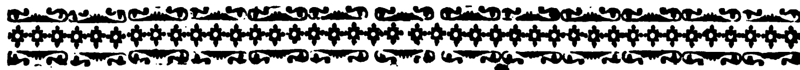
MOnsieur Lemery ayant examiné par les épreuves Chimiques une Eau minerale qui est dans le Jardin de M. Billet au Fauxbourg S. Antoine, & qui commence à

à avoir de la réputation, a trouvé qu'elle contenoit un ſel nitreux, mêlé avec une terre entierement argilleuſe, ou ſulphureuſe. Il ne croit pas cette terre entierement inutile pour la vertu de l'eau; car étant intimement unie avec le ſel, comme elle l'eſt, elle fait une eſpece de ſavon doux, qui rend l'eau plus capable de fondre & de diſſoudre les humeurs, que ſi elle ne contenoit que le ſel.

NOus renvoyons entierement aux Memoires la ſuite des Eſſais de Chimie de M. Homberg. V. les M. p. 260.

CEtte année M. Lemery publia ſon *Traité de l'Antimoine*, annoncé dans le premier Volume de nos Hiſtoires, & depuis dans tous les autres juſqu'à celui-ci. Comme l'Antimoine eſt un des principaux objets de la curioſité des Chimiſtes, &, ce qui eſt encore plus important, l'un des plus grands Remedes de la Medecine moderne, M. Lemery a jugé à propos de l'examiner à fond, & d'y épuiſer tout l'art de la Chimie. Les Diſſolutions, les Sublimations, les Diſtillations, & les Calcinations de ce Mineral, combiné avec toutes les matieres dont on a pû eſperer quelque effet, diviſent tout l'Ouvrage en quatre parties. M. Lemery n'a pas negligé même de rapporter les operations qui n'ont pas réüſſi, pour en épargner la peine à d'autres Chimiſtes, & prévenir des deſſeins inutiles, ou du moins, pour faire voir en quelles circonſtances elles ne réüſſiſſent pas. L'exactitude & la ſincerité, ſi rares juſqu'à preſent en Chimie, doivent relever le prix de cet Ouvrage.





BOTANIQUE.

MOnsieur Marchand continuant des Descriptions de Plantes qui doivent composer un Ouvrage particulier, a lû celles de la *Persicaria maculosa, & non maculosa*, du *Hyoscyamus Syriacus*, du *Buphtalmum Dioscoridis*, & de l'*Iris Persica variegata præcox.*

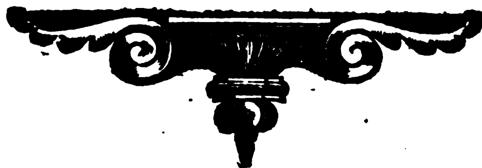
MOnsieur Tournefort a lû aussi les Descriptions de la *Vitis Idæa*, & de la *Thymelæa Pontica*, qui sont réservées pour la Relation de son Voyage de Levant.

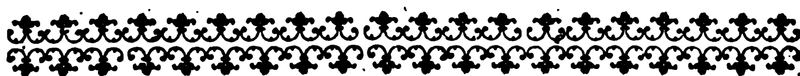
NOus renvoyons aux Memoires

V. les M. p. 83. De nouveaux Genres de Plantes, que M. Tournefort joint à ceux qu'il a déja donnés l'année précédente.

V. les M. p. 87. La suite de la Description des Plantes d'Auvergne, commencée en 1705, par M. Chomel.

V. les M. p. 333. Les Experiences que M. Marchand a faites sur la vertu de la Racine de la Grande Valeriane sauvage pour l'Epilepsie.





ALGEBRE.

SUR UNE METHODE GENERALE POUR LA RESOLUTION DES EQUATIONS.

IL est aisé de s'appercevoir que l'Algebre est encore assés imparfaite. Nous avons déja dit dans l'Hist. de 1705 * qu'il n'y a de formule absolument générale que pour les Equations du second degré, que la formule de celles du troisiéme tombe souvent dans le cas irreductible, & par consequent, quoique générale en apparence, cesse de l'être, que le quatriéme degré, qu'il faut abaisser au troisiéme, en a les inconveniens, & qu'enfin hors du quatriéme il n'y a plus de formule. Mais on peut encore faire d'autres reflexions sur les défectuosités de l'Algebre. V. les M. p. 296. * p. 82. & 83.

Dans une Equation du second degré, dés que les nombres qui y entrent avec la lettre inconnuë sont un peu grands, la formule engage à un long & ennuyeux calcul. C'est encore beaucoup pis dans le troisiéme degré. Il faut former des quarrés & des cubes; tirer ensuite plusieurs racines quarrées & cubiques, &c. Il y a telle Equation, & du nombre de celles qu'on peut fort naturellement rencontrer dans des recherches geometriques, qui demanderoit des journées entieres de calcul.

Dans ce même degré, l'application de la formule générale à des cas particuliers ne donne souvent pour valeurs de l'inconnuë que des grandeurs irrationelles, quoique ces mêmes valeurs soient effectivement rationelles. La raison en est que des grandeurs irrationelles combi-

nées enſemble de differentes manieres peuvent être égales à quelque grandeur rationelle, & par conſequent la même grandeur peut paroître ſous deux formes, ou ſous ſa forme rationelle, qui eſt la plus naturelle, & la ſeule que l'eſprit puiſſe ſaiſir nettement, ou ſous la forme irrationelle, qui la rend tres-difficile à reconnoître, & preſque inintelligible, juſqu'à ce qu'elle ſoit reconnuë. Or telle eſt la formule du troiſiéme degré qu'elle donne le plus ſouvent une valeur rationelle ſous une forme irrationelle, & aprés que la réſolution de l'Equation n'a produit que cette valeur rationelle ainſi déguiſée, c'eſt un nouveau travail que de la démêler de deſſous les envelopes qui la couvroient.

Il y a encore plus. La même raiſon qui fait qu'une grandeur rationelle peut paroître ſous une forme irrationelle, fait auſſi qu'une grandeur *réelle* peut paroître ſous une forme *imaginaire*, c'eſt à dire, être exprimée par certaines combinaiſons de grandeurs imaginaires. Or toute grandeur imaginaire renfermant eſſentiellement une contradiction, elle eſt abſolument inintelligible à l'eſprit, ce que ne ſont pas les grandeurs irrationelles, dont on a du moins une idée confuſe & obſcure ; toute grandeur de cette eſpece eſt purement chimerique, & même quand le réel eſt combiné & mêlé avec l'imaginaire, de quelque maniere qu'il le ſoit, il en eſt, pour ainſi dire, ſoüillé à tel point qu'il devient pareillement imaginaire. La formule du troiſiéme degré donne ſouvent ſous une forme imaginaire une grandeur qui ne laiſſe pas d'être veritablement réelle, & alors c'eſt le cas qu'on appelle *irreductible*, parceque le calcul eſt entierement arrêté, & que l'on n'a juſqu'ici ni aucune autre formule, ni aucun moïen de démêler le réel que cette formule couvre d'une apparence imaginaire. On peut obſerver ici en paſſant que Tartalea, Auteur Italien du ſeiziéme Siécle, & l'un des premiers qui ait travaillé à l'Algebre, a inventé la formule du troiſiéme degré, & que le nœud qui l'arrêta dans le cas irreductible n'a point encore été dénoüé depuis lui.

On ſçait aſſés qu'en fait de Methodes il y a un certain fil ou une certaine veine à prendre, qu'il faut avoir l'adreſſe ou le bonheur de la rencontrer, & qu'autrement une matiere qui auroit pû être facile eſt toute heriſſée de difficultés ou d'inconvenients. Sur ce fondement, on peut ſoupçonner que les principes de la réſolution des Equations n'ont pas été trop heureuſement trouvés, & qu'il y en a d'autres plus naturels. Quoiqu'il en ſoit, M. de Lagni en propoſe de nouveaux, dont il avoit déja donné quelque idée *. Nous en rapporterons ici ce qu'ils contiennent de plus facile; & de plus neceſſaire pour l'intelligence du tout.

* V. l'Hiſt. de 1705. p. 82. & ſuiv.

Une Equation du ſecond degré étant propoſée, ou une Equation du troiſiéme dont le ſecond terme eſt évanoüi, ce qui eſt toûjours aiſé, elle a trois termes, l'un qui eſt le quarré ou le cube de l'inconnuë, l'autre le produit de cette même inconnuë par un nombre donné (on appelle ce nombre *le coëfficient*) enfin le troiſiéme qui eſt l'homogene de comparaiſon. Si dans le ſecond degré le quarré de l'inconnuë, plus 2 fois ſon produit, par exemple, eſt égal à un grand nombre ou homogene de comparaiſon, comme 100, il eſt aiſé de voir d'un premier coup d'œil que le quarré de l'inconnuë ne doit guere differer de 100, puiſque pour égaler 100 il ne lui faut qu'un auſſi petit ſecours que le produit de cette même inconnuë par 2. Si donc on neglige ce produit qui eſt le ſecond terme, & qu'on égale ſimplement le quarré de l'inconnuë à 100, on trouve l'inconnuë égale à 10, nombre, à la verité, un peu trop grand, ce qu'on voit en remettant 10 au lieu de l'inconnuë dans l'Equation, mais auſſi 9 ſeroit trop petit, & delà on conclut neceſſairement que l'inconnuë eſt un nombre irrationel entre 9 & 10, mais plus prés de 9 que de 10, parce qu'en ſuppoſant 9 pour l'inconnuë on approche plus de l'Equation donnée qu'en ſuppoſant 10. Dans cet exemple, aprés qu'on a égalé immediatement le quarré de l'inconnuë à 100, il vaut mieux ne conclure l'inconnuë qu'égale à 9, & non-pas à 10, car par ce moïen on tient com-

pte de ce qu'on a negligé le second terme.

Il paroît donc que quand l'homogene est le terme *dominant*, ainsi que l'appelle M. de Lagni, c'est à dire, lorsque c'est un grand nombre par rapport au coëfficient, on peut negliger le second terme, sauf à y avoir égard d'ailleurs, & par-là tout l'embarras de l'Equation est ôté, puisque l'inconnuë n'y monte plus à differents degrés.

Ce sera la même chose en un sens contraire si le coëfficient est le terme dominant par rapport à l'homogene. Il faudra negliger le quarré de l'inconnuë, qui sera necessairement fort petit. Ainsi si le quarré de l'inconnuë plus le produit de cette même inconnuë par 144 est égal à 12, on voit que le quarré de l'inconnuë étant negligé, elle seroit égale à $\frac{11}{12}$, que $\frac{1}{12}$ est une trop grande valeur, parce qu'enfin le quarré negligé, quoique fort petit, est quelque chose, que $\frac{1}{13}$ seroit aussi une trop petite valeur, & par consequent que celle qu'on cherche est une fraction irrationelle entre $\frac{1}{12}$ & $\frac{1}{13}$; car, comme nous l'avons dit dans l'Hist. de 1705 *, quand la haute puissance de l'Equation n'a point de coëfficient, ou de nombre qui la multiplie, si la racine est une fraction, ce ne peut être qu'une fraction irrationelle.

* p. 86. & 88.

Tout cela s'applique de soi-même aux Equations du troisiéme degré.

Pour juger lequel est le terme dominant, ou du coëfficient, ou de l'homogene, il ne suffit pas de voir lequel est le plus grand en lui-même, il faut voir lequel est le plus grand en son espece. Dans une Equation du second degré, où par consequent tous les termes sont des plans, l'homogene est un plan numerique, & le coëfficient n'est qu'un nombre lineaire, qui multipliant l'inconnuë fait un plan. Il faut donc, si l'homogene domine, qu'il soit plus grand comme nombre plan, que le coëfficient ne l'est comme nombre lineaire. Un nombre plan doit naturellement être conçû comme coupé en tranches de deux en deux chiffres, un nombre solide de trois en trois, au lieu qu'un nombre lineaire a autant de tranches que de chif-

fres, & par consequent l'homogene ne peut dominer qu'il n'ait non seulement plus de chiffres, mais plus de tranches que le coëfficient, & par la même raison le coëfficient pourroit dominer, quoiqu'il eût moins de chiffres que l'homogene. Ce sera la même chose dans le troisiéme degré, l'homogene étant coupé de trois en trois.

S'il arrive que ni le coëfficient ni l'homogene ne dominent l'un sur l'autre, on a les regles ordinaires. Cependant M. de Lagni ne laisse pas de rappeller encore ce cas-là à sa methode.

Lorsqu'une des racines ou valeurs de l'Equation est trouvée, M. de Lagni donne une regle pour trouver l'autre.

Nous ne le suivrons pas dans l'application qu'il fait de ses Principes au cas irreductible, qui a été jusqu'ici l'écueil de l'Algebre. On verra toute cette matiere tournée d'un autre côté que celui par où elle étoit envisagée, & sans doute l'esperance de dompter le cas irreductible, inutilement attaqué depuis si long-temps, ne pouvoit être permise, à moins que l'on ne prît une maniere toute nouvelle de l'attaquer.

GEOMETRIE.

SUR LES GRANDEURS QU'ON NOMME PLUSQU'INFINIES.

Lorsqu'une Grandeur est exprimée par une fraction, dont je suppose pour plus de facilité que le Numerateur soit constant; si le Dénominateur a deux termes V. les M. p. 13.

dont le ſecond ſoit variable, & en même temps retranché du premier, il peut arriver trois cas differens. Ou ce ſecond terme du Dénominateur ſera plus petit que le premier, comme il doit l'être naturellement, puiſqu'il en eſt retranché, ou il lui ſera égal, ou il ſera plus grand. Dans le premier cas, le Dénominateur ſera poſitif & fini, & la Grandeur exprimée par la fraction ſera pareillement finie; dans le ſecond cas, le Dénominateur ſera Zero, ou plûtôt infiniment petit; & comme un Diviſeur infiniment petit d'une Grandeur finie quelconque doit donner un Quotient infiniment grand, la Grandeur exprimée par la fraction ſera infiniment grande, puiſqu'elle eſt le Quotient de la fraction, ou, ce qui eſt le même, de la diviſion propoſée. Dans le troiſiéme cas, le Dénominateur eſt negatif & fini; mais ſi on conçoit les Grandeurs negatives comme moindres que Zero, ce Dénominateur ou Diviſeur plus petit que Zero, doit donner un Quotient plus grand que celui qu'a donné le Diviſeur égal à Zero, & par conſequent la Grandeur exprimée par la fraction ſera *plus qu'infinie*. La variation de ſon Dénominateur l'aura donc fait paſſer ſucceſſivement par ces trois états ou *ordres* differents, fini, infini, plus qu'infini.

Je les appelle ordres differents pour mieux déterminer l'idée qu'il en faut prendre. Car ce qu'on nomme ici plus qu'infini, ce n'eſt pas une grandeur infinie plus grande qu'une autre infinie; les grandeurs infinies peuvent être plus grandes ou plus petites les unes que les autres, ſelon tous les rapports poſſibles des nombres, & cela ſans ſortir de l'ordre de l'infini, de même que les grandeurs finies ne ſortent pas de l'ordre du fini pour varier entr'elles ſelon tous ces rapports. Mais ce qu'on entend par des grandeurs plus qu'infinies, ce ſont des grandeurs qui étant ſorties de l'ordre de l'infini doivent s'élever à un ordre ſuperieur, comme font les grandeurs finies lorſqu'elles paſſent à l'ordre de l'infini.

La nature de l'Hiperbole ordinaire conſiderée par rapport à ſes Aſimptotes, conſiſte en ce que le produit d'une

Ordonnée

Ordonnée quelconque & de son Abscisse, est toûjours égal au quarré d'une grandeur constante. L'essence de cette équation, & ce qui la caracterise particulierement, est d'avoir d'un côté un produit de deux grandeurs indéterminées & variables, & de l'autre une puissance de la grandeur constante seule, & si l'on imagine que le quarré de l'une des deux grandeurs variables multiplié par l'autre soit égal au cube de la grandeur constante, on aura une équation du même genre, & par consequent une Hiperbole, mais une Hiperbole d'un degré plus élevé que l'Hiperbole commune. Il est visible qu'on peut pousser cette idée si loin qu'on voudra, & avoir une infinité d'Hiperboles de differents degrés.

On sçait que l'espace compris entre l'Hiperbole ordinaire & ses Asimptotes, quoiqu'il aille toûjours en décroissant, s'étend à l'infini, & de plus est infini, c'est à dire plus grand que tout espace fini & déterminable, car ces deux choses sont differentes, & un espace toûjours décroissant qui s'étendroit à l'infini, pourroit n'être que fini, ou, ce qui est le même, égal à un espace fini. C'est ainsi que la somme de tous les termes de la progression harmonique décroissante à l'infini, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, &c. est infinie, & que la somme de toute progression geometrique infinie décroissante, telle que $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, &c. n'est que finie.

M. Wallis considerant l'Hiperbole ordinaire entre ses Asimptotes, & d'autres Hiperboles d'un degré plus élevé posées entre les mêmes Asimptotes, qui leur peuvent être communes, paroît avoir conçû trois especes d'Hiperboles, dont l'une avoit son espace asimptotique fini, la seconde infini, la troisiéme plus qu'infini, ou s'il n'en a conçû que deux especes, il a crûque, hors l'Hiperbole ordinaire, elles avoient toutes une partie de leur espace asimptotique finie, & l'autre plus qu'infinie.

Mais M. Varignon, tout accoûtumé qu'il est aux merveilles de l'Infini, refuse celle-là. Il examine les Hiperboles de M. Wallis, & en tire les conclusions suivantes.

Une Hiperbole cubique, si l'on veut, ayant le même

sommet & les mêmes Asimptotes que l'Hiperbole ordinaire, s'approche toûjours plus qu'elle d'une de ces Asimptotes, & s'éloigne davantage de l'autre. Du côté de l'Asimptote dont elle s'approche davantage, son espace asimptotique n'est pas infini comme celui de l'Hiperbole ordinaire, mais fini quoiqu'infiniment étendu; du côté de l'autre Asimptote, son espace asimptotique est infini, aussi-bien que celui de l'Hiperbole ordinaire, & il est plus grand. En général toutes les Hiperboles, excepté l'Hiperbole ordinaire, ont leur espace asimptotique fini d'un côté, & infini de l'autre, & M. Wallis ayant trouvé pour la partie infinie de cet espace une expression positive, & pour l'autre une expression negative, a crû que cette seconde expression donnoit une quantité plus qu'infinie, au lieu qu'elle ne representoit précisément que la partie finie de l'espace, prise du côté opposé à la partie infinie.

C'est-là tout l'effet du signe *moins* dans les grandeurs negatives. Il renverse leur position, & la rend contraire à celle des grandeurs positives. Du reste les unes & les autres sont également finies. Il faudroit pour le plus qu'infini de M. Wallis que les grandeurs negatives fussent au-dessous de Zero, & moindres que rien, mais c'est-là une idée absolument incomprehensible. Il est fort naturel au contraire de concevoir qu'aprés qu'un dénominateur infiniment petit a rendu infinie une fraction telle que nous l'avons supposée d'abord, un dénominateur negatif la fait redevenir finie, mais contraire à ce qu'elle étoit auparavant, c'est à dire que si, par exemple, elle exprime une ligne ou un espace, cette ligne ou cet espace ont une position contraire à celle qu'ils avoient.

C'est ainsi qu'il faut entendre ce que M. Carré a fait voir pag. 20 dans son Livre du Calcul Integral, que l'Hist. de 1700 * annonça. Il y démontre que tous les espaces asimptotiques sont ou finis, ou infinis, ou plus qu'infinis. Or nous sçavons presentement que le plus qu'infini n'est que fini, & même M. Carré en se servant du terme de plus qu'infini eut soin d'avertir qu'il n'employoit cette

* p. 100. & suiv.

expression que parcequ'elle étoit devenuë commune, & promit qu'il y auroit quelque jour sur cette matiere un éclaircissement, qui est celui que M. Varignon vient de donner.

SUR LA METHODE DES INFINIMENT PETITS

Pour les Maxima *&* Minima.

LE Livre de l'Analise des Infiniment petits a été fait d'une maniere si sçavante & si sublime qu'on y peut souvent desirer des éclaircissements, mais aussi c'est tout ce qu'on y peut desirer, & les Réponses qu'on a faites aux differentes Objections proposées contre les Methodes de ce Livre, n'ont jamais été que des éclaircissemens, qui en ont confirmé les Principes. V. les M. p. 24.

Il est visible que la Tangente quelconque d'une Courbe est l'hipotenuse d'un triangle rectangle dont les deux autres côtés sont la Soûtangente, & l'Appliquée menée à la Courbe par le point où la Tangente la touche. On suppose cette Appliquée perpendiculaire à l'axe. Tout ce qu'on cherche en cherchant une Tangente, ne peut être que sa grandeur, & l'angle qu'elle fait sur l'axe de la Courbe, & l'un & l'autre dépend du rapport qu'ont entr'eux les deux autres côtés du triangle dont elle est l'hipotenuse. Si l'Appliquée & la Soûtangente sont égales, la Tangente est la racine du double du quarré de l'une des deux, & elle fait avec l'axe un angle de 45 degrés. Plus la Soûtangente est grande par rapport à l'Appliquée, plus la Tangente est longue, & plus elle s'incline à l'axe, de sorte qu'à la fin elle lui devient infiniment inclinée, ou, ce qui est la même chose, parallele, & en même temps infinie, lorsque la Soûtangente est infinie par rapport à l'Appliquée. Au contraire, si la Soûtangente est nulle par rap-

port à l'Appliquée, la Tangente n'eſt qu'égale à l'Appliquée, & elle eſt infiniment peu inclinée à l'axe, ou, ce qui eſt le même, perpendiculaire. Si l'on avoit donc pour tous les points d'une Courbe quelconque le rapport de la Soûtangente & de l'Appliquée, on auroit toutes les Tangentes des Courbes en général.

Par la Geometrie des Infiniment petits, on trouve que l'infiniment petit de l'Appliquée quelconque d'une Courbe eſt à l'infiniment petit de l'Abſciſſe qui lui répond, comme l'Appliquée eſt à la Soutangente ; voilà donc ce rapport que l'on cherchoit découvert par les principes qui ſont particuliers à cette Geometrie, il n'y a plus qu'à tirer de l'Equation d'une Courbe quelconque ces deux infiniment petits, & à conſiderer comment ils ſont entre eux. Quand ils ſont égaux, la Tangente eſt inclinée de 45 degrés à l'axe, & l'on trouve, par exemple dans l'Hiperbole équilatere qu'ils ne peuvent jamais être égaux, que quand cette Courbe s'eſt étenduë à l'infini, d'où il ſuit que la Tangente qu'elle a a cette extrémité infiniment éloignée du ſommet, ou, ce qui eſt la même choſe, ſon Aſimptote eſt inclinée à l'axe de 45 degrés. Afin qu'une Tangente ſoit parallele ou perpendiculaire à l'axe, ou, ce qui eſt le même, parallele à l'un des deux axes *conjugués*, il faut que l'un des deux infiniment petits ſoit nul par rapport à l'autre, ce qui eſt une ſuite de ce que nous avons dit ſur l'Appliquée & la Soûtangente.

Toutes les fois que la Tangente eſt parallele à l'un des deux axes conjugués, l'Appliquée qui lui répond eſt ou la plus grande ou la plus petite des Appliquées qui la précédent & qui la ſuivent, du moins dans une certaine étenduë de la Courbe. C'eſt ce qu'on appelle en Geometrie des *Maxima* & *Minima*. Pour déterminer les points où il s'en trouve dans quelque Courbe que ce ſoit, M. de l'Hôpital a avancé que dans ces points-là l'un des deux infiniment petits devenoit nul par rapport à l'autre, ou, ce qui eſt la même choſe, que leur rapport étoit nul ou infini.

Ce rapport est toûjours exprimé par une fraction, dont par conséquent ou le numerateur ou le dénominateur devenu nul détermine les plus grandes ou les plus petites Appliquées. C'est-là la regle de M. de l'Hôpital, il l'a donnée pour générale, & ne l'a appliquée qu'à un petit nombre d'exemples assés simples. D'autres exemples ausquels on l'a appliquée depuis ont fait naître des difficultés que le Livre de M. de l'Hôpital n'a pas indiquées expressément, & M. Guisnée a entrepris de les lever toutes ensemble. Par-là non-seulement il conserve à la Regle son universalité, mais il la met dans un plus grand jour, & la rend plus incontestable. Voici le précis de ses reflexions.

1°. On ne sçait si l'Appliquée que la Regle détermine est *un plus grand*, ou *un plus petit*. Cela ne se peut connoître qu'en décrivant la Courbe, ou en examinant la valeur d'une Appliquée prise arbitrairement avant ou aprés celle qu'on a trouvée.

2°. Si le numerateur de la fraction qui exprime le rapport des deux infiniment petits, étant supposé nul, ou égalé à Zero, la nouvelle équation qui en résulte a plusieurs racines réelles, il y aura autant de points de la Courbe qui donneront des plus grands, ou des plus petits, ce qui est évidemment possible, car une Courbe peut s'écarter de son axe jusqu'à un certain point, ensuite s'en rapprocher, aprés cela recommencer à s'en écarter, &c.

3°. Ce sera la même chose si le dénominateur étant égalé à Zero, l'équation a plusieurs racines réelles.

4°. M. de l'Hôpital n'a cherché dans tous les exemples qu'il apporte que des plus grands ou plus petits finis, & ce sont en effet les seuls dont il soit question ordinairement. Mais si l'on veut compter pour plus grands ou plus petits ceux qui seront infiniment petits, ou infiniment grands, la Regle les comprend aussi. Dans la Parabole, par exemple, le rapport de l'infiniment petit de l'Ordonnée à l'infiniment petit de l'Abscisse est le même que celui du Parametre au double de l'Ordonnée, d'où il suit que l'un

des infiniment petits ne peut être nul par rapport à l'autre, si le Parametre n'est nul par rapport au double de l'Ordonnée, ou si le double de l'Ordonnée n'est nul par rapport au Parametre. Or le Parametre qui est toûjours une ligne finie & constante ne peut être nul par rapport au double de l'Ordonnée, si l'Ordonnée n'est devenuë infiniment grande, ce qui ne peut arriver à moins que la Parabole qui s'écarte toûjours de son axe ne s'en soit écartée à l'infini, & par consequent ne se soit étenduë à l'infini. De même le double de l'Ordonnée ne peut être nul par rapport au Parametre, à moins que l'Ordonnée ne soit nulle, ce qui n'arrive qu'au point où la Parabole rencontre son axe; c'est à dire enfin que cette Courbe a une Appliquée infiniment petite à son sommet, & une autre infiniment grande à son extrémité infiniment éloignée du sommet, mais qu'elle n'a nulle Appliquée finie plus grande ou plus petite que celles qui la précédent & la suivent. Comme l'infiniment petit de l'Ordonnée devenu nul par rapport à celui de l'Abscisse donne une Tangente parallele, & que celui de l'Abscisse devenu nul par rapport à l'autre donne une Tangente perpendiculaire, il s'ensuit qu'au sommet de la Parabole où son Ordonnée est infiniment petite la Tangente est perpendiculaire, & qu'à l'extrémité de cette Courbe où l'Ordonnée seroit infiniment grande, la Tangente seroit parallele.

5°. Si le numerateur & le dénominateur sont tels qu'ils puissent l'un & l'autre devenir nuls, & que les deux équations qui en résulteront déterminent differents points de la Courbe, elle aura dans tous ces points, en quelque nombre qu'ils soient, des plus grands ou des plus petits, les uns qui répondront à des Tangentes paralleles, & ce seront ceux que le numerateur aura donnés, les autres qui répondront à des Tangentes perpendiculaires, & ce seront ceux qu'aura donnés le dénominateur.

6°. Mais si le numerateur & le dénominateur étant égalés à Zero, les deux équations déterminent le même point de la Courbe, M. Guisnée fait voir qu'alors la Courbe a

deux *rameaux* qui se coupent en ce point-là, & que chacun y est oblique à l'axe commun. Cette obliquité suit necessairement du Sistême des Infiniment petits. Car toutes les fois que les deux infiniment petits de l'Ordonnée & de l'Abscisse ont un rapport fini l'un à l'autre, ils déterminent dans la Courbe au point qui leur répond une position oblique à l'égard de l'axe. Or deux grandeurs ont toûjours entr'elles un rapport fini tant qu'elles sont toutes deux du même genre, c'est à dire ou infinies, ou finies, ou infiniment petites du premier genre, ou infiniment petites du second, &c. Donc les deux infiniment petits dont il s'agit qui étoient du premier genre étant devenus tous deux infiniment petits du second en même temps, ou à l'égard du même point de la Courbe, ont encore entr'eux un rapport fini, & par consequent déterminent une portion oblique de la Courbe sur l'axe en ce point-là. Donc ce cas ne doit point être compris dans la Regle des plus grands ou plus petits, & en effet l'Ordonnée qui répond à l'intersection des deux rameaux, appartenant en même temps à tous les deux, n'est un plus grand ou un plus petit ni pour l'un ni pour l'autre; mais ce même cas doit être compris, & il l'est aussi, dans la Regle des Tangentes, qui doit donner toutes les positions de la Courbe à l'égard de l'axe en quelque point que ce soit. C'est-là le cas qui a pû faire le plus de difficulté sur les deux Regles en même temps, jusqu'à ce que l'on ait vû avec autant d'évidence qu'on le voit aujourd'hui, à laquelle des deux il se rapporte, & combien il entre naturellement & necessairement dans le Sistême général.

Voilà quels sont les principaux éclaircissements que M. Guisnée donne sur la Regle des plus grands & plus petits, & il semble que tous les cas ayant été prévûs par la methode des combinaisons, il ne puisse plus survenir aucune difficulté nouvelle; car on ne peut pas compter pour des difficultés qui appartiendroient à la Geometrie de l'Infini, des embarras de calcul qui naîtroient de l'Algebre ordinaire, qu'il y faut necessairement appliquer.

SUR LE RAPPORT DES FORCES CENTRALES A LA PESANTEUR DES CORPS.

V. les M. p. 178. * p. 84. & suiv. ** p. 80. *** p. 73. **** p. 347.

LEs Histoires de 1700*, 1701**, 1703***, 1705****, ont exposé toute la Theorie de M. Varignon sur les Forces centrales, non seulement selon differentes vûës & differens tours Geometriques, mais encore selon toutes les hipotheses Phisiques, qui peuvent être employées à expliquer la Nature, ou même imaginées à plaisir. Mais cette Theorie si vaste ne roule que sur differentes forces centrales comparées entre elles, ou, ce qui revient au même, sur les rapports d'une même force centrale agissant inégalement en differens instants, & c'est à cet égard que le sujet est *épuisé*, ainsi que nous l'avons dit dans l'Hist. de 1703, & repeté dans celle de 1705. Il reste à sçavoir quelles sont absolument & en elles-mêmes ces forces dont on connoît les rapports, il reste à les pouvoir évaluer en livres, & pour cela, il faut les comparer à la pesanteur des Corps, que l'on suppose toûjours connuë de cette maniere. Aprés cette comparaison faite, le sujet est épuisé à tous égards.

Tout mouvement en ligne Courbe, par exemple, le mouvement elliptique d'une Planete autour du Soleil, peut être conçû comme composé de deux mouvemens plus simples, ou, ce qui revient au même, produit par deux causes. L'une imprime à la Planete un mouvement selon une ligne droite indéfinie, qui traverseroit le Tourbillon, comme une corde traverse un Cercle, & par consequent s'éloigneroit toûjours du Soleil depuis un certain point; l'autre cause qu'on peut imaginer comme inhérente au Soleil retire la Planete vers ce centre ou foyer, & agit par une ligne droite qui fait avec la premiere un angle quelconque. Il n'importe que cette seconde cause

soit

ſoit dans le Soleil même, ou que ce ſoit la matiere du Tourbillon qui repouſſe la Planete vers cet Aſtre, l'effet ne change point, & quoique la premiere idée ſoit la moins conforme à la Phiſique, nous la préfererons, parce que l'imagination la ſaiſit mieux.

La premiere des deux cauſes, d'où naît la compoſition, eſt la tendance naturelle & génerale de tous les Corps à ſe mouvoir en ligne droite, dés qu'ils ſe meuvent; la ſeconde eſt la force centrale qui tire les Planetes vers le Soleil. Par conſéquent la Planete à chaque inſtant infiniment petit de ſon cours tend en vertu de la premiere cauſe à décrire une certaine ligne droite infiniment petite, mais elle eſt en même temps tirée vers le Soleil par la force centrale qui agit ſelon une autre ligne droite, & n'agit dans cet inſtant que d'une quantité infiniment petite, & par conſéquent le mouvement inſtantanée de la Planete eſt une Diagonale entre ces deux lignes droites infiniment petites. Et comme les deux cauſes qui font le mouvement compoſé agiſſent perpetuellement, & que la Planete qui en vertu de la premiere cauſe tend à continuer en ligne droite le mouvement du premier inſtant, en eſt détournée dans le ſecond par la force centrale, il s'enſuit que les deux Diagonales infiniment petites de ces deux inſtants, & par la même raiſon celles de tous les autres, ne *ſont point poſées bout à bout* en ligne droite, & par conſéquent forment une Courbe.

C'eſt la force centrale qui à chaque inſtant détourne le Corps de la ligne droite qu'il tendoit à décrire, & c'eſt uniquement à elle qu'il faut rapporter la deſcription de la Courbe; elle eſt donc d'autant plus grande & plus puiſſante que le Corps eſt plus difficile à détourner de la ligne droite, & qu'elle l'en détourne davantage, & cela, à chaque inſtant qu'elle agit. Il eſt impoſſible d'imaginer d'autres principes d'où dépende la grandeur de la force centrale. Examinons-les tous deux.

1°. Un Corps eſt plus ou moins difficile à détourner de la ligne droite, ſoit par lui-même, ſoit par la direction

de ſon mouvement. Plus la quantité de mouvement d'un corps eſt grande, plus il eſt difficile de lui imprimer un mouvement different, cela eſt clair. Or la quantité de mouvement d'un corps eſt le produit de ſa maſſe ou peſanteur par ſa vîteſſe, & par conſequent plus un corps eſt peſant & ſe meut vîte, plus il eſt difficile à détourner de la ligne droite, & cela, *par lui-même*. Mais il faut encore conſiderer, que moins la direction de la force qui le détourne eſt contraire à la direction par laquelle il tend à ſe mouvoir en ligne droite, moins elle a de pouvoir pour l'en détourner, & pour lui faire décrire un arc de Courbe, ou, ce qui eſt la même choſe, moins elle agit avantageuſement, & par conſéquent il faut qu'elle ſoit en elle-même d'autant plus grande. Car que l'on imagine la force centrale agiſſant par la même ligne droite que le corps tend à décrire, il eſt clair qu'elle n'a alors nul pouvoir pour lui faire décrire une Courbe, & que tout ſon effet eſt ou de hâter le mouvement du corps, ſi elle tire dans le même ſens dont il ſe meut, ou, ſi c'eſt le contraire, de le retarder, & même de l'arrêter. Ce n'eſt donc que quand ſa direction eſt entre ces deux termes oppoſés qu'elle peut détourner le Corps de ſa ligne droite, & moins ſa direction eſt éloignée de l'un ou de l'autre de ces termes, moins elle agit avantageuſement pour faire décrire la Courbe. Delà il ſuit auſſi que cette direction n'étant jamais plus éloignée des deux termes enſemble, que quand elle eſt perpendiculaire à la ligne droite par laquelle le corps tend naturellement à ſe mouvoir, c'eſt alors que la force centrale a le plus d'avantage.

2°. La Courbe que le Corps décrit étant ſuppoſée, il eſt manifeſte que la force centrale eſt d'autant plus grande, que le corps doit être plus détourné de la ligne droite pour être ramené ſur la circonference de cette Courbe, au point que l'on conſidere alors.

En raſſemblant tous les principes ſelon leſquels la force centrale augmente ou diminuë à chaque inſtant, on trouve la peſanteur du corps, ſa vîteſſe, la direction de la force

centrale comparée à la ligne droite par laquelle le corps tend à se mouvoir, la grandeur de l'écart que cette force fait faire au corps pour le remettre sur la Courbe. Il doit donc y avoir une Equation algebrique de la Force centrale, & de ces 4 principes dont elle dépend, & comme la pesanteur en est un, on aura par là le rapport de la force centrale à la pesanteur.

Mais pour avoir cette Equation, il faut que les idées metaphisiques que nous venons d'exposer soient exprimées geometriquement, & algebriquement. Il est bon qu'une Metaphisique génerale précede le calcul, le dirige, & l'éclaire, mais ensuite c'est le calcul qui donne la précision & les détails.

La pesanteur ne s'exprime que par elle-même. C'est une force qu'on suppose connuë, & toûjours constante.

La vitesse d'un corps à un point quelconque de la Courbe qu'il décrit, s'exprime par la grandeur d'une ligne verticale d'où il auroit dû tomber pour acquerir selon le Sistême ordinaire de l'acceleration une vîtesse égale à celle qu'il a au point que l'on considere.

La ligne droite par laquelle le corps tend à continüer de se mouvoir à chaque instant, est la Tangente du point de la Courbe où il se trouve alors, & cette Tangente, selon la Geometrie des Infiniment petits, est l'arc infiniment petit de la Courbe décrit dans cet instant. Du centre où se rapporte la force centrale, & d'où nous supposons qu'elle agit, on tire aux deux extrémités de cet arc deux lignes droites ou *rayons*, ensuite un arc circulaire infiniment petit décrit de ce même centre détermine la difference infiniment petite de ces deux rayons, & par là se forme un triangle rectangle dont l'hipotenuse est le petit arc de la Courbe, & les deux autres côtés, l'arc circulaire, & la difference des deux rayons. Cette difference est la direction par laquelle la force centrale agit alors, & l'arc de la Courbe est la direction selon laquelle le corps tend à continüer de se mouvoir en ligne droite dans l'instant suivant. Donc les deux directions sont d'autant

moins contraires que ces deux lignes infiniment petites qui les repreſentent ſont moins éloignées de concourir & de ſe confondre enſemble, & il eſt aiſé de voir qu'elles le ſont d'autant moins que l'arc de la Courbe eſt plus grand par rapport à l'arc circulaire qui détermine la difference des rayons, de ſorte que ſi cet arc circulaire devient nul, les deux directions ne ſont plus que la même. Donc le rapport de la direction de la force centrale à celle ſelon laquelle le corps tend à continüer de ſe mouvoir en ligne droite, s'exprime par le rapport du petit arc de la Courbe à cet arc circulaire.

Enfin l'écart que la force centrale fait faire au corps pour le remettre ou le tenir ſur la circonference de la Courbe, eſt d'autant plus grand que la Courbe en ce point là eſt plus courbe. Or, comme nous l'avons expliqué dans l'Hiſtoire de 1704*, une Courbe eſt d'autant plus courbe à un point quelconque que le rayon de ſa Dévelopée eſt alors plus petit, & par conſéquent plus le rayon de la Dévelopée eſt petit au point de la Courbe que l'on conſidere, plus la force centrale doit être grande à ce point-là.

* p. 78.

Il eſt manifeſte que de ces 4 principes, les deux premiers, qui ſont la peſanteur & la viteſſe, ſont incapables de devenir infiniment grands, ou infiniment petits, mais que les deux derniers le peuvent devenir, & les cas qui en réſultent meritent d'être examinés de plus prés.

Puiſque la force centrale agit d'autant moins avantageuſement, pour faire décrire la Courbe, & par conſéquent a beſoin d'être d'autant plus grande, que ſa direction eſt moins éloignée de ſe confondre avec celle par laquelle le corps tend à continüer de ſe mouvoir en ligne droite, il s'enſuit que ſi ces deux directions ſont infiniment peu éloignées de ſe confondre, ou, ce qui eſt le même, ſe confondent, la force centrale a beſoin d'être infiniment grande par rapport à la peſanteur. Or les deux directions, telles que nous les avons expliquées cy-deſſus, ſe confondent, quand celle de la force centrale eſt une Tangente

de la Courbe; car le petit arc de la Courbe qui eſt la direction par laquelle le corps tend à continüer de ſe mouvoir en ligne droite, eſt alors auſſi la direction de la force centrale. Donc la force centrale doit être infiniment grande pour agir. Et en effet, puiſque l'on conçoit que ſa fonction perpetuelle eſt de détourner le corps de la ligne droite, & de lui faire décrire la Courbe ſuppoſée, il faudroit qu'elle eût cette vertu à un degré infini, pour la pouvoir encore exercer lorſqu'elle ne combat plus du tout par ſa direction celle du corps, & qu'au contraire elle le met elle-même ſur la même ligne droite. Mais comme il eſt impoſſible qu'une force centrale ſoit réellement infinie, non plus que la peſanteur, ce cas-là eſt pareillement impoſſible. Auſſi quelle que ſoit la Courbe que décrivent les Planetes, on voit que la force centrale qui les tire, & qui doit être dans le Soleil, n'agit jamais par une Tangente de cette Courbe, puiſque ni à un Cercle, ni à une Ellipſe, ni à aucune autre Courbe de cette nature on ne peut tirer une Tangente d'ûn point pris au dedans de leur circonference. Que ſi par une eſpece de jeu geometrique, on imagine, comme a fait M. Varignon, que la force centrale réſide dans un point pris au dehors de quelqu'une de ces Courbes, il s'enſuivra neceſſairement que quand le Corps ſera arrivé à un point où la direction de la force centrale ſoit Tangente, cette force, parce qu'elle ne peut être infinie, ne pourra continüer davantage à faire mouvoir le corps ſur la Courbe.

Ce principe qui donne lieu d'imaginer, du moins geometriquement, la force centrale comme infiniment grande par rapport à la peſanteur, ne donne pas lieu de l'imaginer dans le cas oppoſé comme infiniment petite dans le même ſens, c'eſt-à-dire comme appliquée ſi avantageuſement, que quoi qu'infiniment petite, elle puſt encore agir. Les deux directions qui peuvent être infiniment peu contraires, ne peuvent pas être infiniment contraires, car quant à l'effet de la deſcription de la Courbe, elles ne peuvent jamais l'être davantage que lorſqu'elles ſont perpendiculaires

l'une à l'autre, ce qui n'eſt que fini, & a une meſure finie.

La Geometrie s'accorde ici, comme par tout ailleurs, avec la pure Theorie metaphiſique. Les deux directions ſont repreſentées par le petit arc de la Courbe, & par le petit arc circulaire qui détermine la difference des deux rayons. Dans le cas où la force centrale devroit être infiniment grande, on voit le petit arc circulaire qui eſt nul par rapport au petit arc de la Courbe, ce qui, comme on ſait, donne un infiniment grand. Mais jamais le petit arc de la Courbe ne peut devenir nul par rapport au petit arc circulaire; car quand le petit arc de la Courbe eſt le plus petit qu'il puiſſe être, il eſt égal au petit arc circulaire, & cela arrive perpetuellement dans le Cercle, d'où il ſuit qu'une force centrale qui en occupe le centre agit toûjours perpendiculairement, & avec tout l'avantage poſſible.

Il reſte à examiner par rapport à l'infini le quatriéme principe. On en doit conclurre que ſi la Courbe devient infiniment peu courbe, c'eſt-à-dire, qu'en deux ou pluſieurs points conſecutifs, elle ne ſoit qu'une ligne droite, la force centrale eſt infiniment petite, ou agit infiniment peu. En effet, puiſque la Courbe n'eſt qu'une ligne droite dans cette étenduë ſuppoſée, la force centrale n'a pas beſoin d'agir ſur le corps pour la lui faire décrire, car il la décriroit de lui même par ſa ſeule tendance naturelle à ſe mouvoir en ligne droite.

On pourroit peut-être penſer ici que par la même raiſon la force centrale ſeroit infiniment petite, lorſque ſa direction s'accorde avec la direction ou tendance naturelle du corps, mais il y a une tres-grande difference entre les deux cas. La deſcription de la Courbe, en tant que Courbe, eſt l'effet de la force centrale. Quand cette force agit ſur le corps de maniere à ne lui plus faire décrire une Courbe, il faudroit pour lui en faire décrire une malgré cela qu'elle eût une puiſſance, & une efficace infinie. Mais quand la Courbe étant toûjours décrite a une certaine partie qui n'eſt qu'une ligne droite, il n'eſt point be-

ſoin de force centrale pour la deſcription de cette partie.

Si la Courbe eſt infiniment courbe, la force centrale qui écarte donc infiniment le corps d'une ligne droite, eſt infiniment grande.

On ſait que quand une Courbe eſt infiniment peu courbe en quelques points, le rayon de ſa Dévelopée eſt infiniment grand, & qu'il eſt infiniment petit, quand elle eſt infiniment courbe, & il ſe trouve par le calcul que quand ce rayon eſt infiniment grand, ou infiniment petit, la force centrale devient infiniment petite ou infiniment grande ſelon les deux cas que nous venons de marquer. Mais comme il ne peut y avoir réellement dans la nature aucune force centrale infiniment grande ou infiniment petite, ne fuſt-ce que pendant quelqûes inſtants, il ne peut y avoir aucune Courbe décrite en vertu d'une force centrale, & qui ait le rayon de ſa Dévelopée égal en quelqu'un de ſes points à Zero, ou à l'Infini.

Pour mieux comprendre comment l'action de la force centrale varie dépendamment de la courbure de la Courbe, il faut obſerver encore plus préciſément en quoi conſiſte cette action, & cela même répandra un nouveau jour ſur cette matiere.

L'action de la force centrale ne conſiſte qu'en ce qu'à chaque inſtant infiniment petit elle remet ſur la Courbe un corps, qui tendoit à continuer de ſe mouvoir en ligne droite ſelon la direction de l'arc infiniment petit de la Courbe qu'il avoit décrit pendant l'inſtant précedent, ou, ce qui eſt la même choſe, ſelon la Tangente de la Courbe à ce point. Si on prend donc une partie infiniment petite de cette Tangente qui réponde à l'inſtant ſuppoſé, & que de ſon extrêmité on tire ſur la Courbe une petite droite ſelon la direction de la force centrale, cette petite ligne ſera le chemin que la force centrale fait faire au corps, & tout l'effet de ſon action. Or il eſt aiſé de démontrer que cette petite ligne eſt un infiniment petit du ſecond *genre*, au lieu que la partie correſpondante de la Tangente en eſt un du premier, & par conſequent tout

l'espace parcouru en vertu de la force centrale dans un instant infiniment petit, n'est qu'un infiniment petit du second genre.

* p. 90.
Nous l'avions déja prouvé dans l'Histoire de 1700.* mais nous en allons donner ici un exemple sensible.

La Pesanteur, par laquelle tombe en l'air un corps abandonné à lui-même, & qui n'a nulle autre cause de mouvement, est une force centrale, qui ne fait point décrire une Courbe, parce qu'elle n'est compliquée avec aucune autre cause. Toute la vitesse, que le corps a acquise au bout d'un temps fini quelconque, lui vient uniquement de la pesanteur; & puisqu'au bout d'un temps fini cette vitesse est finie, il ne pourroit dans un temps infiniment petit recevoir de la même cause qu'une vitesse infiniment petite. Or la vitesse n'étant que le rapport de l'espace au temps, elle ne peut être infiniment petite si l'espace n'est infiniment petit par rapport au temps; donc le temps étant supposé un infiniment petit du premier genre, il faut pour une vitesse infiniment petite que l'espace parcouru soit un infiniment petit du second, donc dans un temps infiniment petit l'espace parcouru en vertu de la pesanteur, ou de toute autre force centrale est un infiniment petit du second genre.

Si l'on veut pousser cette idée plus loin, quoique sans necessité par rapport au sujet present, on verra qu'il s'en ensuit que dans un temps fini la vitesse causée par la pesanteur est infiniment plus grande qu'elle n'étoit, que parconsequent il faut rendre l'espace parcouru infiniment plus grand, c'est-à-dire qu'il doit être un infiniment petit du premier genre, & qu'enfin la vitesse d'un temps fini s'exprime par le rapport d'un espace infiniment petit du premier genre, à un temps infiniment petit du même genre, ce qui effectivement donne une grandeur finie.

Puisque l'espace parcouru dans un temps infiniment petit en vertu d'une force centrale finie est un infiniment petit du second genre, il est évident que la force centrale

trale devroit être infinie, quand cet espace parcouru dans le même temps deviendroit par la nature de la Courbe que le corps décriroit un infiniment petit du premier genre. Or il est demontré qu'il le devient, soit quand la direction de la force centrale concourt avec la direction naturelle du corps, soit quand le rayon de la Dévelopée est égal à Zero. Pareillement, ce même espace devient nul, ou, ce qui est la même chose, un infiniment petit du troisiéme genre, quand le rayon de la Dévelopée est infini. Aussi la force centrale est-elle alors nulle.

Il ne faut pas croire que quand ces suppositions d'infini ne peuvent avoir lieu dans des applications réelles, ce soient pour cela des chimeres Geometriques. Elles servent toujours à faire voir les bornes dans lesquelles le réel est compris, & jusqu'où il ne peut monter ou descendre.

De ce que nous avons dit de l'action de la force centrale, & de la tendance naturelle du corps à se mouvoir en ligne droite, il s'ensuit que chaque petit arc de la Courbe décrit par le corps dans un temps infiniment petit, est une ligne resultante de la composition de deux mouvements, l'un par lequel le corps tend à continuer de se mouvoir en ligne droite selon la direction du petit arc précedent qu'il vient de décrire, l'autre par lequel la force centrale le rappelle sur la Courbe en lui faisant décrire un espace infiniment petit du second genre. Or toute ligne resultante de la composition de deux mouvements est droite, si ces deux mouvements sont *uniformes*, & courbe, si l'un des deux ne l'est pas, mais *acceleré* ou *retardé*. C'est par cette raison qu'un corps pesant poussé horisontalement en l'air décrit toûjours une Courbe, qui resulte de son mouvement horisontal uniforme, & de son mouvement vertical & acceleré, imprimé par la pesanteur. Un mouvement est necessairement acceleré, quand il est produit par une même cause toujours appliquée au corps sur lequel elle agit, parce qu'à chaque instant elle augmente toujours l'effet de l'instant précedent.

C'est ainsi que toute force centrale est supposée agir, & par consequent la petite ligne resultante du mouvement uniforme qu'auroit le corps libre, & de l'action de la force centrale, est courbe, quoi qu'infiniment petite. Cette petite ligne est un arc infiniment petit de la Courbe qui se décrit, voilà donc une Courbe dont toutes les parties infiniment petites sont elles-mêmes courbes.

Ce cas est remarquable dans la Geometrie des Infiniment petits, où l'on regarde ordinairement toutes les Courbes comme des Poligones infinis dont tous les côtés sont des lignes droites infiniment petites. Il est vrai que dans la Theorie des Dévelopées on avoit déja consideré les Courbes comme composées d'arcs circulaires infiniment petits; mais ici la composition des mouvements peut fort naturellement être telle, que les petites lignes courbes qui en resulteront ne seront point des arcs circulaires, & enfin voilà une nouvelle necessité de regarder quelquefois les Courbes comme formées d'élements courbes.

V. l'Hist. de 1701. p. 80.

Cependant si l'on veut les considerer, même dans ce cas là, comme formées d'élements droits, M. Varignon en donne un moyen fort facile. Galilée a démontré que si un corps qui est tombé d'une certaine hauteur, se meut ensuite uniformément avec toute la vitesse acquise par sa chute, il parcourra en un temps égal le double de l'espace qu'il avoit parcouru. Par là, on change aisément en espaces parcourus d'un mouvement uniforme tous ceux qui avoient été parcourus d'un mouvement acceleré, & si on prend le double du petit espace qui appartient à la force centrale, & que par son extrêmité on tire une Tangente à la Courbe, la Diagonale du parallelogramme formé par ces deux lignes sera une ligne droite, & en même temps un arc infiniment petit de la Courbe. De cette seconde supposition naissent toutes les mêmes consequences que de la premiere.

Toute cette Theorie posée, il en resulte cette proposition générale

tous les deux font également compris dans la formule générale ; seulement le second demande un peu plus de Geometrie & de calcul.

Si on veut que les rayons de la force centrale au lieu de concourir tous dans un même point à une certaine distance de la Courbe, ne concourent qu'à une distance infinie, c'est à dire soient paralleles, le changement qui naît de cette supposition dans les Courbes que l'on considere se presente d'abord. Le Parallelisme n'est qu'un cas particulier du concours des Lignes.

On pourroit même supposer, comme a fait M. Varignon dans l'Histoire de 1703* que plusieurs forces centrales agiroient ensemble sur un même corps, & que du mélange de leurs différentes actions resulteroit une certaine Courbe. M. Varignon étend sans peine sa régle générale à cette hipothese. Il donne aussi le moyen de comparer les forces centrales, & les pesanteurs de differens Corps mûs sur une même, ou sur differentes Courbes, ou d'un même Corps mû sur des Courbes differentes.

* p. 73. & suiv.

Enfin pour ne laisser rien échaper à sa Methode, il fait voir comment on en peut tirer, outre le rapport de la force centrale à la pesanteur, celui de cette force à elle-même en differens points de la Courbe, ou, ce qui est la même chose, celui de l'inégalité de son action, qu'il avoit donné en 1700 indépendamment de la pesanteur.

SUR LES ISOPERIMETRES.

V. les M. p. 235.

VOici le Problême qui causa entre deux illustres Freres cette espece de procés, dont on a parlé dans l'Histoire de 1705*. M. Bernoulli, maintenant Professeur en Mathematique à Basle, envoya à l'Academie au mois de Janvier 1701, un Paquet cacheté, intitulé, *Methodes pour la Solution du Problême des Isoperimetres*, & recommanda en même temps qu'il ne fût ouvert qu'aprés que feu

* p. 146. & 147.

M. Bernoulli son frere auroit publié son Analise de ce même Problême. Comme il y eut des difficultés sur cette publication, & qu'ensuite M. Bernoulli l'aîné est mort, le paquet du Cadet n'a été ouvert par l'Academie que le 17 Avril 1706, & on y a trouvé la Solution que l'on imprime présentement. Il y étoit marqué qu'elle avoit été communiquée à M. Leibnits dés le mois de Juin 1698.

Tout le monde sçait qu'une circonference circulaire renferme le plus grand espace *isoperimetre* possible, c'est à dire le plus grand espace qui puisse être renfermé dans une circonference de la même longueur.

Cette Proposition peut encore être exprimée de cette maniere ; La somme des Ordonnées d'un demi Cercle remplit un plus grand espace que ne feroient les Ordonnées de toute autre Courbe égale en longueur à la demi circonference circulaire, & terminée aux deux extremités du même diametre.

Mais si l'on demandoit, Quelle est la Courbe dont les Ordonnées, non pas simples, comme celles du Cercle, mais élevées à une puissance quelconque déterminée, par exemple, au Quarré, rempliroient un plus grand espace que ne feroient les Ordonnées de toute autre Courbe isoperimetre, & décrite sur le même axe, qui seroient élevées à la même puissance, on voit que le Problême deviendroit beaucoup plus général, & en même temps quiconque le voudra taster sentira combien il sera devenu difficile. On entend assés que ces Ordonnées élevées à une puissance quelconque seront representées par des lignes droites qui auront entre elles les rapports de cette puissance. Si, par exemple, la puissance que l'on a déterminée est le quarré, il faut trouver une Courbe dont les Appliquées qui étoient, si l'on veut, comme 1, 3, 6, 10, &c. étant devenuës entre elles comme 1, 9, 36, 100, &c. remplissent un plus grand espace que les Appliquées de toute autre Courbe isoperimetre qui auroient été par exemple, comme 1, 5, 12, 22, &c. & seroient devenuës comme 1, 25, 144, 484, &c. Il est évident que les Or-

données d'une Courbe élevées à quelque puiſſance forment une nouvelle Courbe.

C'eſt là le Problême que feu M. Bernoulli propoſa en 1697. M. Bernoulli ſon frere qui étoit particulierement défié, non-ſeulement le réſolut, mais le réſolut aprés l'avoir rendu encore plus général, & par conſequent plus difficile. Il changea les puiſſances des Appliquées en ce qu'il appelle *fonctions*. Les fonctions d'une Appliquée comprennent, outre toutes les puiſſances, ſoit parfaites ſoit imparfaites, où l'on peut l'élever, toutes les multiplications ou diviſions que l'on en peut faire par des grandeurs conſtantes, ou par les Abſciſſes élevées auſſi à telle puiſſance qu'on voudra; de ſorte, par exemple, que le produit d'une Appliquée élevée au cube & d'une grandeur conſtante, diviſé par le quarré de l'Abſciſſe, eſt une fonction de l'Appliquée. Les puiſſances ne ſont qu'une eſpece dont la fonction eſt le genre.

Puiſque dans la Geometrie des Infiniment petits les puiſſances ſe *differentient*, les fonctions ſe differentient auſſi en general. M. Bernoulli trouve par un tour de Geometrie fort délicat & fort ingenieux, qu'afin qu'une Courbe ſoit telle que les fonctions de ſes Appliquées rempliſſent un plus grand eſpace que les fonctions pareilles des Appliquées de toute autre Courbe iſoperimetre, il faut que dans tous ſes points le Sinus de ſa courbure ait une raiſon conſtante à la fonction differentiée de l'Appliquée qui lui répond, mais differentiée avec une certaine modification que M. Bernoulli enſeigne. On ſçait que le Sinus de la courbure d'une Courbe dans un point quelconque eſt le Sinus de l'angle aigu infiniment petit, complément de l'obtus que font entre eux en ce point là deux côtés contigus du Poligone infini.

M. Bernoulli donne donc en général, & pour toutes les fonctions imaginables d'Appliquées l'Equation de la Courbe que l'on cherchera. Si l'on veut que la fonction des Appliquées ne ſoit que leur premiere puiſſance, c'eſt à dire les Appliquées mêmes, l'Equation générale ainſi

ſpecifiée donne auſſitoſt le Cercle, dont effectivement les Appliquées forment le plus grand eſpace poſſible.

Pour élever encore le Problême à une plus grande univerſalité, M. Bernoulli ſuppoſe qu'au lieu des fonctions des Appliquées il s'agiſſe des fonctions des Arcs, & qu'on cherche une Courbe dont les Arcs ſoient tels que des lignes droites qui repreſenteroient une certaine fonction déterminée de ces Arcs rempliroient un plus grand eſpace que d'autres lignes droites qui repreſenteroient la même fonction des arcs de toute autre Courbe iſoperimetre. La methode de M. Bernoulli va même encore plus loin, & elle permet que l'on combine comme on voudra les fonctions des Appliquées avec celles des Arcs, ſoit par addition, ſoit par ſouſtraction, &c. Il ſemble même qu'elle doit permettre, quoiqu'il ne le marque pas, que l'on donne une certaine fonction aux Appliquées, & une autre fonction differente aux Arcs. Quoiqu'il en ſoit, M. Bernoulli dans ſes differentes ſuppoſitions trouve toujours que le Sinus de la courbure de la Courbe cherchée doit être en raiſon conſtante avec une certaine quantité, qui eſt differente ſelon les hipotheſes.

Indépendamment d'une auſſi fine Geometrie que celle qu'employe M. Bernoulli, on peut prendre quelque idée de ſa Theorie, & s'en faire une ébauche ſuperficielle & générale, qui ne laiſſera peut-être pas de plaire à l'Eſprit. Une ligne étant donnée pour baſe d'un triangle, & de plus un fil d'une certaine longueur qui étant attaché aux deux extrêmitez de cette baſe doive faire les deux autres côtés du triangle, il eſt viſible que le triangle ne pourra jamais avoir une plus grande aire, ou comprendre un plus grand eſpace, que quand le milieu du fil formera l'angle du ſommet, ou, ce qui eſt la même choſe, quand les deux moitiés égales du fil formeront les deux côtés du triangle, & par conſequent feront deux angles égaux ſur la baſe. Comme cela ne dépend en aucune maniere du rapport que la longueur du fil peut avoir à celle de la baſe, cette proprieté ſubſiſtera encore, lors

même que la longueur du fil ne ſurpaſſera celle de la baſe que d'une quantité infiniment petite, c'eſt à-dire, lorſque l'angle du ſommet ſera de 180. degrés, moins les deux angles de la baſe qui ſeront infiniment petits, & il faudra afin que le triangle comprenne le plus grand eſpace poſſible dans cette ſuppoſition, que les deux angles infiniment petits de la baſe ſoient égaux. Donc une Courbe quelconque étant diviſée en arcs égaux infiniment petits, & chaque arc étant conçû avec ſa ſoutendante, ou baſe ſur les extrêmités de laquelle il fait deux angles, il faut, afin que ces petits eſpaces triangulaires ſoient les plus grands qu'il ſe puiſſe, que les deux angles de chaque arc ſur ſa baſe ſoient égaux, & puiſque tous les arcs ont été pris égaux, que tous ces angles ſur toutes ces baſes infinies en nombre ſoient égaux entre eux. Or de cette égalité s'enſuivra neceſſairement celle de tous les angles que feront entre eux les côtés du Poligone infini, ou, ce qui revient au même, celles des angles de la courbure, & voilà pourquoi une courbure uniforme & toûjours égale eſt liée avec la proprieté de comprendre le plus grand eſpace poſſible. Il eſt manifeſte que le Cercle étant conçû comme un Poligone d'une infinité de côtés égaux, ils font tous entre eux les mêmes angles. Toute autre Courbe diviſée de la même façon, aura ſes côtés infiniment petits tellement poſés entre eux qu'ils feront des angles differens, & ſi l'on veut remonter juſqu'à la premiere ſource, on trouvera que chaque petit arc égal étant conçû avec une baſe, il ne fera pas ſur chaque extremité un angle égal.

De ce que, comme nous venons de le dire, l'uniformité de courbure eſt liée avec la proprieté de comprendre le plus grand eſpace poſſible, on voit en général que quand ce ne ſont plus, ainſi que dans le Cercle, de ſimples Appliquées qui doivent former ce plus grand eſpace, mais des puiſſances ou fonctions d'Appliquées, l'uniformité de courbure requiſe ne doit plus conſiſter dans une parfaite égalité, telle que celle du Cercle, mais dans quelque

quelque rapport conſtant de la courbure aux nouvelles grandeurs dont on fait dépendre le plus grand eſpace. Ainſi la recherche de M. Bernoulli ſe reduit à rendre générale la propriété du Cercle, & à marquer les modifications qu'elle doit recevoir dans des cas plus compliqués. Une démonſtration geometrique en eſt plus parfaite & plus agréable à l'Eſprit, quand elle va ſaiſir le veritable principe de la queſtion, & s'attache, pour ainſi dire, à un tronc, & non pas à quelque branche.

Comme M. Bernoulli a bien ſenti que ſa Methode étoit fort déliée, il la confirme par un autre Problême qui ſe reduit aux mêmes termes, & doit donner la même ſolution. C'eſt celui de la courbure que doit prendre un Linge attaché par ſes deux extrêmités, & chargé d'une liqueur quelconque. Il aura toûjours la même longueur, & ſera iſoperimetre, quelque courbure qu'il prenne. D'ailleurs cette courbure doit être telle que toutes les *gravitations* des parties de la liqueur priſes enſemble faſſent la plus grande ſomme qu'il ſe puiſſe. Ce que M. Bernoulli appelle gravitation de chaque colonne de liqueur, c'eſt ſon action compoſée & de ſon poids, & de ſa diſtance au point fixe, & de ſon plus ou moins d'obliquité à la Courbe. On peut ſuppoſer la liqueur compoſée de differents lits ou couches dont la peſanteur ſpecifique ſera inégale ſelon tels rapports qu'on voudra, & par là on donnera aux gravitations des colonnes le même rapport qu'auroient des Appliquées de Courbes élevées à une certaine fonction. Voilà donc une Courbe qui doit donner une plus grande ſomme que toute autre Courbe iſoperimetre, & qui eſt préciſément dans les mêmes termes que celle du premier Problême. M. Bernoulli qui avoit trouvé il y a long-temps la Courbe du linge chargé de liqueur, fait voir fort clairement que ſon Equation retombe dans celle qu'il donne ici pour les Courbes iſoperimetres en général. Nous avons obſervé dans l'Hiſt. de 1705.* que cette Courbe du Linge eſt encore la même que l'Elaſtique de feu M. Bernoulli.

* p. 144.

Il eſt aiſé de juger par toutes ces recherches juſqu'à quelle ſubtilité & à quelle fineſſe la Geometrie a été portée depuis un temps, & quelle eſt la Methode à laquelle on doit de ſi grands progrés.

SUR LES ROULETTES EN GENERAL.

V. les M. p. 340.

VErs le milieu du Siécle paſſé, les Geometres ſe mirent à examiner à l'envi les uns des autres la Courbe que décriroit un point quelconque de la circonference d'un Cercle, qui comme une Roüe de carroſſe avanceroit ſur un plan en ligne droite, & dans le même temps tourneroit ſur lui même. Cette Courbe fut appellée *Roulette* ou *Cycloïde*. Le Cercle eſt appellé *Générateur*, & la ligne droite ſur laquelle il ſe meut *Baſe* de la Roulette. Il eſt viſible que puiſque par la génération de la Roulette ou Cycloïde le Cercle générateur applique ſucceſſivement tous ſes points ſur la baſe, elle eſt égale à ſa circonference, ou, ce qui revient au même, que dans le mouvement compoſé du droit & du circulaire par lequel ſe forme la Cycloïde, le droit & le circulaire ſont égaux.

Comme l'Eſprit qui regne dans la Geometrie moderne va toûjours à rendre les Theories plus générales, on a conſideré que le Cercle generateur au lieu de ſe mouvoir ſur une ligne droite pouvoit ſe mouvoir ſur la circonference d'un autre Cercle, ſoit égal, ſoit inégal, & en ce cas on appelle *Epicycloïde* la Courbe que décrit un point quelconque de ſa circonference. M. de la Hire a imprimé en 1694. un Traité des Epicycloïdes par rapport aux Mechaniques.

Mais pourquoi s'aſſujettir à ne prendre le point *décrivant* que ſur la circonference d'un Cercle ? on peut le prendre par tout où l'on voudra ſur le plan du Cercle gé-

nérateur, ſoit au dedans, ſoit au dehors de ſa circonference. Si on le prend au dedans, & que la baſe ſoit une ligne droite, la Roulette ſera *allongée*, c'eſt à dire, que dans ſa formation le mouvement droit l'emportera ſur le circulaire; ſi on le prend au dehors, elle ſera *accourcie*, parce que le mouvement circulaire l'emportera ſur le droit. Et pour s'en convaincre, il n'y a qu'à conſiderer que l'on ne peut prendre le point décrivant *plus au dedans* du Cercle générateur qu'en prenant ſon centre pour ce point, ni *plus au dehors*, qu'en le prenant infiniment loin du Cercle générateur. Or dans le premier cas, il eſt viſible que la Roulette n'eſt qu'une ligne droite, & dans le ſecond, ce n'eſt qu'un Cercle concentrique au générateur, ou plutoſt ayant pour centre le générateur lui-même, qui ne doit plus paſſer que pour un point. Donc le point décrivant étant pris au centre du Cercle générateur, le mouvement qui forme la Roulette n'eſt que droit; depuis le centre juſqu'à la circonference, il l'emporte toujours ſur le circulaire, & ſon avantage va toujours en diminuant; à la circonference, il eſt égal au circulaire; au-delà de la circonference, le circulaire l'emporte, & ſon avantage diminuë toujours depuis ce terme.

Pourquoi encore ne faire rouler que des Cercles ſur des Cercles ou ſur des lignes droites? il n'y a point de Courbe qui priſe pour génératrice, ne puiſſe rouler, c'eſt à dire appliquer ſucceſſivement tous ſes points ſur une autre Courbe immobile priſe pour baſe, & un point décrivant quelconque déterminé ſur la circonference ou ſur le plan de la génératrice formera par ſon mouvement une nouvelle Courbe, qui ſera une Roulette, car c'eſt le nom général qu'on donne à toutes les Courbes formées de cette maniere.

Il y a plus. Sous l'idée générale de lignes Courbes, on peut comprendre les lignes droites, en ſuppoſant qu'elles ſoient des circonferences de Cercles dont le rayon eſt infini, & cette hypotheſe qui eſt peut être une des plus dures, & des plus difficiles à digerer de toutes celles qui

ſe tirent de l'Infini, eſt cependant neceſſaire en pluſieurs occaſions, admiſe par tous les grands Geometres, & parfaitement exempte d'erreur. On peut donc imaginer une Courbe quelconque qui roule ſur la circonference d'un Cercle infini, c'eſt à dire ſur une ligne droite, ou reciproquement la circonference d'un Cercle infini qui roule ſur une Courbe quelconque. Dans ce dernier cas, il eſt évident qu'une ligne droite ne peut rouler autrement ſur une Courbe qu'en s'y appliquant de maniere qu'elle en ſoit toujours la Tangente en quelqu'un de ſes points. La baſe Courbe eſt alors la même choſe que ce qu'on appelle une *Dévélopée* *, & la Roulette formée par un point décrivant quelconque pris ſur la ligne droite génératrice, eſt la Courbe née du dévelopement de la baſe. Ainſi la Theorie des Dévélopées fait partie de celle des Roulettes élevée à ſa plus grande generalité.

* V. l'Hiſt. de 1701. p. 81.

C'eſt dans cette generalité infinie que M. de la Hire entreprend d'examiner les Roulettes. Pour cela, il prend l'hipotheſe des Infiniment petits. Il ſuppoſe un point décrivant pris dans le plan de la ligne generatrice. Un côté Infiniment petit de la generatrice conſiderée comme un Poligone infini s'applique à un autre côté infiniment petit de la baſe, c'eſt à dire, que la géneratrice & la baſe ſe touchent, & alors le point décrivant a neceſſairement une certaine poſition, & comme il appartient toujours à la Roulette, voilà le premier inſtant de ſa formation. Enſuite les deux côtés infiniment petits tant de la generatrice que de la baſe, qui ſuivent immediatement les deux premiers, viennent par le mouvement que l'on ſuppoſe dans la generatrice à s'appliquer l'un ſur l'autre, c'eſt à dire que la generatrice vient à toucher la baſe en un autre point, ce qui détermine le mouvement du point décrivant, ſelon qu'il eſt poſé ſur la generatrice, & par conſequent c'eſt-là le ſecond inſtant de la generation de la Roulette, qui continuë à ſe former par de ſemblables mouvements. Nous ne pouvons entrer ici dans le détail geometrique, il conſiſte en la conſideration de certains Trian-

gles qui ſe meuvent avec la generatrice, & ſuivent tous les pas infiniment petits qu'elle fait ſur la baſe. Ils ont neceſſairement des angles infiniment petits, & ne peuvent être connus que par les regles particulieres à cette hipotheſe. Cette voye conduit M. de la Hire à une méthode générale & trés ſimple pour les Tangentes de toutes les Roulettes poſſibles. Que d'un point où la generatrice touche la baſe on tire au point décrivant une ligne droite, & ſur cette ligne une perpendiculaire par le point décrivant, cette perpendiculaire eſt Tangente de la Roulette en ce point. En effet, on peut concevoir un point quelconque où la generatrice touche la baſe comme centre d'un cercle, dont le rayon eſt la ligne tirée de ce point au point décrivant, & alors l'arc circulaire infiniment petit que décrit ce rayon par ſon mouvement d'un inſtant eſt un arc de la Roulette. Or la Tangente d'un arc de cercle eſt perpendiculaire au rayon qui s'y termine.

Pour ſçavoir ſi la Roulette eſt concave ou convexe vers un point quelconque déterminé où la generatrice touche la baſe, M. de la Hire a beſoin de tracer un Cercle qu'il détermine ainſi. La generatrice & la baſe ſont connües, & par conſéquent on connoît le rayon de la Dévelopée de chacune d'elles. Comme la ſomme de ces deux rayons eſt à celui de la génératrice, ainſi celui de la baſe eſt à une quatriéme ligne, qu'il faut prendre pour diametre du cercle dont il s'agit. Si le point décrivant de la Roulette ſe trouve au dedans de ce cercle, elle eſt convexe vers le point déterminé de la baſe, concave, ſi ce même point décrivant eſt hors le cercle, & ni convexe ni concave, s'il eſt ſur la circonference, c'eſt à dire qu'elle a alors un point d'*inflexion*, où de concave qu'elle étoit vers un certain côté elle devient convexe vers ce même côté, ou reciproquement, & n'eſt ni concave ni convexe dans ce paſſage, mais ligne droite.

Le cercle déterminateur de la concavité & de la convexité de la Roulette, ou ſimplement *déterminateur*, change

toûjours, puiſqu'il dépend des Rayons des Developées de la generatrice & de la baſe, & que le rayon de la Dévelopée d'une Courbe varie toûjours pour chacun de ſes points, ſi ce n'eſt dans le Cercle, où il eſt conſtant, & le rayon même du Cercle. Mais le point d'attouchement de la géneratrice & de la baſe, ou, ce qui eſt la même choſe, la poſition de la generatrice ſur la baſe étant la même, quel que ſoit le point décrivant pris ſur le plan de la generatrice, on eſt ſûr que s'il ſe trouve alors ſur la circonference du Cercle déterminateur, la Roulette a une inflexion en ce même point. Ainſi la circonference de ce cercle comprend tous les points d'inflexion de toutes les differentes Roulettes poſſibles décrites par differents points du plan de la generatrice, pourvû qu'elles ayent des points d'inflexion, & ſi elles n'en ont point, jamais leurs points décrivants ne ſe trouveront ſur cette circonference; il faut toûjours entendre que tout cela n'eſt que pour une poſition déterminée de la même generatrice ſur la même baſe, les points décrivants étant differens.

Par l'analogie qui donne le Cercle déterminateur, on voit que ſi la baſe eſt une ligne droite, dont par conſequent le rayon de la Dévelopée eſt infini, le rayon de la Dévelopée de la génératrice, quelle qu'elle ſoit, eſt égal au diametre du cercle déterminateur. Donc ſi on ſuppoſe encore que la generatrice ſoit un cercle, le rayon du cercle generateur ſera le diametre du déterminateur; & cela, dans toutes les poſitions du cercle generateur ſur la baſe, puiſqu'il a toûjours le même rayon. Si l'on ajoûte donc pour derniere ſuppoſition que le point décrivant ſoit le centre du cercle generateur, le point décrivant ſe trouvera toûjours ſur la circonference du déterminateur, & par conſequent la Roulette aura une inflexion perpetuelle; mais qu'eſt-ce qu'une inflexion perpetuelle? car il paroît d'abord difficile de s'en faire une idée, puiſque l'inflexion n'eſt que le paſſage de la concavité d'une Courbe à la convexité, ou reciproquement. Voici ce que

c'eſt. Selon le Siſtême des Infiniment petits, une Courbe qui de concave devient convexe, ou reciproquement, a dans ce paſſage deux de ſes côtés infiniment petits poſés bout à bout en ligne droite, & par conſéquent avoir une inflexion perpetuelle, c'eſt avoir tous ſes côtés infiniment petits poſés bout à bout en ligne droite, ou, ce qui eſt la même choſe, n'être qu'une ligne droite, d'où il ſuit que dans le cas propoſé la Roulette en ſeroit une, & non plus une Courbe. Et en effet, il eſt évident ſans aucune geometrie que ſi un cercle roule ſur une ligne droite, ſon centre trace une ligne droite parallele à la baſe. L'art ne ſeroit pas neceſſaire pour ne découvrir que des cas ſi ſimples, mais il l'eſt pour les renfermer dans une même Regle avec les plus compliqués, & quand on voit qu'étant developée elle produit ces cas ſimples & connus, c'eſt un ſurcroît d'aſſurance qu'elle produira auſſi les autres.

L'inflexion perpetuelle n'eſt pas bornée au cas que nous venons de voir, & il n'eſt pas neceſſaire que le rayon de la Dévelopée de la generatrice ſoit toûjours conſtant. Car puiſque par la Regle de M. de la Hire, la baſe de la Roulette étant droite le rayon de la Developée de la generatrice eſt égal au diametre du cercle déterminateur, il s'enſuit que quoique le rayon de la Dévelopée de la generatrice varie à chaque inſtant, l'inflexion ne laiſſera pas d'être perpetuelle, ſi le point décrivant ſuit toûjours la circonference du cercle variable dont ce rayon ſera le diametre. Or c'eſt ce qui arrive, lorſqu'une Spirale Logarithmique roule ſur une ligne droite, & que le centre de cette Spirale eſt le point décrivant. Cette Courbe eſt telle que le rayon de ſa Dévelopée à un point quelconque étant pris pour diametre d'un Cercle, ſon Ordonnée correſpondante, c'eſt à dire la ligne tirée du centre au point correſpondant de la courbe, eſt toûjours une corde de ce cercle. Donc à quelque point que ce ſoit de la Spirale Logarithmique, ſon centre ſe trouve toûjours ſur la circonference du cercle dont le rayon de ſa Develo-

pée en ce point là est le diametre. Donc ce centre étant le point décrivant, la Roulette formée par le mouvement de la Spirale Logarithmique sur une base droite, aura une inflexion perpetuelle, ou ne sera qu'une ligne droite. Cette ligne droite ou Roulette ne sera pas parallele à la base, mais inclinée, ce qui suit de la variation perpetuelle du Rayon de la Developée. On peut remarquer ici que cette Roulette est un des côtés d'un Triangle qui a autant de bases paralleles que la Spirale Logarithmique a d'Ordonnées concourantes à son centre. Or parce que la nature de la Spirale Logarithmique est que toutes ses Ordonnées fassent toûjours le même angle avec la circonference de cette Courbe, on peut imaginer que c'est un Triangle qui avoit une infinité de bases paralleles que l'on a renduës toutes concourantes en un seul point, sans changer les angles toûjours égaux qu'elles faisoient par leur autre extrémité sur un même côté qui par là devient la circonference de la Spirale Logarithmique. Par conséquent la Roulette formée, comme nous l'avons dit, par cette Spirale, étant un côté de Triangle, tel que nous l'avons representé, elle est ce même côté de triangle, qui a pû se changer en Spirale Logarithmique. En un mot, c'est la Spirale Logarithmique déroulée.

Une Roulette ne sera encore qu'une ligne droite, quand un cercle générateur sera toûjours égal au déterminateur, & que le point décrivant sera pris sur la circonference du générateur; cela est évident. Mais le cas où le cercle générateur peut être égal au déterminateur ne saute pas d'abord aux yeux, car il faut pour cela, suivant la regle de M. de la Hire, que le rayon du générateur soit la moitié du diametre du déterminateur, & que par conséquent le rayon du cercle générateur plus le rayon de la Dévelopée de la Base quelconque que l'on prendra, ne soit que la moitié de ce même rayon de la Dévelopée de la base. Or c'est ce qui ne se peut absolument dans l'hipothese que nous avons suivie jusqu'ici & qui est la plus naturelle. Nous avons supposé que la convexité de la

génératrice

generatrice rouloit toûjours ſur la convexité de la baſe, & qu'alors dans le calcul algebrique les deux rayons de leurs Dévelopées avoient chacun le ſigne *plus*, auquel cas, il eſt totalement impoſſible que la ſomme des deux ſoit égale à la moitié de l'un des deux. Mais ſi on ſuppoſe que la convexité de la generatrice roule ſur la concavité de la baſe, alors par les regles de l'Algebre le rayon de la Developée de la baſe eſt affecté du ſigne *moins*, parce que d'un certain côté déterminé où il étoit il paſſe au côté oppoſé, & la ſomme des deux rayons dont l'un eſt affecté de moins, peut être moindre qu'un ſeul des deux. Si l'on prend donc pour baſe un cercle dont le rayon ſoit double de celui du cercle générateur, & que le generateur roule dans la concavité de celui qui ſert de baſe, on trouvera que la ſomme des deux rayons ne ſera que la moitié de celui de la baſe, & que la Roulette ſera une ligne droite.

Dans ce même cas, M. de la Hire fait voir que ſi le point décrivant étoit au centre du cercle générateur & déterminateur, la Roulette ſeroit un Cercle, & que s'il eſt pris par tout ailleurs, au dedans ou au dehors du générateur, la Roulette ſera une Ellipſe, ce qui convient à la nature de cette Courbe que l'on ſait être une eſpece moyenne entre la ligne droite & la circulaire, & qui peut degenerer en l'une ou en l'autre.

M. de la Hire détermine avec plus de facilité les points de *rebrouſſement* des Roulettes, lorſqu'elles en ont, que ceux d'inflexion. Lorſque la plus grande ou la plus petite ligne menée du point décrivant ſur la circonference de la generatrice eſt perpendiculaire à la Baſe, le point correſpondant de la Roulette eſt un point de rebrouſſement. En effet, il eſt aiſé d'imaginer que ſi on fait rouler une Parabole, par exemple, ſur une ligne droite, que le mouvement commence par quelque point de la circonference de cette Courbe éloigné du ſommet, & que le point décrivant ſoit le foyer, il arrivera, quand la Parabole touchera la baſe par ſon ſommet, que la Roulette qui juſque-là aura toûjours deſcendu par rapport à la baſe,

sera alors descendüe au point le plus bas, & ne pourra ensuite que remonter, ce qui fait un rebroussement. Or quand la Parabole touche la base par son sommet, il est évident que la plus petite ligne qu'on puisse mener du foyer à la circonference de la Parabole, est alors perpendiculaire à la base. La même Regle subsistera, si l'on conçoit que le point décrivant devienne infiniment proche de la circonference de la generatrice, c'est à dire, soit pris sur cette circonference. Alors il faudra qu'il soit sur la base, afin que la Roulette ayant descendu remonte, ou reciproquement, ou en un mot, rebrousse, ce qui est assés clair par soi-même.

De-là M. de la Hire passe à la rectification & à la quadrature des Roulettes. Les longueurs des Courbes sont toûjours des sommes infinies d'arcs infiniment petits, & les superficies sont des sommes infinies d'espaces infiniment petits. Quand ces arcs ou ces espaces suivent des progressions dont la nature peut être connuë, & que d'ailleurs on peut avoir les sommes de ces progressions, on a les longueurs, ou les superficies cherchées. Tout se reduit là, mais il y a bien des voyes differentes pour y arriver. Celles que prend M. de la Hire sont des plus simples. Il quarre & rectifie d'abord les Epicycloïdes, parce qu'elles comprennent les Cycloïdes, lorsque le rayon de leur base est supposé infini, & que par consequent la base est une ligne droite. Il trouve que l'espace de l'Epicycloïde en general, est à celui du Cercle generateur, comme trois fois le rayon de la base plus deux fois le rayon du Cercle generateur est au rayon de la base, d'où il suit évidemment que l'espace de la Cycloïde est triple de celui du Cercle generateur; car quand l'Epicycloïde devient Cycloïde le rayon du Cercle generateur qui est fini disparoist dans cette Analogie. De même la circonference de l'Epicycloïde en general est à quatre fois le diametre du Cercle generateur, comme le rayon de la base plus celui du Cercle generateur, est au rayon de la base, d'où il suit que la circonference de la Cycloïde est égale à quatre fois le

diametre du Cercle generateur. M. de la Hire passe ensuite aux Roulettes allongées ou accourcies, enfin à la Roulette dont la base est un Cercle, & la generatrice une ligne droite, où l'on prend un point quelconque pour décrivant, c'est à dire à la Courbe qui naist du developement du Cercle. Elle peut devenir par un leger changement la Spirale d'Archimede.

Il est aisé de conclurre de toute cette Theorie qu'il n'y a point de Courbe qui ne puisse être considerée comme une Roulette, car il n'y en a aucune qui ne puisse avoir été formée par le mouvement d'un certain point décrivant pris sur le plan d'une certaine generatrice qui aura roulé sur une certaine base. Delà naissent ces Problêmes, *Une Courbe prise pour Roulette étant donnée avec sa base, trouver la generatrice*, ou, *Une Courbe étant donnée avec sa generatrice, trouver la base*, ou, *La Base & la generatrice avec le point décrivant étant données, trouver la Roulette.* M. de la Hire apporte quelques solutions qui naissent de sa Theorie generale, & qui peuvent servir d'exemples pour d'autres cas que ceux qu'il propose.

SUR UNE PROPOSITION DE GEOMETRIE ELEMENTAIRE.

IL y a dans la Geometrie Elementaire des Propositions que l'on retrouve presque par tout, & à chaque moment, & qui sont si souvent employées, qu'il semble que toutes les autres soient devenuës inutiles. Telle est la fameuse Quarante-septiéme du premier Livre d'Euclide, si digne de l'Hecatombe que l'on dit qu'elle cousta à son Inventeur. Telle est aussi celle de la similitude des Triangles. Il arrive le plus souvent que les plus sublimes recherches n'empruntent de toute la Geometrie Elementaire que ces deux Propositions. V. les M. p 319.

M. de Lagni croit qu'il y en a encore quelques-unes

ou inconnuës ou negligées, qui pourroient tenir à peu prés le même rang. On peut prendre pour exemple celle qu'il démontre ici, Que dans un Parallelogramme quelconque la somme des quarrés des deux Diagonales est égale à la somme des quarrés des quatre Costés.

Il est évident d'abord que la quarante-septiéme du premier Livre d'Euclide n'est qu'un cas particulier de cette proposition, car si le Parallelogramme est rectangle, il s'ensuit que les deux Diagonales sont égales, & par consequent le quarré d'une Diagonale, ou, ce qui est la même chose, le quarré de l'Hypotenuse d'un angle droit, est égal aux quarrés des deux Costés. Mais si le Parallelogramme n'est pas rectangle, & si par consequent les deux Diagonales ne sont pas égales, ce qui est le cas le plus general, la proposition devient d'un usage fort étendu.

Elle peut servir, par exemple, dans toute la Theorie des Mouvements composés, d'où dépendent toutes les recherches de Mechanique, & plus generalement presque toutes celles qui ont quelques mouvements pour objet.

Dans un parallelogramme qui n'est pas rectangle, la grande Diagonale est la soutendante d'un angle obtus; & la petite est la soutendante d'un angle aigu, complement de cet obtus. La grande est d'autant plus grande, & la petite d'autant plus petite que l'angle obtus est plus grand, de sorte que si cet angle obtus en croissant toûjours devient infiniment grand par rapport à l'aigu, ou, ce qui est la même chose, si les deux côtés *conjoints* ou inégaux du parallelogramme sont posés bout à bout en ligne droite, la grande diagonale est la somme même de ces deux côtés; & la petite est nulle. Si on connoît deux cotés conjoints du Parallelogramme & l'angle qu'ils font entre eux, il est aisé de trouver en nombres la soutendante de cet angle, c'est à dire une des diagonales du parallelogramme, aprés quoi la proposition de M. de Lagni donne l'autre diagonale, ce qu'on peut voir trés-facilement. Or cette seconde diagonale qu'on trouve ainsi est la ligne que

décriroit un corps poussé en même temps par deux forces qui auroient entre elles le même rapport que les deux côtés conjoints, & agiroient selon ces deux directions, & ce corps décriroit cette diagonale dans le même temps qu'il auroit décrit l'un ou l'autre des deux côtés conjoints, s'il n'avoit été poussé que par la force correspondante. C'est-là un des grands usages de la Proposition, car le rapport de deux forces, & l'angle qu'elles font entre elles étant donnés, il est souvent necessaire de déterminer en nombres la ligne que décriroit dans un certain temps un corps poussé par ces deux forces ensemble.

Ce n'est pas que deux Methodes ordinaires & connuës, l'une Trigonometrique, l'autre Geometrique & Analitique ne pussent resoudre ce Problême; mais M. de Lagni fait voir que la premiere demande 21 operation, la seconde 15, & que la sienne n'en demande que 7. Elle a même encore cet avantage qu'elle épargne des divisions & des extractions de racines, qui presque toûjours produisent des fractions, qu'on ne peut negliger sans erreur, ou employer dans le calcul sans le rendre beaucoup plus long & plus penible.

Si les deux côtés conjoints d'un parallelogramme sont donnés de grandeur seulement, il est visible qu'ils peuvent faire entre eux une infinité d'angles differens, & puisque le rapport des deux diagonales entre elles, dépend de l'angle de ces deux côtés, on en peut former une infinité de parallelogrammes dont les deux diagonales auront entre elles un rapport different. C'est là un Problême qui a une infinité de solutions, & même, à le considerer encore de plus prés, une infinité d'infinités de solutions. Car que les deux côtés donnés de grandeur fassent d'abord un angle de 180, c'est à dire, soient posés bout à bout en ligne droite, ils peuvent faire ensuite des angles toûjours décroissants selon la progression soudouble infinie, ou selon la progression soutriple pareillement infinie, en un mot, selon une infinité de progressions differentes, dont chacune est infinie. M. de Lagni

donne cette infinité d'infinités de ſolutions en deux formules générales, dont l'une eſt pour deux côtés égaux, & l'autre pour deux côtés inégaux, & il remarque en même temps que ces ſortes de Problêmes ne ſont pleinement reſolus que de cette maniere, car ni pluſieurs Solutions, quel qu'en fût le nombre, ni une infinité, ni même pluſieurs infinités ne comprendroient tout. Ce n'eſt pas cependant que toutes ces ſolutions ſoient toûjours differentes entre elles; quelques-unes de celles qui ſont entrées dans un certain ordre, peuvent ſe retrouver dans un autre; ainſi lorſque des angles décroîtront toûjours depuis celui de 180 ſelon une certaine progreſſion, quelques-uns de ceux qui étoient compris dans la progreſſion ſoudouble 16, 8, 4, 2, 1, &c. ſe retrouveront dans la progreſſion ſouquadruple, 16, 4, 1, &c. mais on reconnoît aſſés aiſément en quels endroits ces répetitions doivent arriver, & comme elles ne ſont qu'en nombre fini dans chaque ordre, elles y laiſſent l'infini en ſon entier.

Ce Problême des Diagonales du Parallelogramme a du rapport avec celui du Triangle rectangle en nombres, qui a tant exercé les Arithmeticiens, & les Algebriſtes. Ils ont cherché des regles pour déterminer tous les nombres qui pris trois à trois euſſent la proprieté du Triangle rectangle, c'eſt à dire qui fuſſent tels que le quarré de l'un fût égal aux quarrés des deux autres, & ils ont infiniment étendu & enrichi cette Theorie. Ici, il eſt queſtion de trouver une ſomme de deux quarrés double de deux autres quarrés donnés, & ce peut être une aſſez ample matiere à de nouvelles recherches. On peut obſerver en paſſant que comme les nombres 3, 4, 5, ſont les plus ſimples qui ayent la proprieté du triangle rectangle, ainſi 5 & 10 pris pour côtez, & 9 & 13 pour diagonales ſont les plus ſimples qui fourniſſent un exemple de la Propoſition de M. de Lagni.

Il en fait auſſi une application à un ſujet plus détourné que les Mouvemens compoſés, & auquel on peut croire qu'il s'intereſſe davantage. Nous avons dit dans l'Hiſtoire

de 1703 *, que M. de Lagni trouve que les Logarithmes, tels qu'ils sont jusqu'à present, sont défectueux & arbitraires, & qu'il prétend leur en substituer d'autres plus parfaits & naturels, tirés de son Arithmetique Binaire. D'un autre côté, il faut sçavoir que l'Hiperbole prise entre ses Asimptotes a cette proprieté, que si on prend une Asimptote pour diametre, qu'on la divise en parties égales, & que par toutes ces divisions qui formeront autant d'Abscisses toûjours croissantes également, on tire des Ordonnées à la Courbe, paralleles à l'autre Asimptote, les Abscisses representeront la suite infinie des Nombres naturels, & les espaces Asimptotiques ou Hiperboliques correspondants, representeront la suite des Logarithmes de ces Nombres. Pour prendre quelque idée de cette verité, il n'y a qu'à considerer que le rapport arithmetique est toûjours le même dans la suite des Nombres naturels, puisqu'ils croissent toûjours d'une unité, & que leur rapport geometrique décroît toûjours, de sorte qu'entre deux nombres voisins il est toûjours d'autant plus petit, qu'ils sont plus avancés dans la suite, ou, ce qui est la même chose, plus grands. Ainsi le rapport geometrique de 99 & de 100 est plus petit que celui de 9 & de 10, ou, ce qui revient au même, 99 & 100 approchent davantage de l'égalité, non pas arithmetiquement, mais geometriquement, parce que 1 qui est la difference de part & d'autre est moins considerable par rapport à 100, que par rapport à 10. Si la suite naturelle pouvoit avoir une fin, on conçoit que 1 difference des deux derniers nombres seroit infiniment petit par rapport à eux, & par consequent les laisseroit égaux. Les Logarithmes sont des nombres qui par leur rapport arithmetique representent le rapport geometrique des nombres naturels, & par consequent le rapport arithmetique des Logarithmes décroît toûjours, quoique les Logarithmes croissent toûjours, ainsi que les nombres naturels correspondants, ou, ce qui est la même chose, les Logarithmes croissent toûjours, mais de moins en moins. Or telle est aussi la na-

* p. 61. 62. & 64.

ture de l'espace compris entre une Asimptote & l'Hiperbole, qu'il croît à l'infini, mais toûjours de moins en moins, parce que l'Hiperbole s'approche toûjours davantage de l'Asimptote, & il croît de moins en moins selon la même proportion que les Logarithmes.

Cette proprieté se trouve dans toutes les differentes Hiperboles, car on sçait que par un même point du Cone pris pour sommet, il se peut former une infinité d'Hiperboles differentes, aussi-bien que d'Ellipses, au lieu qu'il ne se pourroit former qu'une Parabole ou qu'un Cercle. Les Asimptotes de ces differentes Hiperboles font toutes entre elles un angle different, & leurs espaces Asimptotiques, quoique tous infinis, sont inégaux, parce que deux Hiperboles differentes, dont chacune s'approche toûjours de plus en plus de ses Asimptotes, ne laissent pas de s'en approcher inégalement. Delà vient qu'une Asimptote de chacune de ces deux Hiperboles ayant été divisée en parties égales entre elles, & égales aux divisions de l'autre, les espaces asimptotiques correspondants seront inégaux, & par consequent à la même suite des nombres naturels, il peut répondre differentes suites de Logarithmes; & en effet puisque la maniere de construire les Tables des Logarithmes est de prendre 0 ou 00 ou enfin tant de Zero qu'on voudra pour Logarithme de 1; 100 ou 1000 &c pour Logarithme de 10; 200 ou 2000 &c pour Logarithme de 100, & toûjours ainsi en prenant les nombres naturels selon la progression de 1 à 10, aprés quoi les Logarithmes de tous les nombres interposés entre 1 & 10, entre 10 & 100 &c sont déterminés par ces premiers Logarithmes des nombres 1, 10, 100 &c, il est clair que si au lieu de la progression de 1 à 10, on eût pris, par exemple celle de 1 à 8, & qu'on eût donné aux nombres 1, 8, 64 &c les mêmes Logarithmes qu'on a donnés dans l'autre hipothese aux nombres 1, 10, 100 &c. les Logarithmes des nombres interposés, 2, 3, 4, &c. auroient été dans la seconde hipothese differents de ceux de la premiere, & par consequent la même suite des nombres

nombres naturels peut recevoir differentes ſuites de Logarithmes, ou, ce qui revient au même, une infinité d'Hiperboles differentes peuvent repreſenter par leurs eſpaces aſimptotiques les Logarithmes des nombres naturels.

Pour déterminer la ſuite des Logarithmes, il faut donc faire un choix arbitraire de quelque Hiperbole, mais il eſt certain que ce choix ſera d'autant meilleur, qu'il ſera moins arbitraire, & plus fondé en raiſon. Or la plus ſimple de toutes les Hiperboles eſt l'*équilatere*, c'eſt à dire celle dont les Aſimptotes font entre elles un angle droit, car quand deux lignes peuvent faire entre elles differents angles, le droit eſt en quelque ſorte le plus naturel de tous, & c'eſt inconteſtablement celui qui produit dans les figures les proprietez les plus ſimples. Delà M. de Lagni conclut que pour regler les Logarithmes il auroit falu choiſir l'Hiperbole équilatere, & on auroit trouvé ceux que ſon Arithmetique Binaire lui donne.

Au lieu de ſuivre cette Arithmetique Binaire, ou, ce qui eſt la même choſe, de couper toûjours la ſuite des nombres de deux en deux, on l'a coupée de dix en dix, & on s'eſt aſſujetti à cet uſage dans la détermination des Logarithmes. Ceux que l'on a établis répondent donc à une autre Hiperbole que l'équilatere, & M. de Lagni a cherché quelle eſt cette Hiperbole, c'eſt à dire, quel angle font ſes Aſimptotes. Comme toute Hiperbole peut être décrite par le moyen d'un Parallelogramme pris ſur ſes deux Aſimptotes, & dont l'angle des Aſimptotes eſt un des angles, M. de Lagni trouve par ſa Propoſition quelles ſont les Diagonales du Parallelogramme qui a formé l'Hiperbole à laquelle répondent les Logarithmes communs, & par ces Diagonales il détermine que l'angle des Aſimptotes de cette Hiperbole eſt de 25° 44′ 25″ à peu prés. La grandeur de cet angle irreguliere & biſarre, pour ainſi dire, fait aſſés voir qu'il n'auroit pas dû être préferé à l'angle droit, & que les Logarithmes dont l'Hiperbole équilatere ſeroit le modele, meriteroient le titre de *naturels*, à l'excluſion de tous les autres, qui ne pourroient

être traités que d'arbitraires. Cela justifie ce que M. de Lagni a déja avancé plusieurs fois sur les Logarithmes communs, & ce n'est peut-être pas un des moindres fruits de la Proposition des Diagonales des Parallelogrammes, que de lui avoir aidé à mettre sa pensée & sa prétension dans tout son jour.

SUR LES RAYONS
DES DEVELOPE'ES DES COURBES
Conçües comme formées d'Elements Courbes.

V. les M. p. 490. * p. 65. & 66.

NOus avons dit cy-dessus * que quand les Courbes se formoient par des Mouvements composés, & que l'un des deux étoit acceleré ou retardé, on ne pouvoit se dispenser de regarder les Arcs infiniment petits ou Elements de la Courbe, comme courbes eux-mêmes. Jusqu'ici on les a pris pour droits dans le Sistême des Infiniment petits, & dans tous les calculs qui en dépendent, & comme cette diversité d'hipothese pourroit faire quelque embarras, M. Varignon donne dans la recherche des Rayons des Developées un exemple de la maniere dont il faut operer sur les Elements courbes.

* p. 81.

Il est bien vrai, & nous l'avons dit dans l'Hist. de 1701. * en traitant cette matiere, & cy-dessus à l'endroit déja cité, que les Geometres avoient avancé qu'une Courbe formée par le dévelopement d'une autre, pouvoit être conçuë comme composée d'une infinité de petits arcs circulaires tous décrits de differents centres, & sur differents rayons. Mais cette idée n'a été proposée que pour mieux faire entendre la géneration des Courbes par le dévelopement, & elle n'a jamais servi de principe aux calculs geometriques que l'on a faits pour trouver les rayons des Dévelopées. Elle le devient maintenant pour la premiere fois entre les mains de M. Varignon.

Quand on imagineroit une composition de mouvements qui produiroit un Element courbe d'une autre courbure que la circulaire, parabolique, par exemple, ou hiperbolique, on seroit toûjours en droit de le regarder comme circulaire, parce qu'étant infiniment petit il n'auroit nulle proprieté particuliere ni de la Parabole ni de l'Hiperbole, & que tout son caractere geometrique consisteroit en ce que le rayon de la Dévelopée lui seroit perpendiculaire, ce qui est une proprieté du Cercle. M. Varignon prend donc tous les Elements courbes pour circulaires.

Quelque Element supposé courbe que l'on prenne dans une Courbe quelconque, il sera donc toûjours commun & à cette Courbe, & à un Cercle qui auroit pour rayon celui de la Dévelopée, ou, ce qui est la même chose, le Cercle touchera la Courbe en cet Element-là. Mais comme le rayon de la Dévelopée varie incessamment, & infiniment peu à chaque instant, un autre Cercle décrit sur un rayon infiniment proche du premier, & plus grand ou plus petit d'une difference infiniment petite, aura aussi l'arc circulaire immediatement suivant commun avec la Courbe, ou la touchera en cet Element. Et parce que deux Cercles décrits de deux centres infiniment proches, & sur deux rayons infiniment peu differents, ne sont que le même Cercle *fini*, le même Cercle décrit sur un rayon quelconque de la Dévelopée, aura deux de ses arcs infiniment petits communs avec la Courbe, ou, ce qui revient au même, exactement appliqués sur deux arcs de la Courbe; & si l'on veut pousser encore cette idée plus loin, les deux arcs circulaires à cause de la difference infiniment petite de leurs rayons, seront appliqués sur ceux de la Courbe, l'un en dedans, l'autre en dehors, desorte que le même Cercle ayant été *interieur* à l'égard de la Courbe, & l'ayant touchée en un point, lui deviendra exterieur dans le point immediatement suivant, & par consequent la coupera en la touchant encore. Avoir un arc infiniment petit, ou un seul point commun avec une Cour-

be, c'eſt la *toucher*, mais avoir deux arcs ou deux points communs l'un auprés de l'autre, c'eſt la *baiſer* ſelon le langage des nouveaux Geometres, qui par la préciſion que donnent les Infiniment petits ont diſtingué le *baiſement* du ſimple attouchement. Delà vient qu'un Cercle décrit ſur un rayon quelconque de la Developée d'une Courbe eſt appellé Cercle *baiſant* ou *Oſculateur*, & le rayon de la Developée rayon *Oſculateur*.

M. Varignon trouve en pluſieurs manieres differentes le rayon ſur lequel eſt décrit l'arc circulaire quelconque d'une Courbe quelconque. Il trouve même pour ce rayon pluſieurs formules, mais parfaitement équivalentes, & qui ſeulement dans les applications particulieres peuvent avoir quelque avantage l'une ſur l'autre pour la commodité du calcul.

Ces formules conſiſtent dans des rapports de trois infiniment petits, de l'arc circulaire de la Courbe, de la difference de l'Abſciſſe, & de la difference de l'Appliquée correſpondante, ou même dans les rapports de leurs infiniment petits. Il n'y a point de Courbe dont la nature ne puiſſe être exprimée par la loi qui regle la variation de ces rapports, mais pour ſçavoir quelle eſt la variation de deux de ces infiniment petits, il faut neceſſairement ſuppoſer que le troiſiéme ne varie point, & demeure *conſtant*; ainſi pour ſçavoir ſelon quelle loi croiſſent ou décroiſſent les arcs d'une Courbe, & les differences des Appliquées, il faut ſuppoſer que la difference des Abſciſſes correſpondantes eſt toûjours la même, c'eſt à dire que les Appliquées dont on recherche la variation ſont ſéparées par des intervalles infiniment petits égaux, & qu'à ces intervalles répondent les arcs de la Courbe. Cette ſuppoſition eſt la plus naturelle & la plus commune. Mais les deux autres qu'on pourroit faire ſeroient tout auſſi recevables, car enfin toutes ces diviſions ſont entierement arbitraires. C'a été ſelon cette hipotheſe commune que feu M. le Marquis de l'Hopital dans l'Analiſe des Infiniment petits a donné la formule générale des Rayons Oſcula-

teurs, auſſi n'eſt-elle générale que quand on prendra dans les Courbes la difference des Abſciſſes pour conſtante, hors delà, elle ne ſeroit plus d'aucun uſage. Celles de M. Varignon ont cela de ſingulier & de nouveau qu'elles ne ſuppoſent rien de conſtant; il eſt vrai que dans l'uſage il faudra venir à prendre pour conſtant l'un des trois Infiniment petits, mais ce ſera celui que l'on voudra, & l'on verra auſſi-tôt le changement que la ſuppoſition qu'on aura choiſie produira dans les formules, qui en deviendront plus ſimples, & plus commodes. Il n'eſt pas même neceſſaire de traiter de conſtant l'un des trois Infiniment petits préciſément, il ſuffit de traiter ainſi quelqu'un des produits qu'ils font ſoit entre eux, ſoit avec quelque grandeur finie, & par là l'univerſalité de la formule eſt encore plus grande.

Pour trouver les rayons Oſculateurs, en conſiderant les Elemens des Courbes comme courbes, il faut plus de Geometrie & de calcul que ſi l'on avoit conſideré ces Elemens comme droits, mais les formules viennent préciſément les mêmes, & en effet cela doit être ainſi, puiſque tout le caractere de ces Elemens par rapport aux rayons Oſculateurs eſt la perpendicularité, qui convient également à une ligne droite ou courbe, ou plûtôt ne convient à une courbe que dans un eſpace infiniment petit où elle eſt droite.

M. Varignon donne auſſi les rayons Oſculateurs, en prenant les Elemens pour droits. Ces nouvelles formules ne renferment rien de conſtant non plus que les autres, & laiſſent une libre entrée à toutes les ſuppoſitions. Il réſout encore ce Problême par la voye de la *Syntheſe*, mais en prenant ſucceſſivement pour conſtant l'un des trois infiniment petits. On ſçait combien la Syntheſe eſt inferieure à l'Analiſe. Celle-ci eſt la ſource, & l'autre n'eſt que le ruiſſeau. On peut ſe contenter du ruiſſeau, mais ce n'eſt que lorſqu'on ne peut pas penetrer juſqu'à la ſource.

MOnſieur Carré a donné en trois manieres differentes la Quadrature d'une Courbe appellée *Folium*, ou *Feüille* à cauſe de ſon contour.

V. les M. p. 284.

MOnſieur Rolle a donné une Methode pour trouver les foyers des Lignes Geometriques par rapport à la Dioptrique.

QUelque temps aprés que M. de la Hire eût fait part à l'Academie de ſa Theorie des Roulettes, M. Nicole, Geometre déja fameux malgré ſa grande jeuneſſe, fit voir auſſi une Methode nouvelle qu'il a trouvée pour ces Lignes. Il réſulte de tout ce que nous avons dit cy-deſſus*, qu'on ne peut conſiderer dans cette Theorie que trois Courbes, la Generatrice, la Baſe, la Roulette; M. Nicole a des Equations infiniment générales, par leſquelles deux de ces Courbes étant données, il détermine auſſitôt la troiſiéme, & cela, ſoit que le point décrivant ſe prenne ſur la circonference de la Generatrice, ou au dedans, ou au dehors. L'Infini bien manié, principe ordinaire, & apparemment unique de l'univerſalité, a produit ces Equations, qui rempliſſent ſur cette matiere la plus vaſte curioſité de l'Eſprit. Une conſequence remarquable, & qui s'eſt préſentée naturellement à M. Nicole, lorſqu'il a été ſur cette voye, c'eſt que toute Roulette, formée par une Courbe Geometrique roulant ſur elle-même, eſt Geometrique auſſi, en quelque endroit que ſoit pris le point décrivant; ainſi voila le nombre des Courbes Geometriques augmenté à l'infini, puiſqu'il n'y en a aucune qui n'en puiſſe produire une infinité.

* p. 74. & ſuiv.

La Methode que M. Nicole expoſa à l'Academie n'eſt qu'un échantillon d'un grand Ouvrage qu'il doit bientôt publier ſur les Roulettes. Il y expliquera d'une maniere

nouvelle leurs proprietés déja connuës, & en découvrira qui ne le sont pas encore; il donnera les dimensions de leurs Surfaces & de leurs Solides, déterminera leurs centres de Pesanteur & d'Oscillation, & l'on s'attend à trouver dans tout le Livre une grande connoissance, non-seulement du Calcul Differentiel, mais aussi de l'Integral, qui est de toute la Geometrie moderne la partie qui a encore le plus de besoin d'être cultivée.



ASTRONOMIE.

SUR LES MOUVEMENTS DE JUPITER ET DE MARS.

L'Astronomie demande un travail continuel; jamais rien n'y est fixé de maniere qu'il n'y ait plus aucun lieu à la revision. Il faut toûjours observer, soit pour s'assurer davantage des hipotheses qu'on a établies, soit pour y faire les changemens necessaires. On pourroit dire que l'Astronomie est toûjours en mouvement aussi-bien que les Astres. V. les M. p.61. & 66.

Ces sortes de revisions ne doivent être entreprises, que quand on a devant soi un grand amas d'observations, faites pendant une assés longue suite d'années. Le nombre n'en sçauroit être trop grand, tant parcequ'en general chaque détermination qu'on peut faire sur une Planete en est plus exacte, que parcequ'il faut pour chaque détermination differente des observations faites en differens points du cours de la Planete, du moins pour une plus grande commodité de calcul, & pour plus de sûreté. Ainsi quand on veut déterminer ou l'Aphelie & le Perihelie, ou les Nœuds, les observations les plus avantageuses sont

celles qui se trouvent aux environs de ces points, ce qui est naturel, & il n'y auroit rien à desirer si en même temps la Planete, supposé qu'elle soit superieure, avoit été opposée au Soleil, ou, ce qui revient au même, Perigée, c'est à dire, placée dans son moindre éloignement de la Terre, car alors à cause de cette proximité son mouvement auroit été beaucoup plus sensible, & il doit l'être le plus qu'il se puisse pour donner lieu de déterminer plus précisément des points invisibles, tels que le Nœud ou l'Aphelie. Par les mêmes raisons, s'il s'agit de déterminer l'inclinaison de l'Orbe d'une Planete sur l'Ecliptique, il n'y a point d'observations plus favorables que celles qui se trouvent aux environs de la plus grande latitude de la Planete, & de son opposition au Soleil. Il est clair que c'est dans le temps de cette opposition qu'il faut prendre une Planete superieure, pour observer ses Taches, & par-là reconnoître quelle est la durée de sa révolution sur son axe, & l'inclinaison de cet axe sur le plan de son Orbe, selon la methode que nous avons expliquée pour le Soleil dans l'Hist. de 1701 *. S'il est question de déterminer par la seconde inégalité d'une Planete, c'est à dire par la difference optique du mouvement de cette Planete vûë du Soleil ou vûë de la Terre, quelle est sa distance au Soleil comparée à celle de la Terre, les observations qui conviennent le mieux sont celles de cette Planete prise en quadrature avec le Soleil. Car quand elle est ou en opposition ou en conjonction avec le Soleil, son mouvement par rapport à la Terre est d'un jour à l'autre le moins inégal qu'il se puisse, & par consequent moins different à cet égard de ce qu'il seroit étant vû du Soleil, ou, ce qui revient au même, la seconde inégalité de la Planete est moins sensible. Elle l'est donc autant qu'elle le puisse être entre l'opposition & la conjonction, c'est à dire, dans les quadratures. Nous avons supposé ici que l'on connût ce que c'est que toutes ces differentes déterminations, expliquées dans l'Hist. de 1704 *.

* p. 101. & suiv.

* p. 65. & suiv.

Ce qu'on a vû dans cette même Histoire que fit M. Maraldi

Maraldi sur Saturne, il l'a fait ensuite sur Jupiter & sur Mars. Ayant entre les mains un grand nombre d'observations exactes, dont les plus anciennes appartenoient à M. Cassini seul, & les plus nouvelles à Mrs Cassini & à lui, & se voyant en état de trouver toûjours dans ce grand nombre celles que demanderoient les differens besoins, il a examiné par rapport à Jupiter & à Mars les Tables astronomiques que Kepler a données. Les legers changemens que M. Maraldi juge qu'il y faut faire sur certains points, sont fort glorieux à ce grand Astronome. Ce détail ne nous regarde pas, non-plus que celui de plusieurs déterminations nouvelles que M. Maraldi tire de ses observations. Nous nous arrêterons seulement à la parallaxe de Mars, parcequ'elle est importante pour le sistême général de l'Astronomie.

Par la fameuse Regle de Kepler, que de nouveaux Astres ont confirmée, ainsi qu'il a été dit dans l'Hist. de 1705 *, on a les rapports des distances de toutes les Planetes principales au Soleil; on sçait, par exemple, que Jupiter en est plus de 5 fois plus éloigné que la Terre, Saturne un peu moins de 10 fois; mais pour changer ces rapports en grandeurs absoluës, il faudroit avoir en lieuës la distance de quelqu'une des Planetes au Soleil ou à la Terre. On a voulu parvenir à cette connoissance par l'angle de la parallaxe que quelque Planete principale peut faire à l'égard de la Terre.

* p. 118. & suiv.

Une Planete étant supposée à l'horison, on imagine deux lignes tirées à son centre, dont l'une part du centre de la Terre, l'autre d'un point quelconque de sa surface où est un Observateur. Il se forme donc un Triangle rectangle, dont un des angles aigus est au centre de la Planete, & a pour base le demi-diametre de la Terre que l'on connoît. Cet angle est la parallaxe, ou la difference optique qui est entre une Planete vûë du centre de la Terre, ou de sa surface. Si cet angle est connu, tout le triangle l'est par les regles de la Trigonometrie, & par consequent celui de ses côtés qui est la distance du centre de la

Terre à la Planete. Il eſt bon de remarquer ici que cet angle n'eſt jamais plus grand qu'à l'Horiſon, & que delà il va toûjours en diminuant juſqu'au Meridien, où il s'anéantit entierement. Auſſi la plus grande parallaxe eſt toûjours l'horiſontale, mais il n'eſt pas neceſſaire de l'avoir immediatement, on la conclut ſans peine de celle qu'on aura trouvée dans quelque autre point du Ciel. Il faut remarquer auſſi que la ligne tirée de la ſurface de la Terre à la Planete, & qui eſt celle de nôtre rayon viſuel, rapporte toûjours la Planete à un point du Ciel plus bas, que celle qui eſt tirée du centre de la Terre, c'eſt à dire, que la parallaxe fait toûjours baiſſer l'Aſtre.

Afin qu'une Planete puiſſe avoir une parallaxe, il eſt neceſſaire que dans ce Triangle que nous venons d'imaginer, le demi-diametre de la Terre ait quelque rapport ſenſible aux deux autres côtés qui ſont la diſtance de la Planete au centre de la Terre, ou à ſa ſurface. Si ce rapport eſt trop petit, il eſt nul à nôtre égard, & la parallaxe ceſſe abſolument. C'eſt ce qui arrive aux Planetes de Saturne & de Jupiter, dont les diſtances ſont infinies, par rapport au demi-diametre de la Terre qui n'eſt que de 1500 lieuës. Mais on n'a pas deſeſperé de la parallaxe de Mars, qui eſt plus proche de nous, pourvû cependant qu'on le prît dans le temps où il en eſt le plus proche, & où ſa diſtance qui peut être de 13 ne fût que de 2.

Outre les diſtances abſoluës des Planetes au Soleil, & entre elles, que l'on auroit par la parallaxe de Mars, on auroit auſſi la parallaxe du Soleil que l'on ne peut avoir par obſervation à cauſe du grand éloignement de cet Aſtre, & qui eſt cependant neceſſaire pour la préciſion d'une infinité de calculs. Car les parallaxes étant proportionnelles aux diſtances, la parallaxe de Mars donneroit celle du Soleil, puiſque l'on ſçait quel eſt le rapport des diſtances de Mars & du Soleil à la Terre.

Toutes ces connoiſſances que l'on peut tirer de la parallaxe de Mars, & qui ne peuvent guere venir par d'autres voïes, la rendent donc fort précieuſe aux Aſtronomes.

Aussi lorsqu'en 1672 M. Richer fut envoyé par l'Academie en l'Isle de Cayenne, sur les côtes de l'Amerique, pour y faire des observations, il fut chargé de s'attacher particulierement à la parallaxe de Mars, qui devoit être alors dans son perigée. Etant arrivé à Cayenne, il comparoît Mars à une Etoile fixe la plus proche, & mesuroit exactement leur distance. Pendant ce même temps, & souvent aux mêmes jours, M. Cassini mesuroit à l'Observatoire la distance de Mars & de la même fixe. Quand M. Richer fut de retour en 1673, on compara les observations. Si Paris & Cayenne qui a environ 5 degrés de latitude Septentrionale, avoient eu la même longitude, & que Mars vû dans le même moment de l'un & de l'autre lieu, n'eût pas paru à la même distance de la fixe, il est certain que la difference eût dû être entierement rapportée au grand éloignement des deux lieux des observations, & par consequent on auroit eu une parallaxe *partiale* de Mars; je dis partiale, car elle eût été moindre que si Cayenne eût été sous l'Equateur & Paris sous le Pole, ce qui auroit donné sa parallaxe *totale*, ou horisontale. Mais on avoit égard à la difference de longitude entre Paris & Cayenne, qui étoit de 3 heures 39′, & à la quantité dont Mars pendant ce temps-là devoit s'approcher ou s'éloigner de la fixe par son mouvement particulier, & cette réduction faite toute la difference de distance entre la fixe & Mars vû de Paris ou de Cayenne appartenoit certainement à la parallaxe partiale de Mars. Par cette voïe on la trouva de 15″, la totale ou horizontale de 25″, celle du Soleil de 9″ ½, la distance de Mars perigée à la Terre de 11 ou 12 millions de lieuës, celle du Soleil de 33 millions, son globe un million de fois plus gros que la Terre, &c. Il paroît étonnant d'abord que 15 secondes de parallaxe découvertes dans Mars, qui sont une grandeur presque imperceptible aux yeux & aux instrumens, donnent toutes ces grandeurs énormes, & presque immenses; cependant rien n'est plus facile que de le voir, & les Mathematiciens ne daignent presque pas s'y arrêter.

Comme il eſt rare que l'on ait de bonnes obſervations, faites en des lieux fort éloignés, telles que celles de M. Richer, on ne laiſſe pas de chercher & de déterminer ſans ce ſecours la parallaxe de Mars, toûjours lorſqu'il eſt perigée. On prend quelques nuits de ſuite à ſon paſſage au Meridien, c'eſt à dire alors à minuit ou à peu prés, ſa difference d'aſcenſion droite avec une étoile fixe la plus proche, & comme l'étoile n'a point de mouvement en aſcenſion droite, on voit préciſément quel eſt celui de Mars par la variation de ſa diſtance à cette étoile. Alors Mars n'a point de parallaxe, puiſqu'il eſt au Meridien, & toute la diſtance entre la fixe & lui eſt, pour ainſi dire, réelle. On prend enſuite cette même diſtance à quelque autre heure la plus éloignée de minuit qu'il ſe puiſſe, & ſi, comme il arrive effectivement, on la trouve differente de ce qu'elle doit être par le ſeul mouvement propre de Mars, qu'on ſuppoſe tres-exactement établi, cette difference appartient à la parallaxe que Mars fait alors, & qui en le baiſſant vers l'Horiſon l'approche ou l'éloigne de l'étoile, ſelon qu'elle eſt poſée à ſon égard. M. Caſſini, inventeur de cette methode, la pratiquoit en 1672 pendant que M. Richer étoit à Cayenne, & trouvoit la parallaxe de Mars indépendamment de la comparaiſon qu'il devoit faire enſuite de ſes obſervations avec celles de M. Richer. La même détermination faite par deux differentes voïes, en devoit être plus ſûre.

Cette derniere methode demande une ſaiſon où les nuits ſoient longues, parceque plus l'heure qui doit donner la parallaxe de Mars ſera éloignée de minuit, plus la parallaxe ſera ſenſible, & elle ne peut jamais l'être tant, qu'elle ne ſoit encore bien délicate. Par cette même raiſon, il ne ſuffit pas tout à fait que Mars ſoit dans ſon perigée, il eſt bon qu'il ſoit encore dans ſon perihelie ou aux environs, car il eſt viſible que la Terre étant entre le Soleil & lui, il ſera encore plus proche de la Terre, s'il eſt dans la partie la plus baſſe de ſon Orbe par rapport au Soleil.

Depuis l'année 1672, toutes ces circonstances, presque absolument necessaires, à cause de la grande subtilité de cette détermination, ne se retrouverent qu'aux mois de Septembre & d'Octobre 1704. Aussi M. Maraldi ne manqua-t-il pas cette occasion. Il détermina la parallaxe horisontale de Mars de 24″, plus petite d'une seconde que celle qui avoit été déterminée par M. Cassini en 1672. Cette legere difference passeroit pour un accord surprenant dans de semblables recherches; mais il y a plus, cette difference n'en est pas une, Mars étoit un peu plus éloigné de son perihelie & par conséquent de la Terre en 1704 qu'en 1672. Voila donc les 25″ de la Parallaxe de Mars confirmées, & toute cette multitude de consequences qui s'en ensuivent.

M. Maraldi observa aussi dans le même temps les Taches de Mars, & verifia par là sa révolution autour de son axe en 24 heures 40′, découverte par M. Cassini. Elle est difficile à déterminer, parce que les Taches de Mars changent beaucoup, non-seulement d'un perigée à l'autre, qui sont les seuls temps où l'on puisse les observer, mais même d'un mois à l'autre. Elles ont cela de commun avec les Taches de Jupiter, dont nous avons parlé dans l'Hist. de 1699*, & la reflexion que nous fîmes alors en devient plus étendüe. Il faut que les grandes parties de la surface de nôtre Globe terrestre, differentes entre elles, comme les Mers & les Continents, soient bien en repos les unes à l'égard des autres, & bien exemptes de changement, en comparaison de celles qui leur répondent dans les Globes de Jupiter & de Mars.

* p. 78.

SUR LES REFRACTIONS.

Monsieur Cassini, & le P. Laval Jesuite, l'un de ses Correspondants sur l'Astronomie, & Professeur d'Hidrographie à Marseille, ont traité dans leur com-

V. les M. p. 78.

merce ſavant diverſes matieres, dont la principale ou la plus inſtructive eſt la Refraction aſtronomique.

Ce fut principalement à l'occaſion de la Meſure de la Terre, commencée par l'Academie en 1669, que l'on s'aperçût des differentes refractions d'un objet veu ſur la terre. Elles ſont d'autant plus grandes, qu'il eſt plus élevé, ou plus éloigné, plus grandes le matin qu'à midi, & qu'aux heures correſpondantes aprés midi, differentes en differens jours, le tout ſans aucune proportion bien connüe. Tout cela peut s'expliquer par differentes couches de vapeurs répandües dans l'air, les inferieures plus groſſieres que les ſuperieures, plus mêlées enſemble & moins differentes, lorſque le Soleil a eu le temps d'agir ſur elles. La quantité, la conſiſtence, & le mélange de ces vapeurs dépendent d'une trop grande combinaiſon de cauſes particulieres, pour nous permettre aucune détermination préciſe.

Il ſeroit de conſéquence dans l'Aſtronomie de connoître au juſte les réfractions des Aſtres à l'horiſon, ou, ce qui revient au même, la variation que les réfractions cauſent à l'apparence de l'horiſon ſenſible, qu'elles élevent plus ou moins. L'Obſervatoire du P. Laval à Marſeille eſt commode pour cette recherche, parcequ'il eſt en vûë de la Mer, & a par conſequent un horiſon ſenſible qu'on peut appeller *veritable* en comparaiſon des horiſons terreſtres, qui ſont preſque toûjours trop hauts, ou trop bas.

Le P. Laval a obſervé que l'horiſon de ſon Obſervatoire terminé à la Mer, n'eſt jamais plus bas que de 15 Minutes, ni moins que de 13 $\frac{1}{2}$, c'eſt à dire que l'arc de la circonference de la Terre, compris depuis l'Obſervatoire juſqu'à l'horiſon, varie entre ces grandeurs, d'où M. Caſſini conclut, par le moïen du Rayon de la Terre connu aſſés exactement, que l'étenduë de l'horiſon eſt de 7 petites lieuës, & que l'Obſervatoire eſt élevé ſur la ſurface de la Mer de 175 pieds.

C'eſt une choſe remarquable, que quand la Mer a été groſſe, ou que le Nord-Oüeſt, ou le Sud-Eſt ont été frais,

& que l'air a été rempli à l'horison d'une brume déliée, le P. Laval a trouvé ordinairement son horison plus bas, c'est à dire que la refraction a été moindre, puisqu'elle l'a moins élevé. Cependant ces circonstances auroient pû faire croire que l'air plus chargé de vapeurs auroit dû la rendre plus forte.

Il sembleroit de même que la refraction d'un Astre vû au travers d'un nuage devroit être plus grande. Elle ne l'est pourtant pas, & c'est ce que M. Cassini & le P. Laval ont observé plusieurs fois. Delà M. Cassini conjecture qu'il pourroit y avoir dans l'air une *matiere refractive* differente de l'air.

D'un autre côté cependant les refractions paroissent avoir un certain rapport à la constitution de l'air. Le P. Laval trouve au Solstice d'Hiver la distance du Soleil à l'Equateur ou l'obliquité de l'Ecliptique moindre qu'il ne la trouve au Solstice d'Esté, ce qui apparemment vient d'une refraction plus grande en Hiver qu'en Esté. Toûjours il est certain, comme nous l'avons dit dans l'Hist. de 1700 *, que vers l'Equateur les refractions horisontales sont moindres que celles de nôtre climat d'environ un tiers, & que vers les 65 ou 66 degrés de latitude elles sont presque doubles des nôtres.

* p. 109. & suiv.

Entre les Tropiques, le Barometre en général s'éleve moins que dans les païs Septentrionaux, ce qui marque sûrement que l'air de la Zone Torride est plus leger, & ce plus de legereté s'accorde bien avec de moindres refractions. Mais d'ailleurs le Barometre ne s'éleve pas plus à Stokolm qu'à Paris, du moins selon les observations d'un certain nombre d'années, quoique les refractions de Stokolm ayent toûjours été plus grandes. Voilà bien des contrarietés apparentes, qui éloignent beaucoup l'établissement d'un sistême; il suffit maintenant de ramasser tous les sujets d'incertitude, & peut-être quand ils seront en assés grand nombre, produiront-ils quelque certitude, ou quelque vrai-semblance.

SUR L'APPARITION D'UNE COMETE.

V. les M. p. 91. & 148.

LE Ciel confirme ce que nous avons dit dans l'Hist. de 1702*, que les Cometes qui étoient assés rares deviennent communes, depuis qu'il y a des Observateurs en plus grand nombre, & plus appliqués. Il a paru une Comete en 1698, deux en 1702, une en cette année, c'est à dire, 4 Cometes en 8 ans, mais il est vrai qu'elles n'ont paru qu'aux yeux des Astronomes, qui voudroient encore en voir plus souvent, & qu'elles n'ont pas servi à épouvanter les peuples.

* p. 68.

Celle de cette année fut découverte par Mrs Cassini & Maraldi, la nuit du 18 au 19 Mars, proche de la Couronne Septentrionale. Elle étoit de la grandeur d'une petite Etoile nebuleuse, plus claire vers le milieu que vers les bords, & mal terminée. On la reconnut pour Comete à son mouvement propre, qui fut bien-tôt apperçû.

Par les observations des trois premieres nuits, où l'on pût la voir, on détermina que sa route étoit sur un grand Cercle qui coupoit l'Ecliptique vers le milieu de la Vierge & des Poissons, & qui dans son plus grand éloignement de l'Equateur, en étoit à 55 degrés, que le mouvement de la Comete sur ce Cercle étoit alors de 4 degrés par jour, contre l'ordre des signes, & qu'elle s'approchoit toûjours de l'Ecliptique, allant du Nord Est au Sud-Oüest. On détermina même par la diminution sensible de son mouvement, qu'elle avoit dû être vers son Perigée au temps de la premiere observation.

Cette détermination du Perigée est tout à fait importante. Quand elle est une fois faite, M. Cassini suppose que la Comete au lieu de décrire un arc de Cercle ou de quelque autre Courbe, décrit la Tangente d'un Cercle concentrique à la Terre, qui a pour rayon la distance de

la

la Terre à la Comete dans son Perigée. Cette Tangente l'est dans le point du Perigée. Quoique ce soit une ligne droite, elle peut dans une grande étenduë être prise pour l'arc même de l'Orbe de la Comete, à cause de l'énorme grandeur dont cet Orbre doit être. De plus, M. Cassini suppose le mouvement de la Comete égal, & en effet il l'est du moins par rapport à nous, tant à cause de la grande distance, que de la petite partie de l'Orbe qui nous est visible. Il prend ensuite par observation le nombre de degrés celestes que la Comete a parcourus en un jour depuis son Perigée, par exemple 4 degrés, il les pose sur sa Tangente à compter depuis le Perigée, & par l'extrémité de cette étenduë de 4 degrés, il tire au centre de la Terre une ligne qui est l'hipotenuse de l'angle droit formé par le rayon du Cercle & par la Tangente. Les 4 degrés sont la mesure, & dans la supposition presente, la base de l'angle du centre. Voilà donc un triangle rectangle dont les trois angles sont connus, & par consequent le rapport de ses côtés. Dans l'exemple present, si le rayon du Cercle est de 100 parties, les 4 degrés valent 7 de ces parties, d'où M. Cassini tira cette consequence, que le chemin de la Comete en un jour étoit les $\frac{7}{100}$ de sa plus petite distance à la Terre. Enfin la Tangente étant divisée en parties qui soient toutes égales à ces $\frac{7}{100}$, on a le chemin de la Comete pour chaque jour, & on peut le prédire, de sorte que si on a été plusieurs jours de suite sans la pouvoir observer à cause du mauvais temps, on sçait dés que le temps permet l'observation, à quel endroit du Ciel il faut pointer la Lunete pour retrouver l'Astre. Il est visible que cette division de la Tangente en parties égales donne la diminution du mouvement apparent de la Comete, à mesure qu'elle s'éloigne de son Perigée, car ces parties égales sont vûës sous des angles toûjours plus petits, dont la diminution est aisée à connoître, & c'est par-là que M. Cassini prédit les lieux de la Comete dans le Ciel.

Comme la supposition de la Tangente décrite par la Comete est fausse, on ne trouve plus l'Astre sur cette li-

gne droite, quand ſon cours nous eſt viſible dans une étenduë conſiderable. Ainſi la Comete de cette année qui diſparut le 16 Avril commençoit à s'écarter de la Tangente. Elle n'étoit plus même dans le plan d'un grand Cercle, c'eſt à dire d'un Cercle dont le plan eût paſſé par le centre de la Terre.

A la fin de ſon cours, ſon mouvement n'étoit pas d'un degré par jour. Sa grandeur diminuoit en même temps.

Il parut en 1580 une Comete qui eut la même viteſſe, & qui tint à peu prés la même route. On en pourroit tirer une conſequence favorable à l'Hipotheſe des Retours.

La Theorie que nous avons rapportée, & par laquelle M. Caſſini calcula le mouvement de cette Comete répondit auſſi juſte aux obſervations que les meilleurs Tables de la Lune. On pourroit être étonné que le cours de la Lune, qui eſt ſi proche de nous, & toûjours expoſée à nos yeux, ne nous fût pas plus connu que celui de ces Aſtres étrangers, ſi éloignés de nous, & le plus ſouvent cachés, mais la proximité même de la Lune & ſa préſence continuelle font la difficulté de connoître ſon cours.

SUR LA PLANETE

DE MERCURE.

V. les M. p. 95.

MErcure, qui à nôtre égard ne s'éloigne jamais plus du Soleil que de 28 degrés, en eſt ordinairement ſi proche, qu'il eſt perdu & abîmé dans ſa lumiere, & inviſible à la vûë ſimple. Quand il ſe dégage des rayons du Soleil le plus qu'il eſt poſſible, il eſt encore le plus ſouvent dans les Crepuſcules, & comme il eſt beaucoup plus petit que la Terre, on ne le découvre pas ſans peine, ſuppoſé même que le temps ſoit alors favorable.

Depuis l'uſage des Lunetes, on l'a vû plus commodément, mais rarement encore, & preſque toûjours le matin ou le ſoir. Or les obſervations faites en ces temps-là

ſont les moins ſûres, & les moins propres à fonder des Tables du mouvement d'une Planete, à cauſe de l'inégalité des refractions horiſontales, qui changent irregulierement le lieu apparent de l'Aſtre, & cet inconvenient eſt d'autant plus grand, que l'Aſtre eſt plus rarement apperçû, parceq'u'on a moins d'obſervations qui ſe rectifient les unes les autres. Par cette raiſon, il faut voir Mercure proche du Meridien, s'il eſt poſſible.

L'avantage qu'on tire des Lunetes à l'égard de Mercure n'eſt pas qu'elles le groſſiſſent, au contraire elles le font voir plus petit qu'à la vûë ſimple, ce qui a été expliqué en général dans l'Hiſt. de 1699*, mais elles donnent lieu de le voir malgré une clarté qui l'effaceroit, ainſi que nous avons dit dans l'Hiſt. de 1700*. M. de la Hire a cependant cherché long-temps Mercure dans le Meridien ſans l'y pouvoir découvrir, peut-être faute d'avoir d'aſſés bonnes Tables de ſon mouvement, car pour trouver dans un ſi grand jour un auſſi petit objet, il faut ſçavoir aſſés préciſément l'endroit où l'on doit le trouver, & y pointer la Lunete.

* p. 79.
* p. 116. & 117.

Le mouvement du Soleil étant de tous les mouvemens celeſtes le plus exactement connu, on a tâché de voir Mercure le plus prés du Soleil qu'il fût poſſible, afin de connoître plus ſûrement par le lieu du Soleil dans le Ciel celui de Mercure. On a fait des obſervations de cette Planete ſous la Zone Torride, où les Crepuſcules plus courts que ceux de nos Climats la laiſſent voir plus prés du Soleil. Mais malheureuſement ces obſervations n'ont pas été aſſés ſûres.

Les plus avantageuſes de toutes ont été celles de Mercure vû ſur le diſque même du Soleil, car quelquefois dans ſa conjonction *inferieure* il paſſe devant cet Aſtre, & en éclipſe une tres-petite partie, viſible ſeulement à la Lunete. La premiere obſervation de cette eſpece qui ait jamais été faite fut celle de Gaſſendi en 1632, aprés quoi on en a fait encore cinq dans le Siécle paſſé.

M. de la Hire ayant devant lui ces obſervations, &

celles qu'il avoit faites lui-même de Mercure le matin & le soir, en dressa de si bonnes Tables qu'enfin, avec leur secours il trouva Mercure dans le Meridien pour la premiere fois le 22 Octobre 1699. Aprés cela il ne lui fut plus fort difficile de le revoir dans la même situation.

Il publia en 1702 ses Tables pour toutes les Planetes, & maintenant M. de la Hire le fils leur compare plusieurs observations de Mercure dans le Meridien. Il l'y a vû le 28 Juillet 1705 à 11h 31′ du matin, & par consequent éloigné seulement du Soleil de 7 degrés à peu prés. En même temps il compare aux Tables de M. de la Hire ce que donnent les Tables de Kepler, estimées de tous les Astronomes avec tant de justice. Il est naturel que celles de M. de la Hire l'emportent, fondées comme elles sont sur des observations en plus grand nombre, & sur les observations singulieres de Mercure vû dans le Soleil, que Kepler n'avoit pas; aussi voit-on le plus souvent qu'elles s'éloignent beaucoup moins du Ciel, & elles s'en éloignent si peu que ce sera une espece de merveille pour ceux qui connoissent Mercure.

Il ne faut pas oublier ici que quelquefois Mrs de la Hire n'ont pû découvrir Mercure au Meridien, quoiqu'alors il fût plus éloigné du Soleil, & par consequent plus facile à découvrir, que dans d'autres temps où ils l'avoient vû, & cela, sans pouvoir soupçonner qu'il y eût de la faute des Tables. Peut-être Mercure, aussi-bien que le cinquiéme Satellite de Saturne, qui devient invisible en certains temps *, a-t-il une partie considerable de son globe plus obscure que le reste, c'est à dire, moins propre à reflechir vers nous la lumiere du Soleil.

* V. l'Hist. de 1705. p. 111.



SUR LES APPARENCES
DU CORPS DE LA LUNE.

DEpuis les Telescopes, la Lune est un objet tout nouveau pour nous. Voici quelles en sont les principales apparences. V. les M. p. 107.

1°. Elle a une infinité de Montagnes plus hautes que les nôtres, à proportion de son globe, prés de 60 fois plus petit que celui de la Terre. On voit l'ombre de ces Montagnes, & on la voit changer selon les differens aspects du Soleil.

2°. Elle a des cavités ou lacunes, pareilles à celles que laisseroient nos Mers sur la surface de la Terre, si elles étoient anéanties, mais moins continuës, moins grandes, en beaucoup plus grand nombre, & plus profondes. Ce sont comme une infinité de grandes fosses. Par consequent la surface de la Lune n'est pas, ainsi que celle de la Terre, à peu prés égale & de niveau, aux Montagnes prés, elle a de plus ces especes de fosses, qui y sont creusées en mille & mille endroits.

3°. Il y a d'autres endroits qui sans être des cavités paroissent obscurs, & ce sont ceux-là que l'on pourroit prendre pour des Mers. Mais M. de la Hire remarque qu'à les examiner de plus prés ils ont aussi des cavités, ce qui ne peut guere convenir à un liquide. Il n'y aura donc point de Mers sur la Lune, & ces endroits obscurs seront seulement de grands Païs dont la terre sera naturellement plus noire.

4°. Ordinairement de grandes Montagnes bordent les cavités.

5°. Des quadratures à l'opposition, les apparences de la surface de la Lune changent à tel point qu'à peine sont-elles reconnoissables. Un grand nombre de Montagnes & de cavités qui se distinguoient aisément, ne se distinguent

plus du tout, ce qui vient, ſelon M. de la Hire, de ce que ces Montagnes étant éclairées de côté dans les quadratures, leurs éminences devenoient ſenſibles à nos yeux; au lieu qu'elles ne le ſont plus, quand elles ſont éclairées en face, de la même maniere à peu prés, que la ſaillie des figures d'un bas-relief placé à une diſtance mediocre eſt plus aiſée à voir quand le jour y donne de côté. De plus, quantité d'endroits qui dans les quadratures ne ſont que de petites cavités noires, à peine ſenſibles, deviennent dans l'oppoſition tres-lumineux & tres-brillants, & il y en a tel qui l'eſt tant qu'on a cru qu'il devoit jetter des flames comme le Mont-Etna. M. de la Hire explique aſſés naturellement ce Phenomene, en ſuppoſant que la figure interieure de ces cavités eſt à peu prés ſpherique, & leur ſuperficie blanche & fort raboteuſe. Ces eſpeces de grands Miroirs concaves ne peuvent nous renvoyer la lumiere du Soleil que quand ils en ſont vûs à plein, & ils la renvoyent de tous côtés, parceque leur ſurface eſt raboteuſe, & tres-vivement, parcequ'elle eſt blanche. En joignant enſemble le changement qui arrive à l'apparence de ces cavités, & la difference de beaucoup de cavités & de Montagnes qui s'efface en même temps, il eſt aiſé de voir combien la Lune doit être differente d'elle-même d'un temps à l'autre.

Pour s'aſſurer de ces idées, M. de la Hire fit autrefois une repreſentation en relief d'une petite partie de la Lune, telle qu'il l'imaginoit, & il vit qu'en differentes expoſitions au Soleil, elle répondoit aſſés bien aux apparences qu'il vouloit expliquer.

6°. Depuis prés de 100 ans que l'on a les Teleſcopes, il ne doit pas être arrivé de grands changemens ſur la ſurface de la Lune. Car M. de la Hire démontre qu'avec une Lunete de 25 pieds, un eſpace qui ne ſeroit pas plus grand que Paris, y ſeroit fort ſenſible, & par conſequent s'il s'y étoit fait quelque grand changement, qui eût occupé ſeulement une pareille étenduë, on l'auroit vû. Il n'en eſt pas ainſi de Jupiter & de Mars*. Il convient aſſés à une Pla-

* V. cy-deſſus p. 101.

nete qui n'a point de Mers, que ſa ſurface ſoit exempte de grands changemens.

7°. Il lui convient auſſi de n'avoir point d'Atmoſphere, & en effet il ne paroît pas que la Lune en ait, du moins ſenſiblement. D'habiles Obſervateurs ne s'apperçoivent point que les rayons d'une Etoile fixe, qui en ſera tout proche, & qui touchera ſon diſque, ſouffrent aucune refraction.

SUR UNE NOUVELLE ETOILE

QUI PAROIT ET DISPAROIT.

Rien ne ſeroit plus naturel que de croire exemptes de changement ces Regions immenſes, où les Etoiles fixes ſemblent ſuſpenduës. Depuis une longue ſuite de Siécles, le ſpectacle en eſt toûjours le même, mais il ne l'eſt qu'à des yeux peu éclairés ou peu attentifs, & maintenant qu'on obſerve le Ciel avec un plus grand ſoin, & de nouveaux ſecours, on voit qu'il a ſa part des changemens, qu'on croyoit n'être que ſublunaires. Il diſparoît des Etoiles qui ont été vûës par les Anciens, il en paroît de nouvelles, il y en a qui diſparoiſſent & reparoiſſent, & quelques-unes dans des periodes aſſés reglées. V. les M. p. 115.

Auroit-on penſé qu'il n'y a pas dans le Ciel beaucoup de Conſtellations, où depuis cent ans il ne ſoit arrivé quelque changement ſenſible ? M. Maraldi a remarqué, il y a déja quelque temps, que la Region où il en arrive le plus eſt la Voye de lait, comme ſi dans cette fourmilliere de petites Etoiles il regnoit plus de mouvement & d'agitation.

Dans l'eſpece de celles qui paroiſſent & diſparoiſſent aſſés regulierement, tout le monde connoît l'Etoile de la Baleine, dont la révolution eſt ordinairement de 11 mois, & celle du Cigne, dont la révolution eſt de 13. M. Maraldi en a découvert dans l'Hidre une troiſiéme, dont il a trouvé que la révolution étoit de 2 ans.

Les Etoiles fixes étant autant de Soleils, car à l'énorme distance où elles sont, & que M. Hugens fait 27664 fois plus grande que celle de la Terre au Soleil, elles ne brillent pas d'une lumiere reflechie; il faut ou que ces Soleils qui paroissent & disparoissent ayent un mouvement par lequel ils s'approchent & s'éloignent de nôtre Monde, ce qui n'est guere vrai-semblable, puisqu'il semble qu'ils devroient avoir tous un pareil mouvement, ou que leurs globes soient en partie lumineux, en partie obscurs, & qu'ils tournent sur leurs axes dans les temps où se fait la periode de l'apparition. Cette ingenieuse hipothese de feu M. Boüillaud est la plus recevable, & elle a été depuis appliquée à de pareils phenomenes, comme au cinquiéme Satellite de Saturne. Il est fort possible que dans ce nombre infini de Soleils, il y en ait qui ne soient que des demi-Soleils, & d'autant plus que nôtre Soleil lui-même a des taches, qui le réduiroient à n'être qu'un demi-Soleil, si elles étoient fixes & plus étenduës. En cas que des Planetes habitées tournent autour de tous les Soleils, il est aisé de s'imaginer quel est l'effroy des Habitans, aux yeux de qui leur Soleil disparoît pour un temps considerable, ou plutôt quelle est la tranquillité avec laquelle ils voïent un spectacle ordinaire pour eux, & qui seroit terrible pour nous.

Les révolutions qu'on est obligé de donner aux Etoiles de la Baleine, du Cigne, & de l'Hidre sur leurs axes en 11 mois, 13 mois, & 2 ans sont beaucoup plus longues que celle du Soleil, qui n'est que de 27 jours & demi. Mais il ne paroît pas qu'on puisse tirer delà aucune consequence pour la proportion de la grosseur des Globes, comme si les plus grands employoient plus de temps à tourner. Dans nôtre Monde, Jupiter huit mille fois plus gros que la Terre, tourne cependant plus de deux fois plus vîte.

Les Etoiles qui paroissent & disparoissent sans révolutions reglées, peuvent être des Soleils dont les Taches soient fort grandes, mais non-pas fixes, & peut-être même capables de s'évanoüir entierement. Celles de nôtre Soleil

Soleil nous donnent lieu d'imaginer sur cette matiere un assés grand nombre de varietés.

SUR LES TROIS ECLIPSES
DE CETTE ANNÉE.

LA premiere des trois Eclipses de cette année a été lunaire. Le commencement qui avoit été determiné dans la Connoissance des Temps à 31′ aprés minuit, 28 Avril, ne pût être observé à cause de la pluïe & des nuages, non-plus que plusieurs autres phases. Mrs Cassini & Maraldi observerent la fin à 3^h 3′, & la grandeur de 5 doits 52′. Mrs de la Hire observerent la fin à 3^h 4′, & la grandeur de 5 doits 40′. V. les M. p. 155. 157. & 481.

Les observations de cette Eclipse, quoiqu'en petit nombre, & même un peu douteuses, n'ont pas laissé d'être d'un grand usage. Heureusement le P. Boutin Missionnaire Jesuite étant alors au Port de Paix dans l'Isle de S. Domingue observa aussi, & il en a envoyé un petit Memoire au P. Goüye, qui l'a communiqué à l'Academie. Quoique le P. Boutin n'ait observé qu'avec sa montre, & à la vûë, la grandeur de l'Eclipse qu'il a marquée à 10′ prés de Mrs de la Hire, a fait ajoûter foi à ses autres observations. M. de la Hire a pris celle qu'il a faite de la fin de l'Eclipse à 9^h 40′ du soir le 27 Avril au Port de Paix, & la comparant à l'observation correspondante de Paris, il en conclut la difference de longitude de ces deux lieux de plus de 81 degrés, au lieu que les meilleures Cartes que nous ayons jusqu'à present ne la marquent que d'environ 75.

Par les observations que les Jesuites Missionnaires ont faites en divers lieux de l'Orient, il n'y a pas encore 20 ans, on a trouvé les differences de longitude beaucoup moindres que ne les marquoient les Cartes les plus estimées, & l'Asie s'est rapprochée de nous de plus de 500 lieuës. Maintenant voici tout au contraire l'Amerique qui s'en

éloigne, & les 6 degrés dont l'Isle de S. Domingue est plus occidentale qu'on ne pensoit, pris sous l'Equateur, valent 150 lieuës moyennes de France. Mais pourquoi la Geographie est-elle tombée à l'égard de l'Asie & de l'Amerique dans des erreurs opposées? M. de la Hire croit que cela vient de ce que les déterminations des longitudes dans les Cartes n'ont pas été fondées jusqu'à present sur des observations astronomiques, mais sur l'estime des Navigateurs, qui ont cru les lieux d'autant plus éloignés que la navigation étoit plus difficile; or il est certain qu'elle l'est plus d'ici en Asie qu'en Amerique. On pourroit ajoûter qu'à l'égard de l'Asie l'erreur excessive de Ptolomée a influé sur les Cartes modernes, telles que celles de Mrs Sanson & Duval. M. Cassini a remarqué, il y a déja du temps, que selon Ptolomée la Chine seroit de plus de 45 degrés plus orientale qu'elle n'est effectivement, & il est assés naturel que l'on n'ait pas osé faire d'abord à la Geographie de Ptolomée une aussi grande correction qu'il auroit falu, & que l'on ait conservé quelque prévention pour le grand éloignement de la Chine. Peut-être est-ce par cette raison que du côté de l'Amerique l'erreur, qui a eu ce principe de moins, n'a pas été si grande.

V. les M. p. 165. 169. 171. 149.
La seconde Eclipse de cette année suivit la premiere d'aussi prés qu'il soit possible, puisqu'il n'y eut que l'intervalle de la Pleine Lune à la Nouvelle Lune. Elles furent encore d'autant plus proches, qu'au temps de la seconde la Lune étoit vers son Perigée, & par consequent dans sa plus grande vîtesse, & alors son mouvement vrai surpassa le moyen presque autant qu'il le puisse surpasser. Cette seconde Eclipse fut donc solaire, & elle arriva le 12 Mai au matin à Paris.

L'Astronomie peut se vanter, & elle conservera cette gloire dans les Siécles à venir, que jamais phenomene celeste n'a eu de plus grands & de plus illustres Observateurs. Le Roi voulut voir faire les observations par des Astronomes de l'Academie, & pour cela M. Cassini le fils & M. de la Hire le fils allerent à Marli, avec tous les in-

strumens necessaires. Toute la Maison Royale & toute la Cour furent témoins des operations, & Monseigneur le Duc de Bourgogne, qui fait bien voir que les Sciences peuvent trouver leur place parmi les occupations des plus grands Princes, détermina lui-même plusieurs Phases, le commencement, par exemple, qui fut douteux à cause des nuages, & qu'il fixa par une estime fort juste à 8^h 26'. La fin fut à 10^h 41'. Du diametre apparent du Soleil divisé en 12 doits, il y en eut 11 couverts dans la plus grande obscurité, à quelques minutes prés, chaque doit ayant 60 minutes.

Quoiqu'il ne nous restât que la 12me partie du diametre du Soleil, la lumiere, qui étoit à la verité d'une pâleur effrayante & sinistre, ne laissoit pas d'être encore assés grande, & tous les objets se distinguoient aussi facilement que dans le plus beau jour. Comme les espaces compris dans des cercles differents sont en même raison que les quarrés des diametres, si l'espace qui étoit encore visible dans le disque du Soleil eût été parfaitement circulaire, nous n'aurions eu que la 144me partie de la lumiere que nous avons ordinairement, mais cet espace étant un peu plus grand à cause des *cornes* de l'Eclipse, il nous resta aussi un peu plus de lumiere, mais nous en eûmes moins que Saturne, qui étant 10 fois plus éloigné du Soleil que nous, n'en a que 100 fois moins, & cela nous doit assurer que cette Planete malgré son grand éloignement du Soleil en est suffisamment éclairée, quand même ses Habitans n'auroient les yeux faits que comme nous.

Au temps de cette Eclipse le Soleil étoit vers son Apogée, aussi-bien que la Lune vers son Perigée, & par consequent le diametre apparent du Soleil étoit à peu prés le plus petit, & celui de la Lune le plus grand qu'il puisse être, circonstance qui rend l'Eclipse plus grande, & sa durée plus longue. L'excés du diametre apparent de la Lune sur celui du Soleil étoit environ de 1' $\frac{1}{2}$.

M. Cassini ne manqua pas d'employer la Methode qu'il a inventée depuis long-temps pour tracer le chemin de

l'ombre de la Lune sur la Terre, & déterminer par-là tous les lieux qui ont vû l'Eclipse, soit totale, soit partiale, soit centrale ou non, & les differents temps où ils l'ont vûë.

Dans l'Eclipse solaire du 23 Sept. 1699 rapportée par l'Histoire de la même année*, il avoit décrit le mouvement de l'ombre d'Occident en Orient déclinant vers le Midi, & l'avoit fait commencer par les parties Orientales de l'Amerique Septentrionale, & finir à la partie Occidentale de la Chine, aprés avoir traversé le milieu de l'Afrique & l'Equateur. Dans l'Eclipse de cette année, le mouvement de l'ombre fut d'Occident en Orient déclinant vers le Septentrion, il commença dans l'Océan Atlantique en deçà de l'Equateur & de l'Amerique, traversa la Mediterranée, alla jusque dans la grande Tartarie, & du côté du Septentrion une partie de l'ombre tomba hors de la Terre, aussi-bien que dans l'Eclipse de 1699. Ces deux Eclipses étant comparées ensemble, l'ombre de la premiere alloit du Nord-Oüest au Sud-Est, & celle de la seconde du Sud-Oüest au Nord-Est, & si elles avoient laissé des traces, elles se croiseroient en Pologne.

* p. 76. & suiv.

Cette difference de la direction des deux mouvemens est produite par la differente situation qu'avoient à l'égard du Soleil les signes d'où venoit la Lune. Quand elle vient se joindre au Soleil, elle vient toûjours d'un signe ou d'un degré plus occidental que celui où est le Soleil, mais ce degré plus occidental peut être ou au Midi ou au Septentrion du Soleil. Il est tres-aisé de faire l'application de cette remarque.

Dans l'endroit déja cité de l'Hist. de 1699, nous avons dit que le mouvement de l'ombre de la Lune sur la Terre est plus rapide que celui d'un boulet de Canon dans l'air. Cette prodigieuse vîtesse de l'ombre vient de ce que tandis que la Lune parcourt un degré de son Orbe, son ombre parcourt sur la Terre un espace égal. Il faut donc voir ce que vaut un degré de l'Orbite de la Lune appliqué sur la circonference de la Terre. Les circonferences de deux Cercles étant comme leurs rayons, & la distance de la

Lune à la Terre, ou, ce qui est la même chose, le demi-diametre de son Orbite étant environ de 60 demi-diametres de la Terre, un degré de l'Orbite de la Lune vaut 60 degrés d'un grand Cercle de la Terre, ou 1500 lieuës. Or la Lune parcourt un degré de son Orbite environ en 2 heures, ce qui donne à son ombre une vîtesse de 12 lieuës par Minute, & dans ce même temps un boulet de Canon ne parcourt que prés de 3 lieuës. Nous n'entrons point ici dans les circonstances particulieres, qui peuvent faire varier la vîtesse de l'ombre, telles que sont les inégalités du mouvement de la Lune, ses differentes distances à la Terre, la differente obliquité de la projection de l'ombre sur differentes parties de la surface du globe terrestre, la diversité même des refractions des rayons du Soleil.

Le Languedoc, la Provence, & le Dauphiné se sont trouvés sur la route de la ligne qui partageoit par le milieu l'ombre de la Lune le 12 Mai, c'est à dire qu'ils ont vû l'Eclipse totale, & même centrale. Les lieux qui voyent une Eclipse totale peuvent ne la pas voir centrale, parceque la Lune peut couvrir entierement le Soleil, sans que la ligne tirée du lieu de l'observation au centre de la Lune passe aussi par le centre du Soleil. Mais ceux qui voyent une Eclipse centrale la voyent aussi totale, si elle peut l'être, & de la plus grande durée dont elle puisse être, du moins à peu de chose prés. Les lieux qui voyent l'Eclipse totale la voyent plus ou moins longue selon qu'ils sont de part & d'autre plus ou moins éloignés des lieux qui la voyent centrale.

A Arles l'Eclipse fut centrale, & dura totale pendant 5', ce qui est à peu prés la plus grande durée qu'une Eclipse totale de Soleil puisse avoir. Puisque le diametre apparent de la Lune excedoit celui du Soleil de 2' ½, la Lune aprés qu'elle eut entierement couvert le Soleil, eut ces 2' ½ à parcourir dans son Orbite, avant que de pouvoir laisser la moindre partie du Soleil découverte. Or si la Lune fait 1 degré de son Orbite en 2 heures, elle en fait 2' ½ en 5'. A Arles, aussibien que dans plusieurs autres Villes qui eurent l'Eclipse

ou centrale ou totale, l'obscurité fut si grande que l'on ne vit plus ni à lire, ni à travailler; à peine se reconnoissoit-on les uns les autres; les Oiseaux de nuit sortirent de leurs trous, & ceux qui volent de jour se cacherent. Les Astronomes virent auprés du Soleil Mercure, Venus & Saturne, & plusieurs fixes de toutes parts. Quand la plus petite partie du Soleil commença à reparoître, ce fut comme un éclair subit & tres-vif.

La Societé Royale des Sciences établie depuis peu à Montpellier sur le modele de l'Academie, observa avec beaucoup de soin cette Eclipse. Ces Mrs ont remarqué que pendant qu'elle fut totale l'obscurité ne ressembla ni à celle de la nuit ni à celle du Crepuscule, mais qu'elle fut d'une espece particuliere, qui ne se peut non-plus exprimer que la lumiere ou le son. Il est assés étonnant que la varieté qui regne dans la Nature s'étende jusque sur l'obscurité, qui semble n'avoir qu'une cause, & par consequent devoir être fort uniforme.

Mais de tous les Phenomenes de cette Eclipse le plus considerable, & en même temps le plus difficile à expliquer, ce fut une Couronne d'une lumiere pâle, large de la 12me partie du diametre de la Lune, qui parut autour de son disque dans les lieux où l'Eclipse fut totale. Les Astronomes de la Societé Royale de Montpellier, plus attentifs & plus exacts que d'autres Observateurs, remarquerent que cette Couronne, qui, à la verité, ne s'étendoit point avec une égale vivacité au delà des bornes qu'on vient de lui donner, alloit beaucoup plus loin en s'affoiblissant toûjours, & formoit un grand espace circulaire de 8 degrés de diametre, & dont la Lune étoit le centre.

D'où pouvoit venir cette Couronne lumineuse? puisque le diametre apparent de la Lune surpassoit celui du Soleil, l'Eclipse n'étoit pas *annulaire*, c'est à dire que la circonference du disque du Soleil ne demeuroit pas découverte, & d'ailleurs l'éclat de cette Couronne étoit sans comparaison moindre que celui de la plus petite par-

tie du Soleil. Cette apparence auroit pû être causée par une Atmosphere de la Lune, mais il n'est guere vrai-semblable qu'elle en ait, puisque quand elle rencontre quelque Etoile & la cache, on ne voit point ordinairement ou la figure ou la vîtesse apparente de cette Etoile changer par la refraction que l'Atmosphere de la Lune causeroit à ses rayons.

M. Cassini a donc recours à une autre hipothese. Il découvrit en 1683 une Lumiere qui suit le Soleil, & qui l'a peut-être toûjours suivi, sans avoir jamais été apperçûë jusque-là, parceque quand il y a des clairs de Lune elle en est toûjours effacée, & hors delà, presque toûjours par les Crepuscules, qui ne la laissent paroître que quand ils sont les plus courts, & n'en laissent paroître que l'extremité la plus foible. Il supposa que cette Lumiere étoit causée par une matiere répanduë autour du Soleil jusqu'à une certaine distance, plus épaisse à proportion qu'elle en étoit plus proche, & capable de reflechir ses rayons vers nos yeux, lorsqu'ils n'y viennent plus directement. Il avança même alors, conformément à son sistême, que *si on pouvoit voir cette Lumiere en presence du Soleil, elle lui formeroit une espece de chevelure*, au lieu qu'elle ne paroissoit qu'une traînée de lumiere d'une certaine largeur, toûjours étenduë sur le Zodiaque, parcequ'on ne la voyoit que quand le Soleil étoit sous l'horison. Il y a tout lieu de croire que la grande Couronne qui dans l'Eclipse totale a été vûë autour de la Lune, ou, ce qui revient au même, autour du Soleil, est la Chevelure prédite par M. Cassini. En effet, elle n'a paru qu'au même degré d'obscurité à peu prés où l'on voit, aprés la fin des Crepuscules, la Lumiere qui s'étend sur le Zodiaque jusqu'à un certain terme. Il est tres-possible, pour ne rien dire de plus, que cette même Chevelure ait déja paru dans d'autres Eclipses, & que faute de connoître la Lumiere qui la produisoit, on ait pris pour annulaires des Eclipses totales, & même plus que totales. Plus on fait de découvertes, plus on voit qu'on n'en sçauroit trop faire, & qu'elles sont toutes importantes.

V. les M. p. 462. Toutes les observations de cette Eclipse que l'Academie pût avoir de differents lieux, servirent, selon la methode de M. Cassini, à déterminer les Longitudes.

V. les M. p. 471. La troisiéme Eclipse de cette année fut une Eclipse de Lune, qui arriva le 21 Octobre au soir. Selon la *Connoissance des Temps* le commencement devoit être à $6^h\ 3'\ 37''$, le milieu à $7^h\ 22'\ 1''$, la fin à $8^h\ 40'\ 25''$. La grandeur devoit être de 7 doits 26'. Le temps fut ici tres-contraire à l'observation, & la rendit fort imparfaite, mais à Marseille & à Boulogne en Italie il fut plus favorable, & les observations qu'on y fit se sont trouvées, aprés les reductions necessaires, assés conformes à la *Connoissance des Temps*.

SUR UNE CONJONCTION DE JUPITER AVEC LE COEUR DU LION.

V. les M. p. 481. LEs meilleures Tables Astronomiques, & les plus propres à representer les mouvements celestes, étant une fois construites, ce n'est pas un repos acquis aux Astronomes. Elles demandent à être tous les jours comparées avec le Ciel, soit parcequ'elles ne peuvent jamais être de la derniere exactitude, soit parceque peut-être le Ciel changera. M. de la Hire ayant comparé à ses Tables de Jupiter une observation qu'il fit le 17 Octobre 1706 de la conjonction de cette Planete avec l'Etoile nommée le Cœur du Lion, ou *Regulus*, fut content de leur justesse, & à cette occasion il examina les deux seules conjonctions de Jupiter avec la même Etoile, dont il y ait memoire parmi les Astronomes.

La premiere est de l'an 508 observée à Athenes, trouvée par M. Boüillaud dans un ancien Manuscrit de la Bibliotheque du Roi. La seconde a été observée en 1623 par

par M. Boüillaud lui-même, encore fort jeune. Nous n'entrerons point dans le détail des reflexions de M. de la Hire sur ces deux observations, & sur les consequences que M. Boüillaud en a tirées pour la longitude ou la latitude de Jupiter. Nous rapporterons seulement ici un fait digne de remarque. M. de la Hire voyant ses Tables trop éloignées de la position que M. Boüillaud donnoit à Jupiter dans la conjonction de 508, & soupçonnant quelque erreur dans les calculs de cet Astronome, quoique tres-habile, trouva qu'effectivement il n'avoit pas fait attention que l'année 508 étoit Bissextile, & cette legere inadvertance étoit la seule cause de tout le mal. Ce qui prouve combien il est aisé de tomber dans une semblable erreur, c'est qu'il est même difficile de s'appercevoir qu'un autre y soit tombé.

Parmi toutes les discussions délicates où M. de la Hire est conduit par le sujet qu'il traite, il propose un soupçon qui lui est venu, que le mouvement des Nœuds des Planetes pourroit bien n'avoir pas toûjours la même direction, mais retrograder quelquefois, & avoir des especes de vibrations irregulieres. A l'égard de la Lune, cela est constant, il croit en être sûr pour Saturne; peut-être dans les autres Planetes les irregularités du mouvement des Nœuds sont-elles moins sensibles. Il est toûjours certain que quand on ramene les choses à la Phisique le préjugé est grand contre l'uniformité ou l'égalité exacte.

SUR LES TACHES DU SOLEIL.

SElon le plan que nous avons exposé dans l'Hist. de 1705 *, & en supposant les connoissances préliminaires qui y ont été établies, voici le résultat des Observations que Mrs Cassini, de la Hire & Maraldi ont faites des Taches qui ont paru cette année dans le Soleil. * p. 116.

Le 6 Avril, on apperçut une Tache de mediocre grosseur, éloignée du bord Oriental du Disque d'un peu plus de 3′, dont le diametre du Soleil en contient 32, & plus élevée de 4′ à peu prés que le centre du Soleil. Elle étoit assés noire, composée d'une Tache plus grosse, qui avoit sa nebulosité à l'ordinaire, & de quelques autres petites. Le tout étoit environné d'une grande Facule, ce qui marque assés souvent que les Taches diminuënt de grandeur, & sont prestes à se dissiper. En effet, celle-ci diminua tellement qu'on ne pût la voir que jusqu'au 10. Elle s'étoit toûjours avancée vers l'Occident.

Le 4 Juin, on vit une petite Tache presque au milieu du Disque. Elle n'avoit point paru 2 jours auparavant, quoiqu'on eût eu attention à en chercher. Elle étoit plus basse que le centre du Soleil de 1′½. Le lendemain & les jours suivants, on ne la vit plus.

Le 19 Juin, on apperçut un amas de Taches qui avoit déja passé le milieu du Disque, & qui cependant n'avoit point paru les jours précedents. La plus grosse Tache de cet amas étoit plus basse que le centre du Soleil de prés de 4′. Depuis le 19, on ne pût observer jusqu'au 23, & alors on ne vit plus rien, quoique ces Taches n'eussent pas encore pû être portées dans l'Hemisphere caché du Soleil par son mouvement de 27 jours & demi.

Le 14 Septembre, on apperçut une Tache éloignée de 5′ du bord Oriental du Disque, & plus basse que le centre de 9′. Le temps ne permit point de l'observer aprés le 20. Dans la derniere observation elle n'étoit plus au dessous du centre du Soleil que d'un peu plus de 1′.

On ne doit pas être surpris que la *déclinaison* ou *latitude* des mêmes Taches par rapport au centre du Soleil varie, quand même on les supposeroit fixes, & sans aucun mouvement particulier. Nous avons expliqué dans l'Hist. de 1700 * que par la composition du mouvement annuel de la Terre autour du Soleil, & du tournoyement du Soleil autour de son axe, l'apparence est la même à nos yeux, que si la Terre étant immobile, l'Equateur du Soleil aprés

* pag. 104. & suiv.

avoir été dans le plan de l'Ecliptique en ſortoit, & s'éle- voit peu à peu au-deſſus. Or il eſt évident qu'en ce cas-là ce que nous appellons le Centre du Soleil, ou le milieu de ſon Diſque apparent changeroit toûjours, & s'approcheroit ou s'éloigneroit d'une Tache ſuppoſée fixe.

Le 10 Novembre, il parut prés du bord Oriental du Soleil, & au-deſſous du Centre, deux Taches aſſés groſſes, mais peu obſcures, & d'un degré d'obſcurité tel à peu prés que quand elles vont diſparoître. Auſſi ne pût-on les voir que juſqu'au 13. La plus Orientale dût paſſer par le milieu du Diſque le 15 vers le Midi.

Le 7 Decembre, on vit vers le bord Oriental du Soleil un amas de Taches, parmi leſquelles il y en avoit trois plus groſſes, dont la plus conſiderable étoit la plus Occidentale. Elle étoit plus baſſe que le centre du Soleil de quelque 5′. Le 11 elle s'étoit avancée vers l'Occident ſelon que le demande l'hipotheſe de la révolution du Soleil en 27 jours & demi, & elle s'étoit élevée de prés de 3′ par rapport au centre. Tout l'amas étoit plus de 16″ à paſſer par le Meridien.

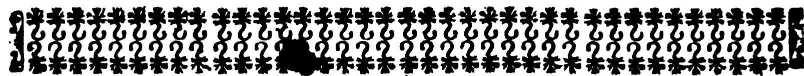
Si l'on ſuppoſe avec M. Caſſini que la parallaxe du Soleil ſoit de 10″ à peu prés, ou, ce qui eſt la même choſe, que le demi-diametre de la Terre vû de dedans le Soleil fût vû ſous un angle de 10″, il s'enſuit que le diametre de la Terre obſervé de dedans le Soleil paſſeroit par un Meridien en 1″ $\frac{1}{3}$, & par conſequent en 12 fois moins de temps que cet amas de Taches. Et ſi on le ſuppoſe ſpherique, ſon diametre étant 12 fois plus grand que celui de la Terre, la maſſe entiere ſera 1728 fois plus groſſe. Une pareille maſſe n'eſt dans le Soleil qu'une Tache inviſible à tous les yeux, & peut-être une eſpece d'écume flotante ſur ſa ſurface, qui s'eſt formée par accident, & qui ſe diſſipe aſſés vîte.

La plus groſſe Tache paſſa par le milieu du Diſque le 12 ſur les 6 heures du ſoir, de ſorte qu'elle pouvoit être la même qui y avoit paſſé le 15 Decembre à Midi.

Le 17 elle étoit plus haute de prés de 1′ que le centre

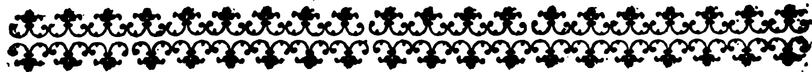
du Soleil. Les jours ſuivants le temps ne permit pas d'obſerver.

MOnſieur Maraldi a communiqué quelques Obſervations faites par les PP. Jeſuites de Lyon dans leur Obſervatoire, & on les a comparées aux Obſervations correſpondantes que l'on avoit.



ACOUSTIQUE.

MOnſieur Carré a commencé à lire un Traité Mathematique des Cordes par rapport aux Inſtrumens de Muſique.



MECHANIQUE.

SUR LES LOIX DU CHOC DES CORPS.

V. les M. p. 442.
IL eſt preſque honteux à la Philoſophie de s'être aviſée auſſi tard qu'elle a fait, qu'il y eût de certaines Regles ou *Loix* ſelon leſquelles les Corps ſe communiquent du mouvement. Mais auſſi depuis cent ans ou environ, que l'on a eu cette idée, qui doit être un des premiers fondements de la Phiſique, on a bien reparé le temps perdu,

les plus celebres Philosophes se sont appliqués à un sujet si utile, & le grand Descartes lui-même l'a rendu encore plus fameux par les erreurs où il est tombé en le traitant. Tout ce qu'un grand nombre d'Auteurs en ont écrit de plus considerable, a été ramassé par M. Carré dans une seule Formule universelle, d'où l'on tire tout d'un coup une infinité de propositions répanduës en differents endroits, & souvent prouvées par de longs & penibles circuits.

Les Loix du Choc des Corps sont tres-simples, mais dans presque tous les effets qu'elles produisent à nos yeux, elles sont si envelopées, & si étouffées sous la multitude des differentes circonstances, qu'il est difficile de les en démêler, & de parvenir à les voir dans leur simplicité naturelle. Le secret est d'écarter d'abord le plus de circonstances qu'il est possible, & de n'envisager que les cas où il en entre le moins.

Il ne s'agit ici que des Corps qui se choquent directement, ou, ce qui est la même chose, dont les Centres de gravité se meuvent sur une même ligne droite.

On suppose pour un temps que les Corps sont ou parfaitement durs ou parfaitement mous, c'est à dire, ou qu'ils sont incapables de changer de figure par le choc, ou que s'ils en changent, ils ne reprennent point celle qu'ils avoient auparavant, en un mot, qu'ils sont sans ressort, car un corps à ressort n'est ni parfaitement dur puisqu'il change de figure par le choc, & qu'il s'applatit, par exemple, ni parfaitement mou, puisqu'il reprend ensuite sa premiere figure.

C'est une certaine force qui fait le mouvement, & cette force doit être plus grande pour mouvoir un plus grand corps, ou pour mouvoir le même corps avec plus de vîtesse. Si elle demeure la même, & qu'elle agisse toute entiere, elle donnera une moindre vîtesse à un plus grand corps, & une plus grande vîtesse à un plus petit, & ces vîtesses seront en raison renversée des masses ou pesanteurs des corps. Ainsi la force par laquelle un corps se meut,

ou, ce qui eſt la même choſe, ſa quantité de mouvement eſt le produit de ſa maſſe ou peſanteur par ſa vîteſſe, & ce produit peut demeurer toûjours égal, tandis que ces deux grandeurs qui le forment varieront d'une infinité de manieres differentes, ce qui eſt le grand Principe de la Mechanique. Pour ſçavoir quelle eſt la vîteſſe d'un corps dont on connoît la quantité de mouvement & la maſſe, il n'y a donc qu'à diviſer la quantité de mouvement par la maſſe, & le quotient eſt la vîteſſe. Si l'on ſuppoſe que la maſſe ſoit augmentée ſans que la quantité de mouvement le ſoit, la vîteſſe devient moindre, puiſque la même quantité de mouvement eſt diviſée par un plus grand nombre.

Comme il eſt ſouvent utile, & même neceſſaire d'aller juſqu'à l'Infini, quoique les recherches ne ſe terminent qu'à des grandeurs finies, on trouve par les Regles de l'Infini que la plus grande maſſe finie n'ayant qu'une vîteſſe infiniment petite, ou, ce qui revient au même, étant en repos, n'a qu'une force infiniment petite ou nulle par rapport à la plus petite maſſe finie qui aura la plus petite vîteſſe finie. Delà vient qu'on dit que la force de la Percuſſion ou du Choc eſt infinie par rapport à celle de la ſimple Peſanteur. De même, une maſſe infiniment petite muë avec la plus grande vîteſſe finie, n'aura qu'une force infiniment petite.

Il eſt clair par la ſeule Metaphiſique, & indépendamment de l'experience, que deux forces égales étant oppoſées, elles empêchent abſolument l'action l'une de l'autre, & ſe détruiſent mutuellement entant qu'elles ſont forces agiſſantes, qu'elles ne ſe détruiſent nullement ſi elles ne ſont nullement oppoſées, & que ſi deux forces ſont inégales & oppoſées, il ne reſte de leur combat que l'excés de la plus grande ſur la plus petite. Delà il ſuit,

1°. Que deux Corps, tels que nous les avons ſuppoſés, ſe rencontrant directement avec des quantités de mouvement égales, s'arrêtent l'un l'autre, & demeurent en repos aprés le choc.

2°. Que ſi un corps en mouvement en rencontre un en

repos, il le pouſſera devant lui avec une vîteſſe moindre que celle qu'il avoit avant le choc, & qu'ils iront tous deux enſemble avec cette vîteſſe commune ſans ſe ſeparer. Car le corps mû doit conſerver ſa force ou quantité de mouvement toute entiere, puiſque le corps qu'il rencontre ne lui oppoſe que ſon repos, qui n'eſt tout au plus qu'une force infiniment petite, & il arrive par le choc la même choſe que ſi la quantité de mouvement du corps mû demeurant la même, ſa maſſe étoit augmentée de celle du corps en repos; ſa vîteſſe qui devient commune aux deux corps eſt donc diminuée.

3°. Que ſi deux corps ſe choquent avec des quantités de mouvement inégales & oppoſées, ils iront tous deux enſemble aprés le choc ſelon la direction du plus fort, & avec une vîteſſe commune moindre que la ſomme des vîteſſes qui ont précédé le choc. La plus petite quantité de mouvement ayant peri par le choc, & avec elle une portion égale de la plus grande, il n'eſt reſté pour toute quantité de mouvement que l'excés de la grande ſur la petite, & c'eſt la même choſe aprés le choc que ſi le corps le plus fort, n'ayant que cette ſeule quantité de mouvement, eût rencontré le plus foible en repos.

4°. Que ſi deux corps ayant la même direction & des vîteſſes inégales ſe rencontrent, ils iront tous deux enſemble aprés le choc avec une vîteſſe commune moindre que la ſomme des deux vîteſſes qui ont précédé le choc. Les deux quantités de mouvement n'ayant rien d'oppoſé ſubſiſtent toutes deux aprés le choc, & c'eſt la même choſe que ſi l'un des deux corps qui auroit eu une quantité de mouvement égale à ces deux quantités, avoit rencontré l'autre en repos; or on a vû qu'en ce cas-là quelle qu'eût été ſa vîteſſe avant le choc elle ſeroit moindre aprés.

Il eſt tres-aiſé d'imaginer en nombres une infinité d'Exemples de ces 4 cas, en donnant aux deux corps telles maſſes, & telles vîteſſes qu'on voudra.

On voit par ces 4 cas, qui comprennent tout ce qui eſt poſſible en cette matiere, 1°. Que la quantité de mouve-

ment qui a précédé le choc ne peut jamais augmenter par le choc. 2°. Qu'elle peut diminuer & même s'anéantir. 3°. Que la vîtesse diminuë toûjours.

Il periroit donc du mouvement à chaque instant en une infinité d'endroits de l'Univers, & la Nature tomberoit peu à peu dans une langueur, suivie à la fin d'un repos universel & funeste à tous les Estres, s'il n'y avoit une ressource perpetuelle pour la reproduction du mouvement. C'est le Ressort, dont peut-être aucun corps n'est absolument privé. Il n'y en a point qui soit ni parfaitement dur, ni parfaitement mou. Ils s'applatissent par le choc, entant que mous, mais par leur ressort naturel ils reprennent leur figure, entant que durs, & ils la reprennent parfaitement, si leur ressort est parfait, comme on le supposera toûjours dans la suite. Le mouvement que nous avons consideré jusqu'ici dans les corps conçûs sans ressort s'appellera *simple*, par opposition au mouvement que le ressort produit.

Il est certain que le ressort, quelle qu'en soit la cause Phisique, est une force qui fait qu'un corps applati ou enfoncé par un certain degré de compression, ou enfin changé quant à sa figure de telle maniere qu'on voudra, la reprend entierement. Or comme ce changement de figure est tout l'effet de la force étrangere dont il a souffert l'impression, il ne peut détruire entierement cet effet sans une force égale, & par consequent la force par laquelle un corps à ressort se rétablit est toûjours égale à celle qui l'a ou applati ou enfoncé, &c. Mais quand un corps à ressort choqué & applati par un autre corps rétablit sa figure, il repousse en arriere celui dont il a été choqué, donc il le repousse avec une force égale à celle qu'avoit avant le choc le corps qui a choqué, donc il tend à lui imprimer la force ou quantité de mouvement qu'il avoit, & par consequent à lui rendre sa premiere vîtesse, mais avec une direction contraire.

Il suit delà que si je presse entre mes mains deux corps à ressort l'un contre l'autre, par exemple, deux balles, leurs deux ressorts agissent l'un contre l'autre avec une force

force égale à celle de cette pression, & c'est la même chose que si un seul ressort d'une force égale à la pression de mes deux mains, étoit placé entre les deux balles, & prêt à se débander contre toutes les deux, & à envoyer l'une d'un côté, l'autre de l'autre. Or si les deux balles sont supposées inégales en grosseur, la force du ressort placé entre elles agissant également contre les deux ne pourra imprimer qu'une moindre vîtesse à la plus grosse, tandis qu'elle en imprimera une plus grande à la plus petite, & par consequent dés que les balles, mises en ressort par une pression mutuelle, pourront se separer, elles prendront des vîtesses qui seront en raison renversée de leurs masses, chacune d'un côté opposé. Voilà le seul principe de tous les mouvements de ressort.

Il ne reste plus qu'à voir quelle est dans le choc de deux corps la force qui les met en ressort, car elle sera necessairement partagée en raison renversée de leurs masses. Cette force n'est que leur vîtesse *respective*, c'est à dire la quantité dont ils s'approchent l'un de l'autre en un certain temps. S'il n'y a qu'un des deux corps qui se meuve, la vîtesse respective est toute la vîtesse *absoluë* de ce corps. S'ils se meuvent tous deux avec des directions contraires, ou l'un vers l'autre, la vîtesse respective est la somme des vîtesses absoluës, & ce n'en est que la difference, s'ils se meuvent du même sens, ou avec la même direction. On sous-entend que dans ce dernier cas leurs vîtesses soient inégales, car autrement ils ne s'approcheroient jamais, & la vîtesse respective seroit nulle, quelles que fussent les deux vîtesses absoluës égales. Il est évident que plus la vîtesse respective est grande, plus le choc est violent, & plus les deux corps sont mis en ressort.

Pour déterminer tous les effets du choc, il ne faut donc que voir quelles sont les quantités de mouvement, ou les vîtesses résultantes du mouvement simple, & combiner avec elles les quantités de mouvement ou les vîtesses résultantes du mouvement de ressort, ou, ce qui est la même chose, la vîtesse respective partagée entre les deux

corps selon la raison renversée de leurs masses. Toute l'attention qu'il faut avoir dans cette combinaison, est que des deux vîtesses produites par le mouvement de ressort, l'une a toûjours une direction contraire à la vîtesse commune produite par le mouvement simple, & l'autre toûjours la même direction, ce qui augmente ou diminuë, & enfin modifie en une infinité de manieres differentes les effets du mouvement simple.

Dans le premier des 4 cas que nous avons rapportés, deux corps qui se choquent en allant l'un contre l'autre avec des quantités de mouvement égales, s'arrêtent absolument l'un l'autre par le mouvement simple. Mais ensuite par le mouvement de ressort, leur vîtesse respective qui est alors la somme de leurs vîtesses absoluës se partageant entre eux en raison renversée de leurs masses, chacun reprend la même vîtesse absoluë qu'il avoit avant le choc, car puisqu'ils avoient des quantités de mouvement égales, leurs vîtesses absoluës étoient necessairement en raison renversée de leurs masses. Il est inutile de remarquer que ces vîtesses ont aprés le choc une direction contraire à celle qu'elles avoient auparavant. Et comme on peut appeller vîtesse respective non-seulement la quantité dont deux corps s'approchent l'un de l'autre en un certain temps, mais aussi celle dont ils s'éloignent en un temps égal, leur vîtesse respective est la même avant & aprés le choc. Ainsi dans ce cas la vîtesse respective, & même les deux quantités de mouvement, entierement détruites par le mouvement simple, sont entierement rétablies par le mouvement de ressort.

Et l'on peut même voir que dans les autres 3 cas qui restent, la vîtesse respective doit pareillement être égale avant & aprés le choc. Car dans ces 3 cas, les deux corps par le mouvement simple vont ensemble aprés le choc d'une vîtesse commune, comme feroient deux parties d'un même corps, & par consequent sont en repos à l'égard l'un de l'autre. Or l'effet de leur ressort est de les séparer, & la force de ce ressort n'est que la vîtesse respecti-

ve qu'ils avoient avant le choc, donc ils se séparent avec cette même vîtesse respective.

On peut encore prouver ainsi la même chose. Les deux corps mûs ensemble de la vîtesse commune produite par le mouvement simple, sont dans le même cas que s'ils étoient en repos dans un bateau qui allât de cette vîtesse; or il est clair que si on les mettoit tous deux en ressort, ils se sépareroient ensuite avec une force égale à celle qui auroit fait agir leur ressort, & cela indépendamment de la vîtesse du bateau, donc la vîtesse commune produite par le mouvement simple, quelle qu'elle soit, ne peut empêcher la vîtesse respective d'être égale avant & aprés le choc.

Une vîtesse respective peut demeurer la même, tandis que les vîtesses absoluës, dont elle est formée par addition ou par soustraction, varieront entre elles en une infinité de manieres, & par consequent l'égalité de la vîtesse respective avant & aprés le choc n'emporte nullement celle des vîtesses absoluës. De plus, ces mêmes vîtesses sont encore augmentées ou diminuées aprés le choc, selon que la vîtesse respective toûjours partagée de la même maniere entre les deux corps, a la même direction qu'elles, ou une direction contraire. Mais ce sont ces vîtesses absoluës qui multipliées par les masses font les quantités de mouvement, d'où il suit que les quantités de mouvement, aussi-bien que les vîtesses absoluës, peuvent être, & sont même le plus souvent fort inégales avant & aprés le choc. Cette inégalité cependant est renfermée dans des bornes, & nous allons les déterminer pour faire appercevoir en gros toutes les variations comprises dans l'entre-deux.

Si un corps en mouvement en rencontre directement un autre égal & en repos, il est aisé de voir que par le mouvement simple la vîtesse commune dont ils iront ensemble selon la direction du corps qui étoit mû, sera la moitié de la vîtesse qu'avoit ce corps, que par le mouvement de ressort la vîtesse respective qui n'est alors que la

vîtesse absoluë du corps mû étant partagée également entre les deux, puisqu'ils sont égaux, celui qui étoit mû sera repoussé en arriere avec la moitié de sa premiere vîtesse, & par consequent s'arrêtera puisqu'il est repoussé en arriere avec la même vîtesse dont il tendoit à aller en avant, & que le corps qui étoit en repos étant poussé selon la direction de l'autre avec les deux moitiés de la vîtesse qu'il avoit, aura cette vîtesse entiere avec la même direction, & qu'enfin la quantité de mouvement, & la vîtesse absoluë seront égales avant & aprés le choc, aussi-bien que la vîtesse respective.

Si un corps infiniment petit ayant une vîtesse finie, & par consequent une quantité de mouvement infiniment petite, rencontre un corps fini en repos, la vîtesse commune dont il le fera aller avec lui selon sa direction sera infiniment petite, car ce sera sa quantité de mouvement infiniment petite divisée par la somme de leurs masses, ou plutôt par la masse seule du corps fini, qui est infiniment grand par rapport à l'autre. Le corps fini multiplié par cette vîtesse infiniment petite, aura une quantité de mouvement infiniment petite, égale à celle qu'avoit avant le choc le corps infiniment petit, qui n'a plus qu'une quantité de mouvement infiniment petite du second genre, & par consequent nulle par rapport à celle du corps fini. Mais par le mouvement de ressort la vîtesse respective qui est la vîtesse finie du corps infiniment petit se partage de sorte que le corps fini n'en prend qu'une partie infiniment petite, & que le corps infiniment petit la reprend toute entiere, car telle est la proportion des masses. On voit d'ailleurs par les directions que la nouvelle vîtesse infiniment petite que prend le corps fini est du même côté que celle qu'il avoit déja, & par consequent double sa quantité de mouvement, tandis que la vîtesse finie que reprend le corps infiniment petit est en arriere. Donc le corps infiniment petit a la même quantité de mouvement aprés le choc qu'auparavant, & le corps fini en a pris une double de celle-là; & pour la vîtesse respective elle demeure

toute entiere au corps à qui elle appartenoit avant le choc, puisque la vîtesse du corps fini n'est à compter pour rien par rapport à celle de l'infiniment petit.

Donc dans le cas où un corps en mouvement en choque un égal en repos, la quantité de mouvement étant égale avant & aprés le choc, & étant triplée aprés le choc dans le cas où un corps infiniment petit en mouvement choque le même corps fini qu'on a supposé en repos, il faut que la quantité de mouvement croisse toûjours dans tous les cas infinis qui sont entre ces deux-là, c'est à dire dans tous ceux où le corps en mouvement sera le plus petit, & que cependant elle ne puisse jamais croître jusqu'à être précisément triple de ce qu'elle étoit, puisqu'il faudroit pour cela un corps infiniment petit en mouvement, & séparé de tout autre, ce qui n'est point dans la nature.

De ce que dans le premier des deux cas *extrêmes* la vîtesse respective passe toute entiere dans le corps qui étoit en repos, & de ce que dans le second cas elle demeure toute entiere au corps qui étoit en mouvement, il suit que dans tous les cas moyens elle se partage entre les deux, & il est aisé de trouver qu'elle se partage également lorsque le grand est triple du petit. Donc depuis le cas où les deux corps sont égaux jusqu'au cas où celui qui est mû devient en décroissant toûjours 3 fois plus petit que l'autre, c'est le plus grand qui prend le plus de vîtesse; depuis ce point-là jusqu'à ce que le petit corps devienne infiniment petit, c'est lui qui en prend toûjours le plus, & enfin il la conserve entiere.

Ce dernier cas est visiblement celui de la Reflexion. De grands Philosophes prétendent avec assés d'apparence que quand un corps en rencontre un autre inébranlable par rapport à lui, il s'arrêteroit tout court, & ne refléchiroit jamais, si ce n'étoit le ressort du corps choqué, & le sien qui agissent alors. Car sans cela quelle nouvelle cause pour retourner en arriere? On voit même par experience qu'il est bien plus facile d'arrêter une boule qui roule, & de lui faire perdre son mouvement, que de la

renvoyer en arriere avec la même vîtesse. Cela supposé, il est évident qu'un corps qui se reflechit à la rencontre d'un corps inébranlable, est précisément dans le même cas que s'il en rencontroit un infiniment grand par rapport à lui, & comme cet infiniment grand n'existe point, non-plus qu'un corps absolument inébranlable pour un autre quel qu'il soit, il s'ensuit qu'un corps qui se reflechit communique toûjours de sa vîtesse à celui qu'il a choqué, quelque inébranlable qu'il paroisse à son égard, & par consequent perd toûjours par la reflexion une partie de sa force, ou quantité de mouvement, ce que toutes les experiences confirment assés.

Maintenant si nous supposons qu'un corps fini en mouvement en rencontre un infiniment petit en repos, on verra que par le mouvement simple leur vîtesse commune aprés le choc est la même que celle que le corps fini avoit auparavant, que le mouvement de ressort donne au corps infiniment petit cette même vîtesse selon la même direction, & par consequent la double, que le corps fini qui n'est repoussé en arriere que d'une vîtesse infiniment petite, conserve toute celle qu'il avoit d'abord, que par consequent la vîtesse absoluë qui a précédé le choc est triplée, & que la quantité de mouvement demeure la même, puisque le corps fini n'a que sa premiere vîtesse, & que celle du corps infiniment petit multipliée par sa masse ne fait qu'une quantité de mouvement infiniment petite.

On pourra conclure par un raisonnement semblable à celui que nous avons déja fait, que depuis le cas de l'égalité des deux corps dont l'un est en mouvement, l'autre en repos, jusqu'au cas où le corps en repos est infiniment petit, le corps qui est en repos diminuant toûjours dans tous les cas moyens, la vîtesse qui a précédé le choc est toûjours augmentée aprés le choc, que jamais elle ne peut être précisément triplée, que le grand corps ne peut jamais conserver entierement sa premiere vîtesse, ni le petit en prendre une qui soit double, que puisque dans les deux

cas extrêmes la quantité de mouvement étant égale avant & aprés le choc, elle passe toute entiere dans le premier cas au corps qui étoit en repos, & dans le second demeure toute entiere à celui qui étoit en mouvement, elle doit se partager entre eux dans tous les cas moyens, qu'elle se partage également lorsque le grand est triple du petit, &c.

Au lieu que nous avons supposé que le corps choqué par le corps fini étoit un infiniment petit du premier genre, si nous le supposions du second, les mêmes raisonnemens subsisteroient, & cet infiniment petit du second genre prendroit toûjours une vîtesse double de celle du corps fini. Mais si l'on suppose entre ces deux corps le premier infiniment petit qui prendra par le choc une vîtesse double de celle du corps fini, & si on conçoit qu'avec cette vîtesse il aille choquer l'infiniment petit du second genre, il lui donnera une vîtesse double de la sienne, & par consequent quadruple de celle du corps fini. Donc si le corps fini choque immediatement le corps infiniment petit du second genre, il lui donnera la moitié moins de vîtesse, que s'il le choque par l'entremise de l'infiniment petit du premier genre, & plus on mettra ensuite d'infiniment petits des genres suivants tous en repos, & dont le dernier ne sera choqué que par l'entremise de tous ceux qui le précéderont, plus la vîtesse qu'il prendra sera grande par rapport à celle du corps fini, premier moteur. Il est visible par ce qui vient d'être dit que cette augmentation de vîtesse suivra toûjours la progression double, & que la vîtesse de chaque infiniment petit sera à celle du corps fini, comme le terme correspondant de la progression double sera à l'unité; par exemple, la vîtesse de l'infiniment petit du sixiéme genre sera à celle du corps fini, comme le sixiéme terme de la progression double, ou 32, à 1. Il faut remarquer ici que le corps fini & tous les infiniment petits qui le suivent, rangés selon leurs genres, forment précisément en vertu de ces genres differens, une progression geometrique, ce qui est évident.

Comme les proprietés de l'infini se retrouvent dans le fini, les restrictions necessaires y étant apportées, il s'ensuit qu'un corps en mouvement donnera plus de vîtesse à un corps plus petit en repos s'il le choque par l'entremise d'un corps de grandeur moyenne entre les leurs, que s'il le choquoit immediatement ; que plus le nombre des corps moyens interposés sera grand, plus la vîtesse du premier sera augmentée dans le dernier ; que le nombre des corps interposés étant égal, la vîtesse ne sera jamais plus augmentée que quand tous ces corps, le premier y étant compris, seront en progression geometrique ; que tout le reste étant égal, la vîtesse sera encore d'autant plus augmentée que la progression geometrique sera formée d'un plus grand rapport, c'est à dire, que les termes en seront plus inégaux, & qu'enfin quelque inégaux qu'ils soient, jamais la vîtesse ne pourra être réellement augmentée selon la progression double. Il est aisé de voir que tout cela vient de ce que le fini est copié, pour ainsi dire, d'aprés l'infini, premier original de toutes ces proprietés.

Si l'on renverse la supposition précédente, c'est à dire qu'un corps infiniment petit du second genre choque avec une vîtesse finie un corps fini en repos, ou que ce même infiniment petit du second genre en choque un du premier, qui ensuite avec la vîtesse acquise par ce choc aille choquer le corps fini, & que l'on compare les deux vîtesses du corps fini dans ces deux cas, on trouvera que dans le second il a deux degrés de vîtesse infiniment petite du second genre, au lieu qu'il n'en a qu'un dans le premier cas, d'où l'on tirera des consequences semblables à celles qui viennent d'être tirées.

Un corps communique donc toûjours plus de vîtesse à un autre s'il le choque par l'entremise de quelques corps interposés, & d'une grandeur moyenne, que s'il le choquoit immediatement. Cette importante Regle du mouvement a été découverte par M. Huguens, & publiée dans ses Oeuvres posthumes depuis peu d'années. Il est fort vrai-semblable que la Nature employe ce secret dans les

occasions

occasions où l'on voit un grand mouvement naître tout à coup entre des corps qui paroissoient auparavant fort tranquilles, par exemple, dans les Fermentations, & dans les effets de la Poudre à canon. Quel peut être le principe de ces agitations si violentes & si tumultueuses? Où étoit caché tout ce mouvement qui vient à se déveloper? On sçait presentement qu'il suffira d'une premiere vîtesse assés peu considerable, pourvû que les corps qui la doivent recevoir les uns aprés les autres soient tels que leurs grandeurs croissent ou décroissent à peu prés selon quelque progression, & qu'ils soient arrangés de suite, ou, ce qui revient au même, soient mis en mouvement selon cet ordre.

Jusqu'ici nous n'avons examiné que les cas où un corps en mouvement en rencontre un autre en repos.

Si deux corps égaux ayant chacun, par exemple, 2 de masse, se rencontrent directement avec des vîtesses contraires & inégales, dont l'une soit, par exemple, 4, & l'autre 6, on voit que par les loix du mouvement simple la plus petite quantité de mouvement qui est 8 étant retranchée de la plus grande qui est 12, il reste 4 pour la quantité de mouvement qui subsiste aprés le choc, & que 4 divisé par la somme des deux corps donne 1, vîtesse commune avec laquelle le plus fort fera rebrousser chemin au plus foible, & le poussera devant lui. Mais par les loix du ressort la vîtesse respective qui est 10, puisqu'elle est en ce cas la somme des vîtesses absoluës, sera partagée également entre les deux corps, puisqu'ils sont égaux, & ils auront chacun 5 degrés de vîtesse en une direction contraire à celle qu'ils avoient avant le choc. Le plus fort qui par le mouvement simple poursuivoit son chemin avec 1 degré de vîtesse est donc renvoyé avec 5 degrés en un sens contraire. Reste 4 en ce sens-là. Le plus foible qui avoit aussi 1 degré de vîtesse selon la direction du plus fort, prend de plus 5 degrés en ce même sens-là, il en a donc 6, c'est à dire que par le choc ils ont fait entre eux un échange des vîtesses qu'ils avoient auparavant, & même de leurs di-

rections, & il en ira de même en tout autre exemple.

Si tout le reste demeurant le même, on suppose que l'un des deux corps soit infiniment petit, la vîtesse commune des deux produite par le mouvement simple aprés le choc, sera la vîtesse entiere qu'avoit le corps fini avant le choc, & la direction sera aussi la même. Mais par le ressort le corps fini sera infiniment peu repoussé en arriere, & par consequent conservera sa premiere vîtesse & sa premiere direction, & le corps infiniment petit prendra selon la même direction la vîtesse respective entiere, c'est à dire la somme des deux vîtesses absoluës qui ont précédé le choc, ce qui ne lui fera rien perdre de la vîtesse qu'il avoit par le mouvement simple. Donc les deux corps iront selon la direction qu'avoit le corps fini avant le choc, le fini avec sa premiere vîtesse, l'infiniment petit avec le double de cette vîtesse, plus celle qu'il avoit avant le choc.

Par-là on voit que même dans le cas où l'un des deux corps seroit infiniment petit par rapport à l'autre, la somme des vîtesses absoluës qui ont précédé le choc n'est pas triplée par le choc, puisqu'il n'y a que la vîtesse du grand corps qui le soit, & que celle du petit demeure simple, que cette somme est d'autant plus éloignée de se tripler que la vîtesse du petit corps est plus grande par rapport à celle du grand, qu'elle ne se triple précisément que quand la vîtesse du petit corps est infiniment petite, c'est à dire quand il étoit en repos avant le choc, ce qu'on a déja vû, que les deux corps étant finis la somme de leurs vîtesses aprés le choc, est d'autant plus augmentée que l'un est plus petit, & a moins de vîtesse par rapport à l'autre, &c.

Dans le premier des deux cas extrêmes, le corps qui a le plus de quantité de mouvement change sa direction, & dans le second il la conserve, donc il y a un cas moyen où il ne la change ni ne la conserve, c'est à dire où il n'en a point, ou, ce qui est la même chose, demeure en repos, & l'on trouve que cela arrive lorsqu'il est triple de l'autre, & qu'ils ont tous deux des vîtesses égales.

Il ne reste plus que le cas où deux corps ayant la même

direction, celui qui suit l'autre a la plus grande vîtesse & vient à le choquer. Si ces deux corps sont égaux, on trouvera par un raisonnement semblable à celui qui a été fait dans le cas des directions contraires, qu'aprés le choc ils sont entre eux un échange des vîtesses qu'ils avoient auparavant, & conservent leur premiere direction. Si le corps qui suit l'autre est infiniment grand par rapport à lui, il conserve sa premiere vîtesse, & l'autre en prend le double, moins celle qu'il avoit avant le choc. Si le corps qui poursuit est infiniment petit, c'est le contraire, il prend le double de la vîtesse de l'autre, moins celle qu'il avoit avant le choc, & le corps poursuivi conserve la sienne. La vîtesse du corps poursuivi étant toûjours la moindre, elle peut, lorsqu'elle est doublée dans ce dernier cas, & qu'on en retranche celle de l'autre corps, demeurer positive, ou devenir nulle ou negative, c'est à dire que le corps infiniment petit peut conserver sa direction, ou s'arrêter, ou la changer. Il est aisé de transporter tout cela dans le fini, & de conclure des deux cas extrêmes les cas moyens.

Peut-être en combinant ensemble les cas principaux que nous n'avons envisagés que séparément, pourroit-on s'élever à une Theorie encore plus sublime, mais il suffit presentement que les routes en soient ouvertes. La Formule générale de M. Carré donne avec une extrême facilité tout ce que nous n'avons exposé ici que par d'assés longs raisonnemens, & de plus une infinité de détails que nous n'avons pû saisir qu'en gros, mais il est peut-être bon de faire voir dans toute leur étenduë les fondemens de ces Formules si commodes & si courtes; aprés cela, on joüit de leur commodité & de leur briéveté avec une pleine assurance, ou si l'assurance n'est pas plus grande, du moins on est dans un plus grand jour.

NOus avons simplement annoncé dans l'Histoire de 1705 * que M. Dalesme avoit donné un moyen tres- * p. 137.

ſimple de faciliter & d'augmenter l'action de ceux qui tirent de grands Bateaux. Ce moyen eſt de tendre le long du rivage une Corde que les Hommes puiſſent prendre avec les mains en tirant leur Bateau. Il a trouvé par experience qu'avec ce ſecours, ils ont preſque la moitié moins de peine, mais l'épreuve n'a été faite que dans un petit eſpace de chemin, il y a apparence que dans un plus long ils ſeroient plutôt las en ſe ſervant de la Corde qu'en tirant à la maniere ordinaire, parceque leurs bras agiroient auſſi-bien que leurs jambes & leurs pieds. Le remede à cela ſeroit qu'ils ne priſſent la Corde que dans les endroits difficiles, & laiſſaſſent enſuite repoſer leurs bras.

Voici deux autres penſées propoſées auſſi par M. Daleſme.

1°. Fondre des Tuyaux de plomb pour des conduites d'eau, ſans ſoudure, & ſans *repriſe*, & enſuite les paſſer à la filiere avec un Mandrin dans le tuyau. Il y a de deux ſortes de tuyaux ordinaires. Les uns ſont faits de tables ou planches de plomb, que l'on plie en tuyau, & que l'on ſoude enſuite; ils manquent tres-ſouvent par la ſoudure, & perdent l'eau. Les autres ſont fondus & coulés, mais à diverſes repriſes, parcequ'on n'a pas des moules aſſés longs, & comme les repriſes ſe ſoudent alors entre elles par la fonte, mais non-pas ſi parfaitement qu'il ne reſte alentour quantité de petits trous, on y bat le metal avec le marteau. Mais les tuyaux fondus de M. Daleſme n'auront point l'inconvenient des premiers tuyaux qu'il faut ſouder dans toute leur longueur, & s'ils ont des trous ou pores ils ſe fermeront mieux que dans les ſeconds, parceque la filiere forçant & pétriſſant, pour ainſi dire, le metal, le reſſerrera beaucoup plus, & plus également que ne peut faire le marteau. Les metaux forgés ont plus de force & ſont moins poreux que s'ils étoient ſimplement fondus, & il vaut encore mieux les paſſer à la filiere que les forger.

2°. Coler aux grands Vaiſſeaux avec le Bray ou Conroy qui ſert à carener, du plomb d'abord fondu épais, & enſuite forgé mince, & par conſequent fort ſolide & fort peu

poreux. Par-là on défendroit les Vaisseaux contre les Vers, qui dans les climats chauds les rongent & les ruïnent. Le plomb coûteroit 4 ou 5 fois moins que le doublage de planches dont on se sert. Il ne se détachera du Vaisseau qu'avec le Conroy.

MOnsieur des Billettes a donné la Description de l'Art de la Papeterie, & de celui du Doreur de Livres, & M. Jaugeon a commencé à donner celle des Arts & Metiers qui concernent la Soye.

MACHINES OU INVENTIONS

APPROUVÉES PAR L'ACADEMIE

PENDANT L'ANNÉE 1706.

I.

UNe maniere de tirer les Loteries, proposée par M. d'Aubicour.

II.

Une Chaine sans fin, inventée par M. Martenot, qui peut servir à la place du Treüil ordinaire, & réüssir bien, pourvû que dans l'execution on y apporte assés de précision & de solidité.

III.

Un Coûteau pliant, inventé par M. de la Chaumette, qui est tel que sans aucun ressort les deux jouës du manche s'approchent exactement lorsqu'on l'ouvre, & s'éloignent pour recevoir la lame lorsqu'on le ferme. L'invention a paru ingenieuse.

IV.

Une nouvelle sorte de Bougies, inventées par M. Marius, qui ne coûteront que la moitié des autres, seront aussi propres à manier, & donneront autant de lumiere,

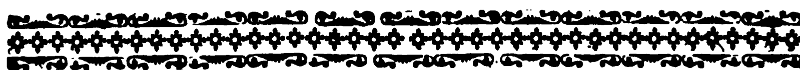
mais seulement dureront un peu moins.

V.

Des Cornets d'une construction nouvelle, inventés par M. du Guet. Quoiqu'ils ne soient encore regardés par l'Auteur que comme une *étude* & une ébauche, on a cru qu'ils pourroient être fort utiles à ceux qui sont devenus sourds.

VI.

Une Machine du sieur Thomas, pour élever des fardeaux d'une grande pesanteur. On l'a trouvée utile, mais presque semblable à plusieurs autres qui ont déja été inventées.



ELOGE

DE M. DU HAMEL.

JEAN-BAPTISTE DU HAMEL nâquit en 1624 à Vire en basse Normandie. Nicolas du Hamel son Pere étoit Avocat dans la même Ville ; malgré le caractere général qu'on attribuë à ce païs-là, & malgré son interest particulier, il ne songeoit qu'à accommoder les procés qu'il avoit entre les mains, & en étoit quelquefois mal avec les Juges.

M. du Hamel fit ses premieres études à Caën, sa Rhetorique & sa Philosophie à Paris. A l'âge de 18 ans, il composa un petit Traité, où il expliquoit avec une ou deux figures, & d'une maniere fort simple, les trois Livres des *Spheriques* de Theodose ; il y ajoûta une Trigonometrie fort courte & fort claire, dans le dessein de faciliter l'entrée de l'Astronomie. Il a dit dans un Ouvrage posterieur qu'il n'avoit imprimé celui-là que par une vanité de jeune homme, mais peu de gens de cet âge pourroient avoir la même vanité. Il faloit que l'inclination qui le portoit aux

Sciences fût déja bien générale & bien étenduë, pour ne pas laisser échaper les Mathematiques si peu connuës, & si peu cultivées en ce temps-là, & dans les lieux où il étudioit.

A l'âge de 19 ans, il entra dans les Peres de l'Oratoire. Il y fut 10 ans, & en sortit pour être Curé de Neüilli sur Marne. Pendant l'un & l'autre de ces deux temps, il joignit aux devoirs de son état une grande application à la lecture.

La Phisique étoit alors comme un grand Royaume démembré, dont les Provinces ou les Gouvernemens seroient devenus des Souverainetés presque indépendantes. L'Astronomie, la Mechanique, l'Optique, la Chimie, &c. étoient des Sciences à part, qui n'avoient plus rien de commun avec ce qu'on appelloit Phisique; & les Medecins même en avoient détaché leur Phisiologie, dont le nom seul la trahissoit. La Phisique appauvrie & dépoüillée n'avoit plus pour son partage que des Questions également épineuses & steriles. M. du Hamel entreprit de lui rendre ce qu'on lui avoit usurpé, c'est à dire une infinité de connoissances utiles & agréables, propres à faire renaître l'estime & le goût qu'on lui devoit. Il commença l'exécution de ce dessein par son *Astronomia Physica*, & par son Traité *De Meteoris & Fossilibus*, imprimés l'un & l'autre en 1660.

Ces deux Traités sont des Dialogues dont les Personnages sont Théophile, grand Zelateur des Anciens, Menandre, Cartesien passionné, Simplicius, Philosophe indifferent entre tous les partis, qui le plus souvent tâche à les accorder tous, & qui hors delà est en droit par son caractere de prendre dans chacun ce qu'il y a de meilleur. Ce Simplicius ou M. du Hamel, c'est le même homme.

A la forme de Dialogues, & à cette maniere de traiter la Philosophie, on reconnoît que Ciceron a servi de modele, mais on le reconnoît encore à une Latinité pure & exquise, & ce qui est plus important, à un grand nombre d'expressions ingenieuses & fines, dont ces Ouvrages sont

ſemés. Ce ſont des raiſonnemens philoſophiques, qui ont dépoüillé leur ſechereſſe naturelle ou du moins ordinaire, en paſſant au travers d'une imagination fleurie & ornée, & qui n'y ont pris cependant que la juſte doſe d'agrément qui leur convenoit. Ce qui ne doit être embelli que juſqu'à une certaine meſure préciſe, eſt ce qui coûte le plus à embellir.

L'Aſtronomie Phiſique eſt un Recueil des principales penſées des Philoſophes tant Anciens que Modernes ſur la Lumiere, ſur les Couleurs, ſur les Siſtêmes du Monde; & de plus tout ce qui appartient à la Sphere, à la Theorie des Planetes, au Calcul des Eclipſes, y eſt expliqué mathematiquement. De même, le Traité des Meteores & des Foſſiles raſſemble tout ce qu'en ont dit les Auteurs qui ont quelque réputation dans ces matieres; car M. du Hamel ne ſe bornoit pas à la lecture des plus fameux. On voit dans ce qu'il a écrit des Foſſiles une grande connoiſſance de l'Hiſtoire Naturelle, & ſur tout de la Chimie, quoiqu'elle fût encore alors envelopée de miſteres & de tenebres difficiles à percer.

On lui reprocha d'avoir été peu favorable au grand Deſcartes, ſi digne du reſpect de tous les Philoſophes, même de ceux qui ne le ſuivent pas. En effet Theophile le traite quelquefois aſſés mal. M. du Hamel répondit que c'étoit Theophile, entêté de l'Antiquité, incapable de goûter aucun Moderne, & que jamais Simplicius n'en avoit mal parlé. Il diſoit vrai, cependant c'étoit au fond Simplicius qui faiſoit parler Theophile.

En 1663, qui fut la même année où il quitta la Cure de Neüilli, il donna le fameux Livre, *De Conſenſu veteris & novæ Philoſophiæ*. C'eſt une Phiſique générale, ou un Traité des premiers Principes. Ce que le titre promet eſt pleinement executé, & l'eſprit de conciliation, héréditaire à l'Auteur, triomphe dans cet Ouvrage. Il commence par la ſublime & peu intelligible Metaphiſique des Platoniciens ſur les Idées, ſur les Nombres, ſur les formes Archetypes, & quoique M. du Hamel en reconnoiſſe l'obſcurité,

rité, il ne peut leur refuser une place dans cette espece d'Etats généraux de la Philosophie. Il traite avec la même indulgence la Privation principe, l'Eduction des formes substantielles, & quelques autres idées Scholastiques; mais quand il est enfin arrivé aux Principes qui se peuvent entendre, c'est à dire, ou aux Loix du Mouvement, ou aux Principes moins simples établis par les Chimistes, on sent que malgré l'envie d'accorder tout, il laisse naturellement pancher la balance de ce côté-là. On s'apperçoit même que ce n'est qu'à regret qu'il entre dans des questions générales, d'où l'on ne remporte que des mots, qui n'ont point d'autre merite que d'avoir long-temps passé pour des choses. Son inclination & son sçavoir le rappellent toûjours assés promptement à la Philosophie Experimentale, & sur tout à la Chimie pour laquelle il paroît avoir eu un goût particulier.

En 1666, M. Colbert qui sçavoit combien la gloire des Lettres contribuë à la splendeur d'un Etat, proposa & fit approuver au Roi l'établissement de l'Academie Royale des Sciences. Il rassembla avec un discernement exquis un petit nombre d'Hommes, excellents chacun dans son genre. Il faloit à cette Compagnie un Secretaire qui entendît & qui parlât bien toutes les differentes langues de ces Sçavans, celle d'un Chimiste, par exemple, & celle d'un Astronome, qui fût auprés du Public leur Interprete commun, qui pût donner à tant de matieres épineuses & abstraites des éclaircissemens, un certain tour, & même un agrément que les Auteurs negligent quelquefois de leur donner, & que cependant la plûpart des Lecteurs demandent, enfin qui par son caractere fût exempt de partialité, & propre à rendre un compte desinteressé des contestations Academiques. Le choix de M. Colbert pour cette fonction tomba sur M. du Hamel; & aprés les preuves qu'il avoit faites sans y penser de toutes les qualités necessaires, un choix aussi éclairé ne pouvoit tomber que sur lui.

Sa belle Latinité ayant beaucoup brillé dans ses Ouvrages, & d'autant plus que les matieres étoient moins

favorables, il fut choisi pour mettre en Latin un Traité des Droits de la feuë Reine sur le Brabant, sur Namur, & sur quelques autres Seigneuries des Païs-bas Espagnols. Le Roi, qui le fit publier en 1667, vouloit qu'il pût être lû de toute l'Europe, où ses conquêtes, & peut-être aussi un grand nombre d'excellens Livres, n'avoient pas encore rendu le François aussi familier qu'il l'est devenu.

A cet Ouvrage qui soûtenoit les droits de la Reine, il en succeda l'année suivante un autre de la même main, & en Latin, qui soûtenoit les droits de l'Archevêque de Paris contre les Exemptions que prétend l'Abbaye de S. Germain des Prez. Ce fut M. de Perefixe, alors Archevêque, qui engagea M. du Hamel à cette entreprise, & apparemment il crut que le nom d'un Auteur, si éloigné d'attaquer sans justice, & même d'attaquer, seroit un grand préjugé pour le Siege Archiepiscopal. En effet, c'est là la seule fois que M. du Hamel ait forcé son caractere jusqu'à prendre le personnage d'Aggresseur; & il est bon qu'il l'ait pris une fois pour laisser un modele de la moderation & de l'honnêteté avec laquelle ces sortes de contestations devroient être conduites.

Sa grande réputation sur la Latinité fut cause encore qu'en la même année 1668 M. Colbert de Croissi Plenipotentiaire pour la Paix d'Aix la Chapelle l'y mena avec lui. Il pouvoit l'employer souvent pour tout ce qui se devoit traiter en Latin avec les Ministres Etrangers, & quoique la pureté de cette Langue puisse paroître une circonstance peu importante par rapport à une negotiation de Paix, les Politiques sçavent assés qu'il ne faut rien negliger de ce qui peut donner du relief à une Nation aux yeux de ses Voisins, ou de ses Ennemis.

Aprés la Paix d'Aix la Chapelle, M. de Croissi alla Ambassadeur en Angleterre, & M. du Hamel l'y accompagna. Il fit ce voyage en Philosophe, sa principale curiosité fut de voir les Sçavans, surtout l'illustre M. Boyle qui lui ouvrit tous ses trésors de Phisique Experimentale. Delà, il passa en Hollande avec le même esprit, & il rapporta de ces deux voyages des richesses, dont il a ensuite orné ses Livres.

Revenu en France, & occupant sa place de Secretaire de l'Academie, il publia son Traité *De Corporum affectionibus* en 1670. Là, il pousse la Phisique jusqu'à la Medecine, dont il ne se contente pas d'effleurer les principes. Deux ans aprés, il donna son Traité *De Mente humana*. C'est une Logique Metaphisique, ou une Theorie de l'Entendement humain & des Idées, avec l'art de conduire sa raison. Quoique les Experiences phisiques paroissent étrangeres à ce sujet, elles y entrent cependant en assés grande quantité, elles fournissent tous les exemples dont l'Auteur a besoin; il en étoit si plein qu'elles semblent lui échaper à chaque moment.

Un an aprés, c'est à dire en 1673, parut son Livre *De Corpore animato*. On peut juger par le titre si la Phisique Experimentale y est employée. Sur tout, l'Anatomie y regne. M. du Hamel en avoit acquis une grande connoissance & par les Conferences de l'Academie, & par un commerce particulier avec Mrs Stenon, & du Verney. Quand M. du Verney commença à s'établir à Paris, & qu'il y établit en même temps un nouveau goût pour l'Anatomie, M. du Hamel fut un des premiers qui se saisit de lui, & des découvertes qu'il apportoit. Un tel Disciple excita encore le jeune Anatomiste à de plus grands progrés, & y contribua.

Dans ce Livre *De Corpore animato*, il fait entendre qu'on lui reprochoit de ne point décider les Questions, & d'être trop indéterminé entre les differens partis. Il promet de se corriger, & il faut avoüer cependant qu'il ne paroît pas trop avoir tenu parole, mais enfin il est rare qu'un Philosophe soit accusé de n'être pas assés décisif.

Au même endroit, il se fait à lui-même un autre reproche, dont il est beaucoup plus touché; c'est d'être Ecclesiastique, & de donner tout son temps à la Philosophie profane. Il est aisé de voir quelle foule de raisons le justifioient, mais l'extrême délicatesse de sa conscience ne s'en contentoit pas. Il proteste qu'il veut retourner à un Ouvrage de Theologie, dont le projet avoit été formé dés le temps qu'il publia ses premiers Livres, & dont l'éxécu-

tion avoit été toûjours interrompuë.

Cependant il y survint encore une nouvelle interruption. Un ordre superieur, & glorieux pour lui l'engagea à composer un Cours entier de Philosophie selon la forme usitée dans les Colleges. Cet Ouvrage parut en 1678 sous le titre de *Philosophia vetus & nova ad usum Scholæ accommodata in Regia Burgundia pertractata*, assemblage aussi judicieux & aussi heureux qu'il puisse être des idées anciennes & des nouvelles, de la Philosophie des mots, & de celle des choses, de l'Ecole & de l'Academie. Pour en parler encore plus juste, l'Ecole y est ménagée, mais l'Academie y domine. M. du Hamel y a répandu tout ce qu'il avoit puisé dans les Conferences Academiques, experiences, découvertes, raisonnemens, conjectures. Le succés de l'Ouvrage a été grand, les nouveaux Sistêmes déguisés en quelque sorte ou alliés avec les anciens se sont introduits plus facilement chés leurs Ennemis; & peut-être le Vrai a-t-il eu moins d'oppositions à essuyer, parce qu'il a eu le secours de quelques erreurs.

Plusieurs années aprés la publication de ce Livre, des Missionnaires qui l'avoient porté aux Indes Orientales écrivirent qu'ils y enseignoient cette Philosophie avec beaucoup de succés; principalement la Phisique, qui est des quatre parties du Cours entier celle où l'Academie & les Modernes ont le plus de part. Des Peuples peu éclairés, & conduits par le seul goût naturel, n'ont pas beaucoup hésité entre deux especes de Philosophie, dont l'une nous a si long-temps occupés.

Il semble que M. du Hamel ait été destiné à être le Philosophe de l'Orient. Le P. Bouvet Jesuite, & fameux Missionnaire de la Chine, a écrit que quand ses Confreres & lui voulurent faire en langue Tartare une Philosophie pour l'Empereur de ce grand Etat, & le disposer par-là aux verités de l'Evangile, une des principales sources où ils puiserent fut la Philosophie ancienne & moderne de M. du Hamel. L'entrée qu'elle pouvoit procurer à la Religion dans ces Climats éloignés, a dû le consoler de l'application qu'il y avoit donnée.

A la fin, il s'acquita encore plus précisément du devoir dont il se croyoit chargé. En 1691 il imprima un Corps de Theologie en 7 Tomes, sous ce titre, *Theologia Speculatrix & Practica juxta SS. Patrum dogmata pertractata, & ad usum Scholæ accommodata.* La Theologie a été long-temps remplie de subtilités, fort ingenieuses à la verité, utiles même jusqu'à un certain point, mais assés souvent excessives; & l'on negligeoit alors la connoissance des Peres, des Conciles, de l'Histoire de l'Eglise, enfin tout ce qu'on appelle aujourd'hui Theologie positive. On alloit aussi loin que l'on pouvoit aller par la seule Metaphisique, & sans le secours des faits, presque entierement inconnus, & cette Theologie a pû être appellée fille de l'Esprit & de l'Ignorance. Mais enfin les vûës plus saines & plus nettes des deux derniers Siécles ont fait renaître la Positive. M. du Hamel l'a réünie dans son Ouvrage avec la Scholastique, & personne n'étoit plus propre à ménager cette réünion. Ce que la Philosophie Experimentale est à l'égard de la Philosophie Scholastique, la Theologie Positive l'est à l'égard de l'ancienne Theologie de l'Ecole; c'est la Positive qui donne du corps & de la solidité à la Scholastique, & M. du Hamel fit précisément pour la Theologie ce qu'il avoit fait pour la Philosophie. On voit de part & d'autre la même étenduë de connoissances, le même desir, & le même art de concilier les opinions, le même jugement pour choisir, quand il le faut, enfin le même esprit qui agit sur differentes matieres. On peut se representer ici ce que c'est que d'être Philosophe & Theologien tout à la fois, Philosophe qui embrasse toute la Philosophie, Theologien qui embrasse la Theologie entiere.

Ce travail presque immense lui en produisit encore un autre. On souhaita qu'il tirât en abregé de son Corps de Theologie ce qui étoit le plus necessaire aux jeunes Ecclesiastiques, que l'on instruit dans les Seminaires. Touché de l'utilité du dessein, il l'entreprit, quoiqu'âgé de 70 ans, & sujet à une infirmité, qui de temps en temps le mettoit à deux doits de la mort. Il fit même beaucoup plus qu'on ne lui demandoit, il traita quantité de matieres qu'il n'a-

voit pas fait entrer dans son premier Ouvrage, & en donna un presque tout nouveau en 1694 sous ce titre, *Theologiæ Clericorum Seminariis accommodatæ Summarium.* Ce Sommaire contient 5 Volumes.

Son application à la Theologie ne nuisit point à ses devoirs Academiques. Non-seulement il exerça toûjours sa fonction, en tenant la plume, & recüeillant les fruits de chaque Assemblée, mais il entreprit de faire en Latin une Histoire générale de l'Academie depuis son établissement en 1666 jusqu'en 1696. Il prit cette Epoque pour finir son Histoire, parce qu'au commencement de 1697 il quitta la plume, ayant representé à M. de Pontchartrain, aujourd'hui Chancelier de France, qu'il devenoit trop infirme, & qu'il avoit besoin d'un successeur. Il seroit de mon interest de cacher ici le nom de celui qui osa prendre la place d'un tel Homme, mais la reconnoissance que je lui dois de la bonté avec laquelle il m'agrea, & du soin qu'il prit de me former, ne me le permet pas.

Ce fut en 1698 que parut son Histoire sous ce titre, *Regiæ Scientiarum Academiæ Historia.* L'Edition fut bientôt enlevée, & en 1701 il en parut une seconde beaucoup plus ample, augmentée des quatre années qui manquoient à la premiere pour finir le Siécle, & dont les deux dernieres étoient comprises dans une Histoire Françoise.

Si nous n'avions une preuve incontestable par la datte de ses Livres, nous n'aurions pas la hardiesse de rapporter qu'en la même année 1698 où il donna pour la premiere fois son Histoire de l'Academie, il donna aussi un Ouvrage Theologique fort sçavant intitulé, *Institutiones Biblicæ, seu Scripturæ Sacræ Prolegomena unà cum selectis Annotationibus in Pentateuchum.* Là, il ramasse tout ce qu'il y a de plus important à sçavoir sur la Critique de l'Ecriture Sainte; un Jugement droit & sûr est l'Architecte qui choisit & qui dispose les materiaux que fournit une vaste Erudition. Le même caractere regne dans les Notes sur les cinq Livres de Moïse, elles sont bien choisies, peu chargées de discours, instructives, curieuses seulement lorsqu'il faut qu'elles le soient pour être instructives, sçavantes sans

pompe, mêlées quelquefois de ſentimens de pieté, qui partoient auſſi naturellement du cœur de l'Ecrivain, que du fond de la matiere.

Il publia en 1701 les *Pſeaumes*, & en 1703 *les Livres de Salomon*, *la Sapience*, *& l'Eccleſiaſtique* avec de pareilles Notes. Tous ces Ouvrages n'étoient que les avant-coureurs d'un autre ſans comparaiſon plus grand auquel il travailloit, d'une *Bible* entiere accompagnée de Notes ſur tous les endroits qui en demandoient, & de Notes telles qu'il les faiſoit. Il la donna en 1705, âgé de 81 an. Cette Bible, & par la beauté de l'Edition, & par la commodité & l'utilité du Commentaire diſpoſé au bas des pages, l'emporte au jugement des Sçavans ſur toutes celles qui ont encore paru.

Parvenu à un ſi grand âge, ayant acquis plus que perſonne le droit de ſe repoſer glorieuſement, mais incapable de ne rien faire, il voulut continuer de mettre en Latin l'Hiſtoire Françoiſe de l'Academie, & il avoit déja fait cet honneur à une Préface générale qui marche à la tête. Mais enfin il mourut le 6 Aouſt 1706, d'une mort douce & paiſible, & par la ſeule neceſſité de mourir.

Juſqu'ici nous ne l'avons preſque repreſenté que comme Sçavant & comme Academicien, il faudroit maintenant le repreſenter comme homme, & peindre ſes mœurs; mais ce ſeroit le Panegirique d'un Saint, & nous ne ſommes pas dignes de toucher à cette partie de ſon Eloge, qui devroit être faite à la face des Autels, & non dans une Academie. Nous en détacherons ſeulement deux faits qui peuvent être rapportés par une bouche profane.

Il alloit tous les ans à Neüilli ſur Marne viſiter ſon ancien Troupeau, & le jour qu'il y paſſoit étoit celebré dans tout le Village comme un jour de Fête. On ne travailloit point, & on n'étoit occupé que de la joye de le voir. Tout le monde ſçait quelles ſont les vertus, non-ſeulement Morales, mais Chrétiennes neceſſaires à un Paſteur, pour lui gagner tous les cœurs à ce point-là, & de quel prix ſont les loüanges de ceux ſur qui on a eu de l'autorité, & ſur qui on n'en a plus.

Pendant qu'il fut en Angleterre, les Catholiques Anglois qui alloient entendre sa Messe chés l'Ambassadeur de France, disoient communément, *allons à la Messe du saint Prêtre.* Ces Etrangers n'avoient pas eu besoin d'un long temps pour prendre de lui l'idée qu'il meritoit, un exterieur tres-simple, & qu'on ne pouvoit jamais soupçonner d'être composé, annonçoit les vertus du dedans, & trahissoit l'envie qu'il avoit de les cacher. On voyoit aisément que son humilité étoit, non-pas un discours, mais un sentiment, fondé sur sa science même, & sa charité agissoit trop souvent pour n'avoir pas quelquefois, malgré toutes ses précautions, le déplaisir d'être découverte. Le desir général d'être utile aux autres étoit si connu en lui, que les témoignages favorables qu'il rendoit en perdoient une partie du poids qu'ils devoient avoir par eux-mêmes.

Le Cardinal Antoine Barberin, grand Aumônier de France, le fit Aumônier du Roi en 1656, car nous avions oublié de le dire, & c'est un point qui n'auroit pas été negligé dans un autre Eloge. Il fut pendant toute sa vie dans une extrême consideration auprès de nos plus grands Prélats. Cependant il n'a jamais possedé que de tres-petits Benefices, ce qui sert encore à peindre son caractere, &, pour dernier trait, il n'en a point possedé dont il ne se soit dépoüillé en faveur de quelqu'un.

La place d'Anatomiste Pensionnaire qu'il occupoit dans l'Academie a été remplie par M. Littre, & celle d'Anatomiste Associé qu'avoit M. Littre a été remplie par M. du Verney le jeune qui étoit Eleve de M. du Hamel.

En même temps le Roi ayant déclaré M. Dalesme Veteran, parce qu'étant souvent employé par S. M. dans des Ports de Mer, il ne peut faire les fonctions Academiques, sa place de Mechanicien Pensionnaire fut remplie par M. Carré qui étoit Geometre Associé, & celle de M. Carré par M. Guisnée auparavant Eleve de M. Varignon.

FIN.

MEMOIRES



MEMOIRES DE MATHEMATIQUE ET DE PHYSIQUE.

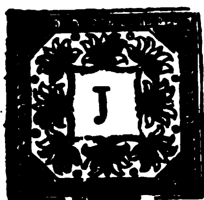
TIREZ DES REGISTRES de l'Academie Royale des Sciences.

De l'Année M. DCCVI.

OBSERVATIONS

De la quantité d'eau de pluïe qui est tombée à l'Observatoire pendant l'année derniere 1705, & de la hauteur du Thermometre & du Barometre.

PAR M. DE LA HIRE.



J'AY fait les observations de la quantité d'eau de pluïe qui est tombée à l'Observatoire pendant toute l'année 1705 de la même maniere que les années précedentes, & comme je l'ay rapporté dans les Memoires que j'en ay donnés. J'ay trouvé la hauteur de l'eau de pluïe dans les mois de 1706. 9. Janvier.

Janvier.	5 lignes $\frac{3}{4}$	Juillet.	2 lignes $\frac{3}{4}$
Fevrier.	8	Aouſt.	19
Mars.	7 $\frac{1}{8}$	Septembre.	16 $\frac{1}{8}$
Avril.	23 $\frac{3}{8}$	Octobre.	27 $\frac{7}{8}$
May.	4 $\frac{1}{2}$	Novembre.	13 $\frac{1}{4}$
Juin.	15 $\frac{1}{2}$	Decembre.	23 $\frac{1}{2}$

La quantité d'eau en hauteur a donc été cette année de 166 lignes $\frac{3}{4}$ ou de 13 pouces 10 lignes $\frac{3}{4}$, ce qui n'eſt qu'un peu plus de deux tiers de ce qu'il en tombe ordinairement, & que j'ay eſtimé de 19 pouces par la comparaiſon de pluſieurs années. Je n'ay point encore trouvé depuis un aſſez grand nombre d'années que je fais ces obſervations, qu'il ait fait une auſſi grande ſechereſſe que dans celle-cy ; cependant la recolte des grains a été aſſez abondante, ce qu'on peut attribuer aux grandes pluïes du mois d'Avril, qui ont ſuffiſamment humecté la terre pour fournir aux ſechereſſes ſuivantes.

Les trois mois d'Eſté qui fourniſſent pour l'ordinaire autant d'eau que tout le reſte de l'année, à cauſe des orages & des pluïes continuës, n'en ont donné que 37 lignes $\frac{1}{4}$, & le mois de Juillet n'a pas fourni 3 lignes d'eau. Auſſi ce ne ſont pas les grandes pluïes de cette ſaiſon qui contribuënt à la fertilité de la terre ; car elles s'élevent en vapeurs preſqu'auſſi-tôt qu'elles ſont tombées, & une partie s'écoule ſans penetrer fort avant.

Pour les vents ils ont été en Janvier fort inconſtans. En Fevrier dans tout le commencement vers l'Eſt, tirant tantôt au Nord & tantôt au Sud, & à la fin vers l'Oüeſt. En Mars le vent a été preſque toûjours à l'Eſt, paſſant tantôt au Nord & tantôt au Sud. En Avril le vent dominant a été autour du Sud-Oüeſt. En May le vent a regné au Nord, en s'écartant quelquefois vers l'Oüeſt. En Juin dans la premiere moitié, le vent a été comme en May & ſans pluïe ; mais le 14 il a commencé à pleuvoir juſqu'au 17 par un vent de Nord, enſuite Nord-Oüeſt & Sud-Oüeſt, & il eſt tombé 11 lignes d'eau, & le 22, 4 lignes

avec un leger orage : le reste du mois le vent a été au Nord & au Nord-Est. Dans le mois de Juillet le vent dominant a été le Nord, aussi dans tout ce mois il n'a plû que tres-peu. En Aoust le vent a été presque toûjours à l'Oüest & au Sust-Oüest. En Septembre le vent dominant a été l'Oüest, en s'écartant un peu au Sud & au Nord. En Octobre le vent a été souvent au Nord, en tirant quelquefois à l'Est & à l'Oüest. En Novembre dans la premiere moitié du mois, le vent étoit au Nord & au Nord-Est, & dans l'autre moitié au Sud Oüest & au Nord-Oüest. En Decembre le vent dominant a été le Sud & le Sud-Oüest avec une tres-grande violence, & des especes d'houragans à deux ou trois reprises : le 3 du mois au soir le vent étoit de Sud tres-grand avec du tonnerre, ce qui est rare en Hyver dans ces païs-cy.

Il n'a point neigé pendant toute cette année.

Le Thermometre à esprit de vin & scellé hermetiquement, dont je me sers pour mesurer le froid & la chaleur, m'a montré que le froid du commencement de l'année n'a pas été considerable, puisque ce Thermometre n'est descendu que jusqu'à 25 degrés le 2 Fevrier, & seulement à 30 degrés le 13 Novembre où il a gelé assez fort, & aussi-tôt il est remonté vers les 40 degrés. Il commence toûjours à geler dans la campagne quand il est descendu jusqu'à 32. Son état moyen, comme il est au fond des carrieres de l'Observatoire, est à 48 degrés. Ces carrieres sont à 14 toises avant dans terre, & à peu prés au niveau de la riviere quand elle est de moyenne hauteur. La plus grande chaleur du matin vers le lever du Soleil, qui est le tems où je fais toûjours ces observations, & où l'air est le plus froid de la journée, a été marquée par le Thermometre à 65 degrés $\frac{1}{2}$ le 18 Aoust; mais vers les 3 heures aprés midy où l'air est le plus chaud du jour, le Thermometre étoit monté à 75 degrés à la fin du mois de Juillet & au commencement d'Aoust, & le 6 Aoust il étoit à 80 degrés, quoiqu'il soit à l'ombre & exposé à l'air dans la Tour découverte de l'Observatoi-

ne, ce qui marquoit une tres-grande chaleur, & je doute qu'elle ait jamais été plus grande dans ce païs-cy. Aussi la plûpart de ces Thermometres à esprit de vin se sont cassés, la liqueur qui y est contenuë n'ayant pas eu assez de place pour s'élever dans le haut du tuyau, ce qui n'est pas arrivé au mien à cause que je l'avois fait faire fort long pour le pouvoir exposer au Soleil.

On doit remarquer que la plus grande chaleur de l'aprés-midy ne répond pas toûjours à celle du matin par plusieurs causes particulieres. On voit aussi par ces observations que la chaleur de cette année a été beaucoup plus grande à proportion que le froid ; car le Thermometre a surpassé son état moyen dans la chaleur de 32 degrés, & il n'est descendu au-dessous dans le froid que de 23 degrés.

Voicy les observations de la pesanteur de l'air qui nous est marquée par le Barometre. Dans celui dont je me sers ordinairement, & qui est de ceux qu'on appelle simples, & qui est toûjours placé à la hauteur de la grande Salle de l'Observatoire, le mercure s'y est élevé au plus haut à 28 pouces 3 lignes $\frac{1}{3}$ le 28 Fevrier avec un vent foible Nord Nord-Est, & il est descendu au plus bas à 26 pouces 7 lignes $\frac{5}{6}$ le 20 Decembre avec un vent Oüest Sud-Oüest ; ainsi la difference de hauteur entre le plus bas & le plus haut a été de 1 pouce 7 lignes $\frac{1}{2}$, à peu prés comme à l'ordinaire.

La grande élevation du mercure dans le tuyau du Barometre ne nous paroît ordinairement que lorsque le vent est vers le Nord, & au contraire le plus grand abaissement du mercure n'arrive presque toûjours que quand le vent est vers le Sud, & qu'il est violent & avec orage ; cependant il y a des causes particulieres qui peuvent rendre l'air plus pesant ou plus leger, sans que le vent soit vers le Nord ou vers le Sud. C'est-pourquoy on ne doit pas trop s'assurer sur les observations du Barometre pour juger du tems qu'il doit faire.

Je remarqueray ici en passant qu'il y a des Barometres

dans lesquels le mercure s'éleve bien plus haut que dans d'autres, dans le même tems & dans le même lieu, quoiqu'ils soient faits avec grand soin. Dans celui dont je me sers ordinairement, & dont je viens de rapporter les observations, le mercure y est toûjours plus bas de 3 lignes ½ que dans un autre que j'ay aussi, qui est celui où l'on a remarqué la premiere fois de la lumiere dans le vuide du haut du tuyau en agitant le mercure, quoique dans l'autre il y en paroisse aussi. Mais si dans le Thermometre où le mercure ne monte pas si haut, l'air grossier n'en a pas été vuidé aussi exactement que dans l'autre, à cause peut-être que son tuyau est fort long, il s'ensuit qu'il n'est pas necessaire que le mercure soit exactement purgé d'air pour faire paroître de la lumiere dans le vuide. Enfin aprés toutes les experiences que nous avons faites sur les Barometres avec differens mercures dans le même tuyau, & avec differens tuyaux & le même mercure, il semble qu'il faudroit croire que les differentes hauteurs de mercure dans les tuyaux du Barometre ne viennent que de la nature du verre dont les pores ne sont pas également serrés, & que l'air n'est pas seulement composé de deux matieres differentes, l'une toute grossiere & l'autre toute subtile, mais que les particules de la matiere grossiere ayant differentes grosseurs jusqu'à être subtile, les pores de quelques verres laissent passer cette matiere moins grossiere, qui par sa pesanteur fait descendre un peu le mercure dans le tuyau. Cette hypothese semble confirmée par l'une des dernieres experiences que M. Amontons fit à l'Academie avec un canon de mousquet bien soudé par l'un des bouts au lieu d'un tuyau de verre, où l'on remarqua que le mercure s'arrêta beaucoup plus bas que dans le verre ordinaire, peut-être à cause que les pores du fer sont beaucoup plus grands que ceux du verre.

J'ay observé la déclinaison de l'aiguille aimantée de 9° 35′ vers l'Oüest le dernier jour de Decembre 1705, avec la même aiguille & dans le même lieu où je l'ay

faite depuis plusieurs années, & avec les mêmes circonstances, comme je l'ay marqué dans d'autres Memoires.

OBSERVATIONS

De la Pluïe & du Vent, faites en l'année 1705 au Château du Pontbriand situé à deux lieuës de Saint-Malo en Bretagne.

1706. 9. Janvier. On a pû voir dans les Memoires de l'année 1704 les observations de la Pluïe & du Vent faites au Château du Pontbriand à deux lieuës de Saint-Malo en Bretagne. Voici la continuation de ces observations, que M. du Pontbriand a faites avec beaucoup d'exactitude au même lieu durant l'année 1705, & qu'il a envoyées à M. du Torar de l'Academie Royale des Sciences pour être communiquées à l'Academie, & pour être comparées avec les observations faites à Paris par M. de la Hire.

Année 1705.

JANVIER.

Jours.	*Eau de Pluïe.*	*Vents.*
3	2 lignes.	Nord-Nord-Est.
10	2	S. S. E.
11	1 $\frac{1}{2}$	S S. O.
12	1 $\frac{1}{2}$	O. N. O.
13	3 $\frac{1}{2}$	N. N. O.
14	1 $\frac{1}{2}$	O. N O.
17	1 $\frac{1}{2}$	E. N E.
19	0 $\frac{1}{2}$	E. N. E.

Total 14 lignes.

FEVRIER.

Jours.	Eau de Pluïe.	Vents.
5	2 lignes.	Est-Sud-Est.
10	1	N. N. E.
13	0 $\frac{3}{4}$	N. O.
14	2	N. N. O.
16	2 $\frac{1}{2}$	S. S. O.
17	0 $\frac{1}{2}$	S. S. O.
18	2 $\frac{1}{2}$	E. S. E.
25	1 $\frac{1}{2}$	E. N. E.
28	0 $\frac{1}{4}$	E. N. E.

Total 13 lignes.

MARS.

Jours.	Eau de Pluïe.	Vents.
4	3 $\frac{1}{2}$ lig.	Nord-Est.
8	0 $\frac{3}{4}$	S. S. O.
10	0 $\frac{1}{2}$	S. S. O.
13	1 $\frac{1}{2}$	S. S. O.
14	0 $\frac{1}{4}$	S. S. E.
24	1 $\frac{1}{2}$	S. E.
25	1 $\frac{1}{2}$	S. E.
26	3 $\frac{1}{4}$	S. S. O.
27	5	S. S. O.
28	0 $\frac{1}{2}$	S. S. O.
29	3 $\frac{1}{2}$	S. E.
30	0 $\frac{1}{2}$	N. E.
31	0 $\frac{1}{2}$	N. E.

Total 23 $\frac{1}{2}$ lignes.

AVRIL.

Jours.	Eau de Pluïe.	Vents.
1	0 $\frac{1}{2}$ lign.	Oüest.
2	1 $\frac{1}{2}$	N. O.
3	0 $\frac{1}{4}$	N. O.
4	2	N. O.
5	2 $\frac{1}{4}$	O. N. O.
7	3 $\frac{3}{4}$	O. S. O.

Jours.	Eau de Pluïe.	Vents.
8	2 3/4 lig.	O. S. O.
9	1 1/2	S. S. O.
10	0 1/4	S. S. O.
11	1	N. O.
12	1	N. O.
15	1	N. O.
16	0 1/4	S. S. O.
19	1 3/4	N. E.
20	0 1/4	S. S. E.
24	4 1/2	O. E.
25	0 1/2	N. O.

Total 26 lignes.

MAY.

Jours.	Eau de Pluïe.	Vents.
4	3 lignes.	Oüest.
5	0 3/4	N. O.
18	4	N. O.
26	0 1/4	S. E.
28	0 1/4	N. E.

Total 8 1/4 lignes.

JUIN.

Jours.	Eau de Pluïe.	Vents.
13	4 3/4 lign.	Sud-Sud-Oüest.
16	0 3/4	O. S. O.
17	2	O. S. O.

Total 7 1/2 lignes.

JUILLET.

Jours.	Eau de Pluïe.	Vents.
2	0 3/4 lig.	Nord.
3	1	N.
6	2 1/2	N. O.
10	0 1/3	N. O.

Total 4 1/2 lignes.

AOUST

AOUST.

Jours.	*Eau de Pluïe.*	*Vents.*
7	2 3/4 lig.	Sud-Oüest.
21	3	O. S. O.
23	1 1/2	S. O.
24	1	N. O.
27	2 1/2	E. S. E.
31	1	O. S. O.
	Total 11 3/4 lignes.	

SEPTEMBRE.

Jours.	*Eau de Pluïe.*	*Vents.*
3	2 1/4 lig.	Nord-Oüest.
4	2 1/2	N. N. O.
5	2	O. S. O.
6	3 1/2	O. S. O.
8	3	N. O.
10	1 1/4	S. O.
15	0 1/2	N. O.
23	3	N. N. O.
	Total 18 lignes.	

OCTOBRE.

Jours.	*Eau de Pluïe.*	*Vents.*
6	5 1/2 lig.	Nord-Oüest.
12	1	N. O.
13	1	N. O.
14	0 1/2	N. O.
15	2	S. S. O.
16	0 1/2	S. S. O.
17	3 1/2	S. S. O.
18	6 3/4	S. S. O.
19	3	S. S. O.
29	2	S. S. O.
30	3	N. O.
31	3	N. O.
	Total 31 3/4 lignes.	

NOVEMBRE.

Jours.	Eau de Pluïe.	Vents.
2	3 lig.	Eſt.
3	2 ½	N. E.
4	1	N. E.
9	0 ½	N. E.
15	1 ½	E. S. E.
18	1 ½	N. E.
20	1	N. O.
21	0 ¾	S. O.
22	0 ½	N. O.
25	3 ½	N. O.
26	0 ¾	N. O.
28	0 ½	N. N. O.
29	5	S. O.
30	4 ½	N. O.

Total 26 lignes ½.

DECEMBRE.

Jours.	Eau de Pluïe.	Vents.
1	1 lig.	Nord-Oüeſt.
3	5	N. O.
4	5 ¼	O. S. O.
5	2 ½	N. O.
6	1 ½	S. O.
10	3 ½	S. O.
13	2 ½	S. S. O.
14	1	S. S. O.
15	8 ½	S. S. O.
16	3	N. O.
17	2 ½	N. O.
18	1 ¼	N. O.
19	7	O. S. O.
20	3 ½	N. O.
21	2 ½	N. O.
22	5 ½	S. O.
24	3	O. S. O.
25	3	O. S. O.
26	4	O. S. O.
29	1	S. S. O.

Ce jour 30. il y a eu une violente tempête, qui a causé de grands desordres dans toute la Bretagne.

30	5	S. S. O.
31	5	S. S. O.
	Total 75. lignes.	

Total de la quantité de l'eau de pluïe tombée au Pontbriand durant l'année 1705. 260 lignes.
Et en l'année 1704. 284 lignes.
Difference 16 lignes.

AUTRES OBSERVATIONS

De la Pluïe tombée pendant l'année 1705 à Lyon, & communiquées à M. Cassini par le P. Fulchiron Jesuite.

1706. 16. Janvier.

JAnvier	7 lignes.
Fevrier	27
Mars	18 ½
Avril	10 ½
May	23 ½
Juin	26 ½
Juillet	12 ¾
Aoust	15
Septembre	6 ¼
Octobre	47 ¾
Novembre	14 ¼
Decembre	63 ½

Somme totale . . 272 ½, ou 22 pouces 8 lignes ½.
L'année 1704 il plut . . . . 15 pouces 4 lignes ½.
Difference . . . . 7 pouces 4 lignes.

OBSERVATIONS

Du Barometre & du Thermometre faites en differentes Villes pendant l'année 1705.

PAR M. MARALDI.

1706. 16. Janvier. LE Barometre dans la Tour Occidentale de l'Observatoire, a été dans sa plus grande hauteur les trois derniers jours de Fevrier, qu'il se trouva à 28 pouces 3 lignes ½ par un vent de Nord & de Nord-Est. La plus petite hauteur à laquelle il soit descendu a été de 26 pouces 8 lignes ½, ce qui arriva le 19 Decembre par un vent de Sud & de Sud-Est tres-violent avec pluïe. La variation de la hauteur du Barometre a été de 1 pouce & 7 lignes.

Le Thermometre de M. Amontons, placé dans la Tour Occidentale de l'Observatoire, a été le 2 & le 3 Fevrier de l'an 1705 à 51 degrés 11 lignes, qui est la plus petite hauteur où il soit arrivé. Par les observations que M. le Marquis Salvago a faites à Gennes avec un Thermometre semblable au nôtre, le 3 de Fevrier fut aussi le jour qu'il s'est trouvé plus bas, ayant été à 52 degrés 10 lignes, presqu'un degré plus haut qu'à Paris. Par les observations faites à Lyon par le P. Fulchiron, le Thermometre fut aussi le même jour 3 Fevrier au degré le plus bas qu'il soit arrivé durant l'année 1705.

A Paris le Thermometre a été au plus haut degré le 6 d'Aoust, étant monté ce jour-là à 57 degrés 3 lignes par un vent de Sud-Est. Le même jour un Thermometre de M. Cassini qui étoit depuis 35 ans en experience se cassa, la liqueur ayant rempli tout le tuyau. A Gennes le Thermometre de M. Amontons fut le 2 & le 3 Aoust au plus haut degré où il soit arrivé l'année 1705, & il monta à 56 degrés 8 lignes, faisant ces jours-là un vent de Nord; de sorte qu'à Gennes le Thermometre n'est pas monté

cette année aussi haut qu'à Paris, y ayant un demi-degré de difference. A Lyon le Thermometre est monté au plus haut le 8 Aoust deux jours aprés qu'à Paris. Par les observations que M. Bon a faites à Montpellier avec un Thermometre de M. Amontons, le 30 Juillet le Thermometre fut à 58 degrés 2 lignes, ayant été ce jour-là à la plus grande hauteur qu'il ait eu pendant toute l'année, & à Montpellier il a été presque un degré plus haut qu'à Paris. Le 30 Juillet à Montpellier la plûpart des vignes furent brûlées par la grande chaleur, & le même Thermometre ayant été exposé au Soleil pendant 28 minutes de temps, monta au dernier degré, c'est à dire à 73 pouces, qui est le même degré où M. Amontons marque le degré de chaleur de l'eau boüillante.

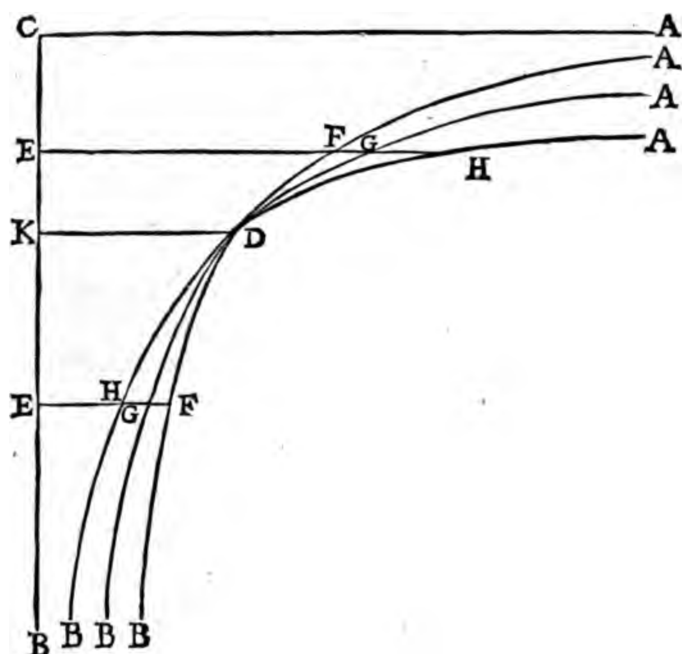
REFLEXIONS

Sur les Espaces plus qu'infinis de M. Wallis.

PAR M. VARIGNON.

Monsieur Wallis cherchant la mesure des Espaces renfermez par des hyperboles & leurs asymptotes, & ayant trouvé pour l'expression de quelques-uns de ces Espaces des grandeurs negatives, a crû qu'ils étoient plus qu'infinis. Mais comme un plus qu'infini m'a toûjours parû renfermer une contradiction, cela m'a déterminé à chercher le dénouëment de ce mystere, qui cessera d'en être un, dés que j'aurai fait voir que ce que cet Auteur prend pour l'expression d'un Espace plus qu'infini, n'est pas même celle d'un infini, mais seulement d'un Espace fini, qui est à la verité le complément d'un Espace infini; & qu'ainsi les hyperboles & leurs asymptotes ne renferment point d'Espaces plus qu'infinis, comme cet Auteur l'a prétendu. C'est là l'éclaircissement qui a été promis dans le Livre de M. Carré sur le Calcul Integral.

1706. 3. Fevrier.



I. Soient donc tous les genres d'hyperboles *AFB*, *AGB*, & *AHB*, entre les mêmes aſymptotes perpendiculaires *AC*, *CB*, dont le degré de la puiſſance des ordonnées *EF*, *EG*, *EH*, ſoit dans l'une plus haut, dans l'autre le même, & dans la troiſiéme plus bas que celui (m) des abſciſſes *CE*. Enſorte que le lieu de *AFB* ſoit $CE^m \times EF^{m+n} = CK^{2m+n}$; celui de *AGB*, $CE^m \times EG^m = CK^{2m}$; & celui de *AHB*, $CE^m \times EH^{m-n} = CK^{2m-n}$, dans lequel il faut toûjours $m > n$, autrement ce dernier lieu ſe changeroit en parabolique dans le cas de $m < n$, ou du moins à la ligne droite dans celui de $m = n$.

II. Cela poſé, l'on aura $EF = \frac{CK^{\frac{2m+n}{m+n}}}{CE^{\frac{m}{m+n}}}$, $EG = \frac{CK^2}{CE}$, & $EH = \frac{CK^{\frac{2m-n}{m-n}}}{CE^{\frac{m}{m-n}}}$. Donc

$$1^{o}.\ EF.\ EG :: \frac{CK^{\frac{2m+n}{m+n}}}{CE^{\frac{m}{m+n}}}.\ \frac{CK^{2}}{CE} :: \frac{CE}{CE^{\frac{m}{m+n}}}.\ \frac{CK^{2}}{CK^{\frac{2m+n}{m+n}}} ::$$

$CE^{\frac{n}{m+n}}.\ CK^{\frac{n}{m+n}}$. D'où l'on voit que dans le cas du degré $(m+n)$ des ordonnées plus grand que celui (m) des abſciſſes, l'on aura $EF < EG$ depuis C juſqu'en K, & $EF > EG$ par-delà K vers B à l'infini : de ſorte que les hyperboles *AFB* & *AGB* ſe couperont à l'extrémité D de l'ordonnée *KD*.

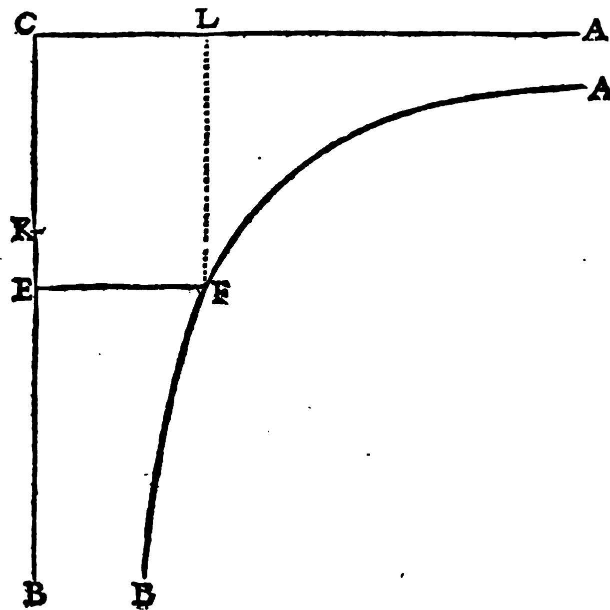
$$2^{o}.\ \text{L'on aura auſſi } EG.\ EH :: \frac{CK^{2}}{CE}.\ \frac{CK^{\frac{2m-n}{m-n}}}{CE^{\frac{m}{m-n}}} :: CE^{\frac{n}{m-n}}.$$

$CK^{\frac{n}{m-n}}$. D'où l'on voit au contraire que dans le cas du degré $(m-n)$ des ordonnées moindre que celui (m) des abſciſſes, l'on aura toûjours $EH > EG$ depuis C juſqu'en K, & $EH < EG$ par-delà K vers B à l'infini : de ſorte que les hyperboles *AHB* & *AGB* ſe couperont auſſi en D.

III. On voit delà que l'eſpace *ACBBGGA* entre l'hyperbole ordinaire *AGB* & ſes aſymptotes, étant infini de part & d'autre, l'hyperbolique *ACBBFFA* ſera auſſi infini du côté de B qu'il eſt le plus ouvert ; & l'hyperbolique *ACBBHHA* infini de même du côté de A qu'il eſt auſſi le plus ouvert.

IV. Mais avant que de chercher la valeur juſte de ces eſpaces, il eſt bon (pour moins d'embarras) de remarquer que les deux derniers reviennent au même genre d'hyperbole, ſçavoir à celui dont les coordonnées montent à des puiſſances différentes ; puiſqu'on peut prendre à diſcrétion celles du plus haut ou du plus bas degré pour les ordonnées de cet Courbe. Par exemple ici, le lieu (*art.* 1.) $CE^{m} \times EF^{m+n} = CK^{2m+n}$ de l'hyperbole *AFB*, repréſentant ſes ordonnées EF à un plus haut degré que ſes abſciſſes CE, repréſente de même ſes ordonnées LF à un plus bas degré que les abſciſſes CL : De ſorte que l'on peut également dire que les ordonnées de l'hyper-

Voyez la Figure de la page ſuivante.



bole *AFB* ſont d'un plus haut ou d'un plus bas degré que ſes abſciſſes, ſelon qu'on les choiſira pour telles; & ainſi de toute autre hyperbole dont les coordonnées montent à des puiſſances différentes.

V. Cela étant, l'eſpace *BEFB* pris du côté de *B*, ſera celui que M. Wallis appelle *plus qu'infini.* Pour en trouver préſentement la valeur, ſoient $CE = x$, $EF = v$, & $CK = a$ conſtante. L'on aura (*art.* 1.) $x^m y^{m+n} = a^{2m+n}$, ou $v\,(EF) = \frac{a^{\frac{2m+n}{m+n}}}{x^{\frac{m}{m+n}}}$ pour le lieu de l'hyperbole *AFB*; ce qui donne l'élément $vdx = a^{\frac{2m+n}{m+n}} x^{\frac{-m}{m+n}} dx$, & l'eſpace *ACEFA* ($\int vdx$) $= \frac{m+n}{n} \times a^{\frac{2m+n}{m+n}} x^{\frac{n}{m+n}} = \frac{m+n}{n} \times CK^{\frac{2m+n}{m+n}} \times CE^{\frac{n}{m+n}}$: c'eſt à dire, fini du côté de *A* par raport auquel *CE* eſt finie; & ſeulement infini du côté de *B*, puiſque cette même *CE* n'y ſçauroit devenir tout au plus qu'infinie.

VI. Donc

VI. Donc si en prenant LF (x) pour l'ordonnée de l'hyperbole AFB, ou (*art.* 5.) $xdv = a^{\frac{2m+n}{m}} v^{\frac{-m-n}{m}} dv$ pour l'élément de son espace $BCLFB$ entre asymptotes, cet espace ($\int x dv$) se trouve $= \frac{ma^{\frac{2m+n}{m}} v^{\frac{-n}{m}}}{-n} = \frac{ma^{\frac{2m+n}{m}}}{-nv^{\frac{n}{m}}}$ négatif, ce n'est pas une marque qu'il soit plus qu'infini, comme l'a dit * M. Wallis; mais seulement qu'au lieu de cet espace $BCLFB$ il faut prendre son complément $ALFA$ $= \frac{ma^{\frac{2m+n}{m}}}{nv^{\frac{n}{m}}}$ positif: ce qui arrive tres-souvent dans une infinité d'autres quadratures. En effet les signes + & − n'étant que des marques d'operation, sçavoir d'addition & de soustraction, à faire sur les grandeurs qu'ils affèctent, ils n'en changent point du tout la valeur, bien loin de pouvoir les réduire à moins que rien, ainsi qu'il faudroit pour M. Wallis: mil écus que je dois, valent autant que mil écus que j'aurois; 6 à ajoûter valent autant que 6 à retrancher, &c. Et si l'on dit que + 6 ne sont pas égaux à − 6, cela ne signifie autre chose sinon qu'ajoûtant 6 on fait plus que si on les retranchoit, les operations d'addition & de soustraction, exprimées par les signes + & −, étant aussi comprises dans cette comparaison. Donc $\frac{ma^{\frac{2m+n}{m}}}{-nv^{\frac{n}{m}}}$ vaut autant que $\frac{ma^{\frac{2m+n}{m}}}{+nv^{\frac{n}{m}}}$, c'est à dire, seulement un espace fini, bien loin d'en signifier un plus qu'infini: Toute la différence, c'est que les espaces exprimés par ces formules, sont renversés l'un par raport à l'autre, comme les expressions négatives le marquent par tout en Geometrie.

* *Arith. infin. Schol. prop.* 101. & *prop.* 104. &c.

VII. Pour prouver encore que la valeur négative $\frac{ma^{\frac{2m+n}{m}}}{-nv^{\frac{n}{m}}}$ trouvée (*art.* 6.) pour l'espace cherché $BCLFB$,

n'eſt point une expreſſion plus qu'infinie de cet eſpace, mais ſeulement une valeur finie de ſon complément *ALFA* à l'égard duquel elle devient poſitive, enſorte que *ALFA* ſoit $= \frac{ma^{\frac{2m+n}{m}}}{nv^{\frac{n}{m}}}$; il n'y a qu'à conſidérer que ſi de l'eſpace fini *ACEFA* trouvé cy-devant (*art.* 5.) $= \frac{m+n}{n} \times a^{\frac{2m+n}{m+n}} x^{\frac{n}{m+n}}$, l'on retranche le parallelogramme *CEFL* (xv), l'on aura $ALFA = \frac{m+n}{n} a^{\frac{2m+n}{m+n}} x^{\frac{n}{m+n}} - xv$ (à cauſe que le lieu $x^m v^{m+n} = a^{2m+n}$ de l'art. 5. donne $x = \frac{a^{\frac{2m+n}{m}}}{v^{\frac{m+n}{m}}}$; & $x^{\frac{n}{m+n}} = \frac{a^{\frac{2mn+n^2}{m^2+mn}}}{v^{\frac{n}{m}}}$) $= \frac{m+n}{n} \times \frac{a^{\frac{2m+n}{m+n} + \frac{2mn+n^2}{m^2+mn}}}{v^{\frac{n}{m}}} - \frac{a^{\frac{2m+n}{m}}}{v^{\frac{n}{m}}} = \frac{m+n}{n} \times \frac{a^{\frac{2m^2+3mn+n^2}{m^2+mn}}}{v^{\frac{n}{m}}} - \frac{a^{\frac{2m+n}{m}}}{v^{\frac{n}{m}}} = \frac{m+n}{n} \times \frac{a^{\frac{2m+n}{m}}}{v^{\frac{n}{m}}} - \frac{a^{\frac{2m+n}{m}}}{v^{\frac{n}{m}}} = \frac{ma^{\frac{2m+a}{m}}}{nv^{\frac{n}{m}}}$, ainſi que le viens de dire.

VIII. Aprés cela le lieu général $x^m y^p = a^{m+p}$ des hyperboles entre aſymptotes (telles que dans la Fig. 1. dont les ordonnées *EF*, *EG*, *EG*, ſont ici chacune ſéparément $= y$, & leurs abſciſſes communes $CE = x$) donnant $\frac{pa^{\frac{m+p}{p}} x^{\frac{p-m}{p}}}{p-m}$ pour l'eſpace aſymptotique terminé par une de leurs ordonnées (y); il eſt aiſé de voir,

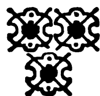
Voyez la Figure de la page 14. ci-deſſus.

1°. Que lorſque $p > m$, comme (*art.* 2. *n.* 1.) dans l'hyperbole *AFB*, cet eſpace doit être $ACEFA = \frac{pa^{\frac{m+p}{p}} x^{\frac{p-m}{p}}}{p-m}$ fini, & le tout *ACBBFA* infini lorſque x (*CE*) eſt infinie. Ce qui prouve que la valeur de cet eſpace prolongé à

l'infini de part & d'autre, doit être fini du côté de *A*, & infini du côté de *B*.

2°. Lorsque $p < m$, comme (*art.* 2. *n.* 2.) dans l'hyperbole *AHB*, la formule générale $\frac{pa^{\frac{m+p}{p}} x^{\frac{p-m}{p}}}{p-m}$ devenant ici négative, au lieu d'exprimer l'espace cherché *ACEHA*, elle se change en celle de son complément *BEHB*, & donne ce complément $BEHB = \frac{pa^{\frac{m+p}{p}}}{\overline{m-p} \times x^{\frac{m-p}{p}}}$ positif : de maniére que lorsque x (*CE*) sera $= o$, tout l'espace *BCAAHB* sera infini. Ce qui fait voir aussi que la valeur de cet espace prolongé à l'infini de part & d'autre, doit être fini du côté de *B*, & infini du côté de *A*, comme dans l'hyperbole *AFB* cy-dessus ; mais à rebours, ainsi qu'il doit arriver suivant l'art. 4.

3°. Enfin lorsque $p = m$, comme (*art.* 1.) dans l'hyperbole *AGB*, l'expression générale $\frac{pa^{\frac{m+p}{p}} x^{\frac{p-m}{p}}}{p-m}$ des espaces hyperboliques asymptotiques donne le cherché *ACEGA* aussi-bien que son complément $BEGB = \frac{aa}{o}$. D'où l'on voit que l'espace *ACBBGA* doit être infini de part & d'autre ; & par conséquent plus infini (pour ainsi dire) que les précédens *ACBBFA* & *ACBBHA* qu'on vient de voir ne l'être que par chacun un côté. Donc il s'en faut bien qu'ils ne soient plus qu'infinis : Et c'est tout ce qu'on s'étoit proposé d'examiner ici.



REMARQUES
ET
REFLEXIONS
Sur la nature des Cataractes qui se forment dans l'œil.

PAR M. DE LA HIRE.

1706. 17. Fevrier. ON a diſtingué le *Glaucoma* de la *Cataracte*, en ce que le Glaucoma ſe prend pour une maladie du Cryſtallin, qui devient opaque & de couleur blanchâtre ou verdâtre; mais la Cataracte n'eſt compoſée que de quelques filets ou toiles qui ſe forment dans l'humeur aqueuſe, & qui peu à peu en s'épaiſiſſant empêchent les rayons de la lumiere de penetrer dans l'œil juſqu'à la retine.

On a toûjours jugé que le Glaucoma étoit un mal incurable, puiſqu'il n'étoit pas poſſible de rendre au Cryſtallin ſa tranſparence quand il l'avoit perduë : mais pour la Cataracte il s'eſt trouvé des Operateurs aſſez adroits pour percer l'œil par le côté avec une aiguille, & rompre en tournant fort doucement les eſpeces de membranes qui la forment; & en les rangeant dans la partie baſſe de l'œil derriere la membrane uvée, rendre à l'œil ſon uſage ordinaire.

C'eſt-là le ſentiment commun qu'on a de ces maladies. Cependant quelques Medecins ſoûtiennent à preſent que ce ne ſont point des pellicules ou membranes qu'on abbaiſſe quand on fait l'operation de la Cataracte; mais que c'eſt le Cryſtallin même qu'on détache du ligament ciliaire qui le ſoûtient, & qu'on le range vers la partie baſſe de l'œil. Ils diſent pour confirmer ce qu'ils avancent, qu'ils ont trouvé le Cryſtallin dérangé & abaiſſé dans la

diſſection de l'œil d'un homme à qui on avoit fait cette operation.

Mais je réponds que s'il étoit poſſible de déplacer le Cryſtallin en le détachant du ligament ciliaire, le Glaucoma ne ſeroit plus une maladie incurable, comme on l'a jugé juſqu'à preſent. Et ſi l'on abaiſſoit toûjours le Cryſtallin dans cette operation, la Cataracte ſuivant l'opinion commune ne ſeroit qu'une maladie imaginaire, puiſque ſans ſe mettre en peine de cette membrane ou peau qu'on croit voir dans l'humeur aqueuſe, ni de toutes les obſervations qu'on fait pour juger s'il eſt tems de l'abaiſſer, & ſi elle eſt aſſez meure & de nature à être détournée & rompuë avec l'aiguille, on gueriroit toûjours ce mal en quelque tems & en quelque circonſtance que ce fût en abaiſſant le Cryſtallin, & l'on rendroit la vûë au malade.

Mais il ſemble dans ce doute qu'on accuſe les Operateurs de ne ſçavoir pas ce qu'ils font, & que croïant abattre des eſpeces de pellicules, ils détachent & abattent le Cryſtallin. Cependant il y a peu d'apparence qu'ils ſe trompent tous, hormis quelques-uns, dans le jugement qu'ils font de ces deux maladies de l'œil, & dans cette operation.

Ces jours paſſez M. Chomel de cette Academie ayant voulu faire avec nous quelques operations ſur des yeux de bœuf au ſujet des differens ſentimens qu'on avoit de la Cataracte, nous ouvrîmes d'abord un de ces yeux pour voir ſi l'humeur vitrée étoit adherante à la membrane qui renferme le Cryſtallin, & nous reconnûmes qu'elle s'en détachoit aſſez facilement. Enſuite dans d'autres yeux nous perçâmes de biais la Sclerotique entre le ligament ciliaire & l'uvée avec une aiguille applatie par le bout, comme ſont quelques-unes de celles dont on ſe ſert dans les operations ordinaires, & l'ayant pouſſée juſques dans le Cryſtallin, nous la tournâmes & nous fîmes en même tems tourner le Cryſtallin qui y étoit attaché; car il eſt d'une conſiſtance aſſez ferme pour réſiſter à l'effort qu'il falloit faire pour rompre le ligament ciliaire, & pour

coucher le Cryſtallin dans l'humeur vitrée ou dans l'aqueuſe : mais nous remarquâmes que l'humeur vitrée réſiſtoit toûjours au Cryſtallin & le ſoûtenoit, quoiqu'il fut couché, enſorte qu'il bouchoit la plus grande partie de la prunelle ; & quand nous voulûmes retirer l'aiguille, le Cryſtallin qui y étoit attaché ſuivoit en même tems, & ne quittoit point l'aiguille que par la réſiſtance que lui faiſoit la partie interieure de l'œil. Il arrive auſſi quelquefois qu'en tournant l'aiguille le ligament ciliaire ne ſe rompt pas, mais que le corps du Cryſtallin ſe ſépare de ſa membrane, & qu'il tourne au dedans, enſorte qu'en retirant l'aiguille on déchire cette membrane où elle eſt percée, & que le Cryſtallin ſort par cette ouverture, & reſte entre le ligament ciliaire & l'uvée, & bouche toute l'ouverture de la prunelle, ou la plus grande partie.

On voit par-là qu'on ne pourroit retirer aucun avantage du Cryſtallin abatu, puiſque s'il étoit opaque il intercepteroit toûjours les rayons des objets, & il les empêcheroit d'entrer dans l'œil étant trop gros, & ne pouvant pas être aſſez abaiſſé pour être caché au-deſſous de l'ouverture de la prunelle : car l'humeur vitrée eſt mucillagineuſe & comme de la gomme Adragante fonduë dans l'eau, & de plus on ne pourroit le ranger dans l'humeur aqueuſe ſans rompre la membrane uvée.

Une des grandes objections qu'on puiſſe faire contre le ſentiment de ceux qui diſent que la Cataracte eſt formée de pellicules qui ſont ſuſpenduës dans l'humeur aqueuſe, eſt que ceux à qui on a abatu la Cataracte ſont obligés de ſe ſervir d'une loupe ou gros verre pour voir diſtinctement les objets, ce qui ne devroit pas être, ſi les trois humeurs demeuroient à leur place & dans leur entier : mais on nous a aſſûré qu'il y avoit des perſonnes qui voyoient fort bien aprés l'operation ſans ſe ſervir de loupe ; & il ſe peut faire que dans quelques ſujets l'humeur aqueuſe ne laiſſe pas d'être encore un peu trouble, quoique les pellicules ne ſoient plus au-devant de la prunelle, & qu'ils ſont obligés de ſe ſervir de loupe pour faire paſſer plus de

rayons dans l'œil, qui ne laiſſent pas de s'aſſembler toûjours ſur la retine ſi l'on approche l'objet un peu plus prés de l'œil.

On fait encore une autre objection contre le même ſentiment, & c'eſt comment il ſe peut faire que les pellicules qui forment la Cataracte ſoient toûjours placées entre le Cryſtallin & l'uvée. Mais je répondrois à celle-cy que les parties de l'œil qui fourniſſent les matieres qui forment les pellicules de la Cataracte, ſont auſſi entre le Cryſtallin & l'uvée, & c'eſt pourquoy elles ſe doivent toûjours trouver dans cet endroit de l'humeur aqueuſe.

Cette ſeconde objection a pû faire naître à quelques-uns une idée de la nature de la Cataracte fort differente des premieres. Ils diſent que la Cataracte n'eſt qu'un épaiſſiſſement des premieres enveloppes du Cryſtallin qui eſt formé par pluſieurs de ces enveloppes à peu prés comme un oignon, & que dans l'operation on arrache cette peau opaque de deſſus la ſurface du Cryſtallin, & qu'alors le Cryſtallin étant devenu plus mince, il faut ſuppléer au défaut de ſa convexité par celle d'un verre placé entre l'objet & l'œil.

Il eſt vrai que le Cryſtallin ayant été ſeché à l'air, paroît compoſé de pluſieurs peaux qui enveloppent au milieu une eſpece de noyau d'une conſiſtance un peu plus dure que le reſte : mais quelle main aſſez adroite & quels outils faudroit-il avoir pour arracher cette peau opaque de deſſus le Cryſtallin ? Et quand cela ſe pourroit faire, on romproit neceſſairement le ligament ciliaire qui ſeroit attaché à cette peau, & par conſequent tout le corps du Cryſtallin tomberoit en quelque endroit dans l'humeur aqueuſe, & en s'y plaçant de côté détourneroit les rayons & empêcheroit la viſion.

On a remarqué que pluſieurs perſonnes à qui on avoit abbatu la Cataracte voyoient tres-bien les objets auſſi-tôt aprés que l'operation avoit été faite ; mais que quelques jours aprés que l'on commençoit à leur débander les yeux, ils ne voyoient plus rien, & qu'ils avoient entierement

perdu la vûë, quoiqu'il ne parût point au dehors que la Cataracte fût remontée. Voici comme il me semble qu'on peut rendre raison de cet accident.

Il est tres-difficile qu'en abbattant les pellicules qui forment la Cataracte, surtout si elles sont fort adherantes au dedans de l'œil, que le tranchant de la pointe de l'aiguille ne touche la surface anterieure du Crystallin à cause de sa convexité; & si l'on ouvre un peu la membrane du Crystallin, tout le Crystallin se plisse & se ride, & à cause de ces plis les rayons des objets lumineux ne passent plus directement vers la retine; mais ils s'écartent d'un côté & d'autre, & l'œil ne peut rien appercevoir. Mais le Crystallin touchant l'humeur aqueuse par l'endroit où sa membrane aura été blessée, ce plissement n'arrivera pas subitement aprés le coup, mais quelque tems aprés: c'est pourquoy on peut voir les objets aussi-tôt aprés l'operation, & dans la suite on ne les verra plus.

OBSERVATIONS

Sur les Methodes de Maximis & Minimis, *où l'on fait voir l'identité & la difference de celle de* l'Analyse des Infiniment petits avec celles de Mrs Hermat & Hude.

PAR M. GUISNÉE.

1706. 10. Fevrier. UN de mes amis qui demeure en Province, habile homme dans l'ancienne Geometrie & dans l'Algebre ordinaire, à qui j'envoïai il y a quelque tems le Livre de l'*Analyse des Infiniment petits*, m'a prié par une de ses Lettres de lui donner des éclaircissemens sur quelques difficultés qu'il trouve dans la troisiéme Section, où *M. le Marquis de l'Hôpital*, l'illustre Auteur de cet Ouvrage, enseigne la methode de résoudre, par le calcul differentiel, les questions *de Maximis & Minimis.*

Voici

Voici ses difficultés dans les termes qu'il les propose.

Premiere difficulté. Lorsque la supposition de $dy=o$, & celle de $dy=\infty$, donnent chacune une valeur de x; pourquoi doit-on préferer celle qui est tirée de la supposition de $dy=o$ à celle qui est tirée de la supposition de $dy=\infty$? Ce qu'observe toûjours l'Auteur. Dans le premier Exemple art. 48. où il cherche la plus grande appliquée de la Courbe dont la nature est exprimée par cette Equation *A*. «

$$A.\ x^3+y^3=axy.$$

Ayant differentié l'Equation *A*, & tiré de la supposition de $dy=o$, $x=\frac{1}{3}a\sqrt[3]{2}$; il dit que cette valeur de x résout la question, & il ne fait aucune mention ni de la supposition de $dy=\infty$, ni de la valeur de x qu'on en tire, qui est $x=\frac{1}{3}a\sqrt[3]{4}$, quoique cette derniere valeur soit autant réelle que la premiere. «

Seconde difficulté. Comment connoître celle des valeurs de x qu'il faut choisir, lorsque l'une ou l'autre supposition de $dy=o$, ou $=\infty$, où toutes les deux en donnent plusieurs differentes? «

Troisiéme difficulté. De quelle maniere doit-on s'assurer, si l'appliquée qui répond à une valeur de x tirée ou de la supposition de $dy=o$, ou de celle de $dy=\infty$, est un *Maximum* ou un *Minimum*, lorsque la Courbe n'est point décrite & qu'on n'en connoît point la figure, ce que je suppose toûjours? «

Quatriéme difficulté. Lorsqu'une appliquée, qui répond à une valeur de x tirée de l'une ou de l'autre supposition de $dy=o$ ou $=\infty$, rencontre une Courbe en deux ou plusieurs points; comment déterminer celui d'entre ces points où la tangente est parallele à l'axe? Car ce n'est qu'en ce cas qu'une appliquée est un *Maximum* ou un *Minimum*. «

Cinquiéme difficulté. Lorsqu'une appliquée, qui répond à une valeur de x tirée de la supposition de $dy=o$, ou $=\infty$, rencontre une Courbe en un point où la tangente n'est parallele à aucun des axes conjugués; cette appli- «

» quée n'eſt alors ni un *Maximum* ni un *Minimum*, puiſque » d'un côté il y en a de moindres, & de l'autre de plus gran- » des. De quelle adreſſe doit-on uſer pour le remarquer ?»

Quoique ces difficultés ne ſoient point inſurmontables à ceux qui entendent l'Algebre commune, & les principes des Infiniment petits, & qu'il y ait bien de l'apparence qu'elles ont paru ſi legeres à M. le Marquis de l'Hôpital, qu'il ne s'eſt pas voulu donner la peine de les lever ; peut-être neanmoins que le nombre de ceux qui n'en ſont pas capables merite qu'on leur en donne l'éclairciſſement.

Je le mettrai ici à peu prés de la maniere que je l'ai envoïé à nôtre Geometre, aprés avoir fait quelques obſervations ſur les differens raports qui ſe rencontrent entre les differences (dx & dy) des coordonnées des Courbes, ſur les differens *Maxima & Minima*, & ſur quelques autres circonſtances qui ont raport aux queſtions de *Maximis & Minimis*.

OBSERVATION I.

I. En ſuppoſant ce qui eſt démontré dans l'Analyſe des Infiniment petits art. 47. qu'aux points des lignes courbes où les tangentes ſont paralleles aux axes conjugués des mêmes Courbes, le raport des differences de leurs coordonnées eſt toûjours infini. On obſervera,

FIG. I. 1°. Que dans toutes les Courbes comme AMB, qui rencontrent un de leurs axes AB en deux points A & B, où les tangentes AF, BG ſont paralleles aux ordonnées PM (AP, x ; PM, y), le raport de dx à dy croît depuis l'Infiniment petit en A, ou $x = o = y$, juſqu'à devenir Infiniment grand en D, où la tangente DF eſt parallele à AB, & où x (AE) & y (ED) ſont toutes deux réelles ; & diminuë enſuite depuis l'Infiniment grand en D, juſqu'à devenir Infiniment petit en B, où x (AB) eſt réelle & finie, & $y = o$.

FIG. II. 2°. Que dans les Courbes HMI qui ont deux aſymptotes AH, AI, & dont les coordonnées ſont AP, x ; PM, y ; le raport de dx à dy croît depuis l'Infiniment petit en

côté de H, où AP devient nulle ou $=o$, & PM devient AH infinie, juſqu'à devenir Infiniment grand du côté de I, où AP devient AI infinie, & $PM=o$.

3°. Que dans les Courbes AMI qui touchent un de leurs axes en A, qui ont une aſymptote BI parallele à l'autre, & dont les coordonnées ſont AP, x; PM, y; le raport de dx à dy diminuë depuis l'Infiniment grand en A, où $x=o$ & $y=o$, juſqu'à l'Infiniment petit du côté de I, où AP (x) devient AB finie, & PM (y) devient BI infinie, étant aſymptote à la Courbe, c'eſt à dire, une tangente infinie. FIG. III.

4°. Qu'entre les Courbes AMI qui s'étendent à l'infini vers I, en s'éloignant toûjours de leur axe APB, il y en a où les tangentes infinies ſont paralleles à leur axe APB (telles ſont toutes les paraboles), & où par conſequent le raport de dx à dy croît depuis l'Infiniment petit en A, où AP & PM deviennent nulles ou $=o$, juſqu'à l'Infiniment grand du côté de I, où AP & PM deviennent toutes deux infinies. FIG. IV. V. FIG. IV.

Il y en a d'autres où les tangentes infinies CDI rencontrent leur axe AP en un point C, qui n'eſt éloigné de leur ſommet A que d'une diſtance finie AC (telles ſont les hyperboles) & où par conſequent le raport de dx à dy croît depuis l'Infiniment petit en A, où AP & PM deviennent nulles, juſqu'à devenir égal (ayant mené AD parallele à PM qui rencontre la tangente infinie CDI en D) au raport de CA à AD, au point touchant, où AP & PM deviennent infinies. FIG. V.

OBSERVATION II.

II. En nommant toûjours les coordonnées des Courbes x & y, & partant leurs differences dx & dy, l'on obſervera que, quoique les raports qui ſe rencontrent entre dx & dy, dans tous les differens points des Courbes, puiſſent varier à l'infini, l'on n'en peut neanmoins diſtinguer que de trois genres differens dans toutes les ſuppoſitions

possibles ; de finis, d'infinis, & d'indéterminés : car soit en general $dx. dy :: m. n$, ou $\frac{dx}{dy} = \frac{m}{n}$.

1°. Si l'on suppose que m & n soient des grandeurs finies, le raport de dx à dy sera un raport fini.

2°. Si l'on suppose $m = o$, & que par la supposition n ne devienne point aussi $= o$, ce qui arrive quelquefois, l'on aura $\frac{dx}{dy} = \frac{o}{n}$, c'est à dire, que le raport de dx à dy sera Infiniment petit.

3°. Si l'on suppose $n = o$, & que par la supposition m ne devienne point aussi $= o$, l'on aura $\frac{dx}{dy} = \frac{m}{o}$, c'est à dire, que le raport de dx à dy sera Infiniment grand.

4°. Si l'on suppose $m = o$, & que par la supposition n devienne aussi $= o$, ou au contraire, l'on aura $\frac{dx}{dy} = \frac{o}{o}$, c'est à dire, que le raport de dx à dy sera indéterminé : car $\frac{o}{o}$ peut être égal à une quantité quelconque p, puisque p multipliée par le dénominateur zero produit le numerateur zero.

Personne n'ignore qu'il ne se rencontre entre les differences (dx & dy) des coordonnées des Courbes, des raports finis & infinis dans differens points des mêmes Courbes : mais on ne sçait peut-être pas si generalement qu'il s'y rencontre quelquefois certains points où le raport de dx à dy est indéterminé ; c'est-pourquoi j'ai juge à propos de le démontrer ici.

THEOREME.

III. *Le raport des differences* (dx & dy) *des coordonnées des Courbes est indéterminé dans tous les points d'intersection* (*qui seront dans la suite appellés* Nœuds) *de deux rameaux, où les tangentes ne sont point paralleles aux coordonnées, ou, ce qui est la même chose, aux axes conjugués, soit que l'on suppose* dx *ou* $dy = o$.

FIG. VI. Soit la Courbe *KADBL* qui a un nœud en *D*, dont les axes conjugués sont *AB*, *AC*, & les coordonnées *AP* ou *AQ*, x ; *PM* ou *QN*, y.

Il faut démontrer que, si les tangentes au point *D* ne sont point paralleles aux axes conjugués *AB*, *AC*; les differences *dx* & *dy* deviendront toutes deux égales à zero au point *D*, par la supposition de l'une des deux $= o$.

DE'MONSTRATION.

Par un point quelconque *M* pris sur le rameau *AD*, soient menées les droites *FMN* parallele à *AB*, qui rencontrera le rameau *BD* en *N*; *MP*, *NQ* & *DE* paralleles à *AC*. Si l'on suppose presentement que le point *M* s'approche de plus en plus à l'infini du point *D*, $MN = PQ$ deviendra enfin *dx*, & *OD*, *dy*; de sorte que, lorsque par la supposition de *MN*, ou $OD = o$, le point *M* tombera en *D*, les points *O* & *N* tomberont aussi en *D*, & par consequent *MN* & *OD* (*dx* & *dy*) seront nulles ou $= o$; parceque le point d'intersection *D* est un point Mathematique, l'angle *MDN* étant d'une grandeur finie. Ce qui n'arriveroit pas de même si les rameaux *AD*, *BD* se touchoient en *D*: car *MN* devenant nulle, *OD* demeureroit égale au petit côté de l'attouchement, & par consequent infinie par raport à *MN*. Il est donc constant que dans les nœuds le raport de *dx* à *dy* est indéterminé ou $= \frac{o}{o}$, par la supposition de *dx* ou de $dy = o$. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

IV. Il est clair que *ED* n'est ni un *Maximum* ni un *Minimum*, puisque $PS > ED$, & $PM < ED$; & que *GD* n'est aussi ni un *Maximum* ni un *Minimum*, puisque $FN > GD$, & $FM < GD$.

PROBLEME.

V. *L'Equation qui exprime la nature d'une Courbe dont les coordonnées sont* x *&* y, *& l'une de ces trois choses* $\frac{dx}{dy}$, x, *ou* y *étant exprimée en termes connus, par supposition ou autrement, exprimer les deux autres aussi en termes connus, ou montrer que la supposition est impossible.*

L'on a en prenant les differences de l'équation A, celle-ci B,

$$B.\ \frac{dx}{dy} = \frac{2y}{a - 2x},$$

& mettant pour y dans l'équation A sa valeur $\frac{3}{10}a$, l'on aura l'équation C,

$$C.\ x = \frac{1}{2}a \pm \frac{2}{5}a = AP,$$

& substituant encore pour y dans l'équation B sa valeur $\frac{3}{10}a$, & celle de x prise en C, l'on en tirera $\frac{dx}{dy} = \frac{3}{4}$.

On trouvera dans la suite des Exemples pour les cas où le raport de dx à dy est infini ou indéterminé, outre que les questions résoluës dans la troisiéme Section de l'Analyse des Infiniment petits, sont autant d'exemples particuliers pour les cas où le raport de dx à dy est infini.

XI. *Usage des trois differens genres de raports qui se trouvent entre les differences des coordonnées des Courbes.*

Les raports finis de dx à dy ne servent pas seulement à trouver en general les tangentes dans tous les points des lignes Courbes, comme il est enseigné dans la seconde Section de l'Analyse des Infiniment petits; mais encore en particulier les tangentes dans tel point déterminé qu'on voudra, soit que ce point soit déterminé par l'expression connuë de l'une ou de toutes les deux coordonnées, ou par le raport donné de dx à dy.

Soit proposé, par exemple, de trouver une tangente au cercle, au point où $y = \frac{3}{10}a$, l'équation au cercle $ax - xx = yy$ se changera en celle-ci $x = \frac{1}{10}a$, en mettant pour y sa valeur $\frac{3}{10}a$. Or (Anal. des Infin. petits Sect. 2.) en nommant la soûtangente s, l'on a $s = \frac{2yy}{a - 2x}$; mettant donc dans cette équation pour y sa valeur $\frac{3}{10}a$, & pour x $\frac{1}{10}a$, il viendra $s = \frac{9}{40}a$ pour la soûtangente cherchée.

Si

Si au lieu de $y = \frac{3}{10}a$ l'on avoit $\frac{dx}{dy} = \frac{3}{4}$, l'expreſſion generale de la ſoûtangente $ſ = \frac{ydx}{dy}$ deviendroit $ſ = \frac{3}{4}y$, d'où l'on tire $y = \frac{4ſ}{3}$. L'on a auſſi l'équation au cercle $ax - xx = yy$, & en prenant les differences, & mettant pour dx & pour dy leurs proportionnelles 3 & 4, il viendra $y = \frac{3a - 6x}{8}$. L'on a donc trois équations $y = \frac{4ſ}{3}$, $ax - xx = yy$, & $y = \frac{3a - 6x}{8}$, d'où ayant fait évanoüir les inconnuës x & y, l'on en tirera $ſ = \frac{9}{40}a$ pour la ſoûtangente cherchée au point ou $dx. dy :: 3. 4$.

XII. Les raports infiniment petits de dx à dy, c'eſt à dire, la ſuppoſition de $dx = o$, ou de $dy = \infty$, ſervent à trouver tous les points des Courbes où les tangentes ſont paralleles à l'axe des y, ou, ce qui revient au même, à trouver tous les *Maxima & Minima* de x.

XIII. Les raports infiniment grands de dx à dy, c'eſt à dire, la ſuppoſition de $dx = \infty$, ou de $dy = o$, ſervent à trouver tous les points des Courbes où les tangentes ſont paralleles à l'axe des x, ou, ce qui revient au même, tous les *Maxima & Minima* de y. Ces deux derniers articles ſont démontrés dans l'Analyſe des Infiniment petits Section 3.

XIV. Les raports indéterminés de dx à dy, c'eſt à dire, $\frac{dx}{dy} = \frac{o}{o}$, ſervent à trouver les nœuds des Courbes, ou les points d'interſection de deux rameaux, où les tangentes ne ſont paralleles à aucun des axes conjugués; & en même tems à diſtinguer ces nœuds d'avec les points où les tangentes ſont paralleles aux axes conjugués : car, comme (*art.* 8.) les uns & les autres ſe trouvent de la même maniere, c'eſt à dire, ou par la ſuppoſition de $dx = o$, ou par celle de $dy = o$, on pourroit aiſément les confondre & prendre, comme on a déja fait, pour des *Maxima* ou *Minima*, les coordonnées qui déterminent un nœud, quoique (*art.* 4.) elles ne ſoient ni *Maxima* ni *Minima*;

& pour cette raiſon nous les appellerons dans la ſuite *faux Maxima* ou *faux Minima*, à cauſe qu'ils ſe trouvent de la même maniere que les autres que nous appellerons *vrais Maxima & Minima.*

Il ne s'agit donc plus que de donner une regle pour ne ſe point méprendre dans la diſtinction des faux *Maxima* ou *Minima* d'avec les vrais. La voici, & perſonne, que je ſçache, ne s'en eſt encore aviſé.

Regle pour diſtinguer les faux Maxima *&* Minima *d'avec les vrais.*

XV. Lorſque dans l'une & dans l'autre ſuppoſition de $dx = o$ (qui eſt la même choſe que $dy = \infty$), & de $dx = \infty$ (qui eſt la même choſe que $dy = o$), l'on trouvera, pour chacune des deux coordonnées x & y, les mêmes valeurs en termes finis ou nuls; on ſera aſſuré que la Courbe, dont la nature eſt exprimée par l'équation ſur laquelle on opere, à un nœud au point où les coordonnées ont les valeurs trouvées. Ce qui eſt évident : car puiſque dx & dy ſont (*art.* 3.) dans les nœuds toutes deux $= o$; la ſuppoſition de $dx = o$ & celle de $dx = \infty$, qui eſt la même que $dy = o$, doivent également donner des valeurs de x & de y pour les déterminer.

Lorſque l'une de ces ſuppoſitions donne des valeurs pour x & pour y finies (*Obſerv. I.*) nulles, ou infinies, differentes de celles que donne l'autre ſuppoſition; ces valeurs exprimeront alors de veritables *Maxima* & *Minima.*

On trouvera des Exemples qui éclairciront la Regle.

OBSERVATION III.

XVI. On peut, ou plutôt on doit diſtinguer deux ſortes de queſtions de *Maximis & Minimis.* La premiere où il s'agit de trouver tous les points des Courbes où les tangentes ſont paralleles aux axes conjugués; & alors les valeurs correſpondantes des coordonnées peuvent être (*Obſerv. I.*) finies, nulles, ou infinies.

La ſeconde où il s'agit de trouver le plus grand ou le

moindre état où se puissent trouver certaines grandeurs, qui dans de certaines circonstances croissent ou diminuënt jusqu'à un certain point, aprés quoi elles commencent à diminuer si elles alloient en augmentant, ou à croître si elles alloient en diminuant. Comme lorsqu'on cherche le point où il faut couper une ligne droite afin que le rectangle des deux parties soit plus grand que si on la coupoit en tout autre point.

De même lorsqu'on cherche quelle doit être la situation du gouvernail d'un Vaisseau afin que l'eau fasse sur lui un plus grand effort que dans toute autre situation, & qu'en vertu de cet effort le Vaisseau puisse virer le plus promptement qu'il soit possible.

REMARQUE.

XVII. Il semble que M. le Marquis de l'Hôpital n'a eu en vûë que les questions de *Maximis & Minimis* de la seconde sorte : car dans les exemples qu'il apporte, ou il ne propose que des questions de cette sorte, ou il ne cherche que la position des plus grandes & des moindres appliquées réelles & finies, qui déterminent la plus grande ou la moindre largeur des Courbes.

OBSERVATION IV.

XVIII. Toutes les questions de *Maximis & Minimis* sont des problêmes déterminés, comme ceux de la Geometrie ordinaire, que l'on résout avec deux inconnuës : car dans les premiers il s'agit de trouver sur les Courbes certains points fixes, où le raport de dx à dy est infini ; c'est à dire, de trouver les valeurs des coordonnées qui déterminent ces points. Dans les seconds il s'agit de trouver les points d'intersection de deux lignes droites ou Courbes qui ont un axe commun, c'est à dire, les valeurs des coordonnées communes à ces deux lignes qui déterminent ces points.

Or quand, dans la recherche des *Maxima* & des *Minima*, l'on a supposé dx ou $dy = o$, la question est réduite

à l'état où eſt un problême déterminé de la Geometrie commune, où l'on a employé deux inconnuës, & qu'on a trouvé les deux équations qui en doivent donner la ſolution : car l'on a auſſi deux équations, celle qui exprime la nature de la Courbe, & celle qu'on tire de la ſuppoſition de dx ou de $dy = o$: ces deux équations renferment deux inconnuës ; il ne s'agit donc plus pour achever de réſoudre la queſtion, que de trouver, par les regles de l'Algebre commune, toutes les valeurs de ces deux inconnuës de la même maniere que ſi c'étoit un problême déterminé de la Geometrie commune.

Toute la difference qu'il y a entre ces deux ſortes de problêmes, c'eſt que dans ceux de la Geometrie ordinaire on n'admet que des valeurs finies & réelles des deux inconnuës qu'on a employées pour les réſoudre : au lieu que les queſtions de *Maximis & Minimis*, & particulierement celles de la premiere ſorte, ſont (*Obſerv. I*) également réſoluës, ſoit que les valeurs des inconnuës ſoient finies, nulles, ou infinies.

Les imaginaires, ou les contradictions font connoître l'impoſſibilité, ou abſoluë, ou en partie, des uns & des autres.

Eclairciſſemens ſur les methodes de Maximis & Minimis.

XIX. Il ſuit en general de tout ce que nous venons de dire, que l'on n'eſt point aſſuré d'avoir un veritable *Maximum* ou un veritable *Minimum* de la premiere ſorte (on ſuppoſe que les Courbes ne ſont point décrites)

1°. Que l'on n'ait les valeurs des deux coordonnées (x & y) qui le déterminent, en termes finis, nuls, ou infinis, ſoit dans la ſuppoſition de $dy = o$, ou dans celle de $dx = o$, qui eſt le même que $dy = \infty$.

2°. Que ces deux valeurs ne ſoient tirées que de la ſuppoſition de $dy = o$, ou que de celle de $dy = \infty$: car ſi on les pouvoit tirer de l'une & de l'autre ſuppoſition, elles détermineroient (*art.* 15.) un nœud, ou un faux *Maximum* ou *Minimum*.

XX. Lorſqu'on trouvera pluſieurs differentes valeurs

de l'une des coordonnées (x ou y) finies, nulles, ou infinies dans chacune des ſuppoſitions de $dy = o$ ou $= \infty$, & que les valeurs correſpondantes de l'autre ne renfermeront ni imaginaires ni contradictions; il y aura autant de *Maxima* ou *Minima* vrais ou faux que l'on aura trouvé de valeurs differentes pour chacune des coordonnées. On diſtinguera les vrais d'avec les faux par la regle que nous avons donnée art. 15.

XXI. Il y a un certain cas qui ſert à reconnoître certains *Maxima* infinis, que perſonne que je ſçache n'a encore remarqué; c'eſt lorſque l'un des termes de la fraction $= \frac{dx}{dy}$ ne renferme aucune inconnuë, ou peut être diviſé par un diviſeur conſtant: car alors dans la ſuppoſition de dx ou $dy = o$, ce terme de la fraction $= \frac{dx}{dy}$ qui ne renferme aucune inconnuë, ou ce diviſeur conſtant devient $= o$. Or une grandeur conſtante, & par conſequent finie, ne peut être égale à zero ou priſe pour zero, que lorſqu'elle eſt comparée à des grandeurs infinies; il faut donc que lorſque, dans l'une ou l'autre de ces ſuppoſitions, l'on trouve une grandeur conſtante $= o$, il y ait un *Maximum* infini, pourvû que la ſubſtitution ne donne ni imaginaires ni contradictions. On en trouvera des Exemples parmi ceux que nous allons apporter.

XXII. Il n'en eſt pas tout à fait de même des queſtions de *Maximis & Minimis* de la ſeconde ſorte, que de celles de la premiere. Ce ſont des problêmes déterminés qui ne peuvent avoir qu'une ſeule ſolution, une même grandeur ne pouvant être un *Maximum* ou un *Minimum* dans differens états, & dans les mêmes circonſtances; il faut donc neceſſairement que les expreſſions de ces ſortes de grandeurs, qui ne doivent renfermer qu'une ſeule inconnuë, que je nomme x, étant égalées à une autre inconnuë, que je nomme y, deviennent des équations à des Courbes tellement ſituées à l'égard de l'axe des x, qu'il ne s'y puiſſe trouver qu'un ſeul point où le raport de dx à dy étant infini, l'appliquée y qui le détermine ſoit réelle

& finie. De ſorte que ſi l'on trouve dans la ſuppoſition de $dy = o$ une valeur de x nulle ou finie, & que la valeur correſpondante de y ſoit réelle & finie; cette valeur de x réſoudra neceſſairement le problême, & alors il ſera inutile de paſſer à la ſuppoſition de $dy = \infty$. Mais ſi dans la ſuppoſition de $dy = o$, on ne trouve pour y aucune valeur réelle & finie qui réponde aux valeurs de x, ce qui arrive rarement, il faudra paſſer à la ſuppoſition de $dy = \infty$. Ce que M. le Marquis de l'Hôpital a toûjours obſervé, & qui fait voir qu'il n'a conſideré que les queſtions *de Maximis & Minimis* de la ſeconde ſorte, comme on a déja remarqué.

Voici les Exemples dont nous avons déja parlé. Ils ſerviront à éclaircir tout ce que nous avons dit des queſtions *de Maximis & Minimis* de l'une & de l'autre ſorte.

EXEMPLES

Pour les queſtions de Maximis & Minimis *de la premiere ſorte.*

I.

XXIII. Soit l'équation A,

$$A.\ yy = 2ax + xx,$$

FIG. V. qui ſe raporte à l'hyperbole équilatere AMI, dont le centre eſt C, le demi-axe traverſant $CA = a$, l'abſciſſe $AP = x$, l'appliquée $PM = y$, & dont il faut trouver tous les *Maxima* & *Minima*, ou plutôt tous les points où les tangentes ſont paralleles aux axes conjugués.

L'on a en prenant les differences l'équation B,

$$B.\ \frac{dy}{dx} = \frac{x+a}{y}.$$

Et en ſuppoſant $dy = o$, l'on a $x + a = o$, d'où l'on tire $x = -a$, qui (*art.* 19.) ne fait encore rien connoître: mais en mettant cette valeur de x dans l'équation A, l'on en tire $y = \sqrt{-aa}$, qui eſt une valeur imaginaire. Et parcequ'il ne s'eſt trouvé aucun diviſeur qui ait pû donner une autre valeur de x, il ſuit que dans l'hyperbole équilatere il n'y a aucun point où la tangente ſoit paral-

lele à l'axe des x. Ce qui eſt évident d'ailleurs (*art.*1.*num.*4.) La ſuppoſition de $dy = \infty$, ou de $dx = o$ donne $y = o$, qui ne fait encore rien connoître : mais en mettant cette valeur de y dans l'équation A, l'on en tirera $x = o$ & $x = -2a$, pour les valeurs de x qui répondent à celle de $y = o$. Et comme ces valeurs ont les qualités requiſes (*art.* 19.), il ſuit que les tangentes aux points A, ou $x = o = y$, & B, ou $y = o$ & $x = -2a$, ſont paralleles aux ordonnées PM.

II.

XXIV. Soit l'équation A,

$$A.\ y - a = a^{\frac{1}{3}} \times \overline{a - x}^{\frac{2}{3}}.$$

qui exprime la nature de la Courbe MDM, dont les coordonnées ſont AP, x & PM, y; $AE = ED$, a; il faut trouver tous les points de cette Courbe où les tangentes ſont paralleles aux coordonnées AP & PM. FIG. VII.

L'on a en prenant les differences l'équation B,

$$B.\ \frac{dy}{dx} = \frac{-2\sqrt[3]{a}}{3\sqrt[3]{a - x}}.$$

La ſuppoſition de $dy = o$ donne $2\sqrt[3]{a} = o$, d'où l'on tire $a = o$, qui montre (*art.* 21.) qu'il y a deux *Maxima* infinis de y, ou deux tangentes infinies paralleles à l'axe AP des x : car en mettant pour a dans l'équation A ſa valeur zero, elle deviendra $axx = y^3$, qui contient les deux termes où x & y ont le plus de dimenſions, les autres étant nuls par raport à eux, à cauſe de la multiplication par a, que l'on regarde comme zero, qui y a un plus grand nombre de dimenſions que dans le terme axx. Or l'on tire de cette derniere équation $x = \pm\frac{\sqrt{y^3}}{a}$, ou $x = \pm\frac{\sqrt{y^3}}{o}$ dans la ſuppoſition preſente de $a = o$, qui montre que x & y ſont infinies, (qualités convenables (*Obſerv. I.*) aux *Maxima* de la premiere ſorte), & qu'il y a deux *Maxima* de y.

La ſuppoſition de $dy = \infty$ donne $x = a = AE$, qui ne fait encore rien connoître : mais en mettant pour x dans l'équation A ſa valeur a, l'on en tire $y = a = ED$, qui montre (*art.* 19.) que ED eſt tangente au point D.

Cet Exemple eſt celui de l'article 49 de l'Analyſe des Infiniment petits, d'où l'on doit neceſſairement conclure que M. le Marquis de l'Hôpital ne regardoit que les *Maxima* & *Minima* de la ſeconde ſorte : car quoiqu'il ſçût bien que la Courbe *MDM*, qui eſt une ſeconde parabole cubique, avoit une tangente infinie parallele à l'axe *AP*; il a neanmoins dit que l'on ne pouvoit rien tirer de $2dx\sqrt[3]{a}=o$, d'où nous venons de tirer cette tangente infinie : parcequ'il comptoit ne rien tirer, quand il ne tiroit pas un *Maximum* ou un *Minimum* réel & fini, tel que ſont ceux de la ſeconde ſorte.

III.

XXV. Soit l'équation *A*,

$A.\ x^4 - 4ax^3 + 4aaxx - 6ayxx + 12aayx - 8a^3y + aayy = o,$

Fig. VI. qui exprime la nature de la Courbe *KADBL*, dont les coordonnées ſont $AP = x$, $PM = y$, $AB = 2a$; il s'agit de trouver tous les *Maxima* & *Minima* de cette Courbe.

L'on a en prenant les differences l'équation *B*,

$$B.\ \frac{dy}{dx} = \frac{2x^3 - 6axx + 4aax - 6ayx + 6aay}{3axx - 6aax + 4a^3 - aay}.$$

La ſuppoſition de $dy = o$ donne $y = \frac{x^3 - 3axx + 2aax}{3ax - 3aa}$, d'où l'on tire, en diviſant par $x - a = o$, les deux équations *C* & *D*.

$$C.\ x = a = \tfrac{1}{2}AB.$$

$$D.\ y = \frac{xx - 2ax}{3a}.$$

La valeur de x priſe dans l'équation *C*, étant ſubſtituée dans l'équation *A*, donnera l'équation *E*,

$$E.\ y = a = \tfrac{1}{2}AB.$$

Et la valeur de y priſe dans l'équation *D*, & ſubſtituée dans *A*, donnera $x^4 - 4ax^3 + 7aaxx - 6a^3x = o$, qui étant diviſée, 1°. par $x = o$; 2°. par $x - 2a = o$, l'on aura les équations *F* & *G*.

$F.\ x = o$, en *A*.

$G.\ x = 2a = AB.$

Et le quotient ſera $xx - 2ax + 3aa$, qui ne donne que des imaginaires.

Mais

Mais la valeur de x priſe en F étant miſe dans l'équation A, donne les équations H & I,

$H.\ y = o$ en A.

$I.\ y = 8a = 4AB$.

Et la valeur de x priſe en G & ſubſtituée dans A, donne K & L,

$K.\ y = o$ en A.

$L.\ y = 8a = 4AB$.

En ſuppoſant preſentement $dy = \infty$, ou $dx = o$, l'on aura $3axx - 6aax + 4a^3 - aay = o$, ou, en diviſant par $a = o$, $3xx - 6ax + 4aa - ay = o$, d'où l'on tire $y = \frac{3xx - 6ax + 4aa}{a}$, qui étant ſubſtituée dans A, l'on en tirera, outre les imaginaires, l'équation N,

$N.\ x = a = \frac{1}{2}AB$.

Et par conſequent l'équation O,

$O.\ y = a = \frac{1}{2}AB$.

Le diviſeur conſtant $a = o$ indique deux *Max.* infinis.

Voilà tout ce qu'on peut tirer de l'équation propoſée. Il n'y a plus qu'à diſtinguer les faux *Maxima* & *Minima* d'avec les vrais; & les uns & les autres d'avec ceux qui ne ſont ni de l'une ni de l'autre eſpece.

Les équations C & E tirées de la ſuppoſition de $dy = o$, & les équations N & O tirées de la ſuppoſition de $dx = o$, font connoître (*art.* 15.) qu'il y a un nœud ou un faux *Maximum* ou *Minimum* dans la Courbe propoſée au point D, qui eſt déterminé par $x = a = y = \frac{1}{2}AB = ED$.

XXVI. Si les ſubſtitutions des valeurs de x priſes dans les équations F & G n'avoient donné chacune qu'une ſeule valeur de y, elles n'auroient déterminé que des *Maxima* ou des *Minima* : mais parceque chacune en a donné deux H & I, K & L; il ſuit qu'il y a deux appliquées qui rencontrent la Courbe en deux points, l'une en A où $x = o$, & l'autre en B où $x = 2a$, & ces appliquées ſont en chaque point $= o$ & $= 8a$; c'eſt-pourquoy pour s'aſſurer ſi c'eſt au point A ou B où $y = o$, ou aux points où $y = 8a$ que le raport de dy à dx eſt infini, ou s'il eſt par

tout infini; il faut chercher (*art.* 5. & 10.) le raport de dy à dx aux points où ces appliquées rencontrent la Courbe, & l'on trouvera qu'il est infini au point A, où $x=0$ $=y$, & au point B, où $x=2a$ & $y=0$, & qu'il est comme 12 à 1, tant au point où $x=0$ & $y=8a$, qu'au point où $x=2a$ & $y=8a$; ce qui fait voir que l'axe AB touche la Courbe aux points A & B, & que $y=8a$ n'est ni un *Maximum* ni un *Minimum*.

Si l'on substituë les valeurs de x & de y prises dans les équations C & E, qui déterminent le nœud D, dans l'équation B; elle se changera en celle-ci, $\frac{dx}{dy}=\frac{0}{0}$, qui est un raport indéterminé.

Si pour le déterminer on y applique l'article 163. de l'Analyse des Infiniment petits, on trouvera $\frac{dy}{dx}=\frac{2\sqrt{2}}{1}$.

XXVII. L'équation A étant proposée sous la forme P,

$$P. \quad x=a+\sqrt{2ay}\pm\sqrt{aa+ay},$$

exprimera le rameau KAD, s'il y a $-\sqrt{aa+ay}$; elle exprimera le rameau DBL, s'il y a $+\sqrt{aa+ay}$; de sorte que si l'on veut trouver en particulier les *Maxima* & *Minima* de chaque rameau, l'on aura en differentiant l'équation P, celle-ci Q,

$$Q. \frac{dy}{dx}=\frac{2\sqrt{2ay+2yy}}{2\sqrt{aa+ay}\pm\sqrt{2ay}}.$$

Et la supposition de $dy=0$ donnera $y=0$ & $y=-a$, & mettant zero premiere valeur de y dans l'équation P, l'on en tirera $x=0$ pour le rameau KAD, & $x=2a$ pour le rameau DBL, qui sont les mêmes valeurs qu'on a trouvées par le moyen de l'équation generale. Mais si l'on substituë $-a$ seconde valeur de y dans l'équation P, l'on ne trouvera que des imaginaires.

La supposition de $dy=\infty$ donne $a=0$, qui indique deux *Maxima* infinis, & $y=-2a$ qui rend la valeur correspondante de x imaginaire.

IV.

XXVIII. Soit l'équation A,

$$A. \; y=\frac{\overline{a-x}\sqrt{x}}{\sqrt{2a-x}},$$

qui exprime la nature de la Courbe $KBCAMBL$, dont Fig. VIII.
les coordonnées sont $AP = x$, $PM = y$, & l'axe $AB = a$. Il est question de trouver tous les *Maxima* & *Minima* de cette Courbe.

L'on aura, en prenant les differences, cette équation, $\frac{dy}{dx} = \frac{a^3 - 4aax + 4axx - x^3}{\overline{2a-x} \times \sqrt{\overline{2a-x} \times \overline{a-x} \times \overline{a-x} \times \sqrt{x}}}$, & en divisant le numerateur & le dénominateur par leur commun diviseur $a - x = o$, il viendra l'équation B,

$$B.\ \frac{dy}{dx} = \frac{aa - 3ax + xx}{\overline{2a-x} \times \sqrt{2ax - xx}}.$$

Mais le commun diviseur $a - x = o$ donne C,

$$C.\ x = a.$$

Et mettant cette valeur de x dans l'équation A, l'on en tire l'équation D,

$$D.\ y = o.$$

Or il est clair, à cause du commun diviseur, que l'on auroit trouvé dans l'une & l'autre supposition de $dy = o$ & de $dx = o$ les valeurs de x & de y qui sont en C & D; c'est-pourquoy (*art.* 15.) il y a un nœud en B, où $x = a$ & $y = o$.

En substituant a & o valeurs de x & de y dans l'équation B, l'on trouvera $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{1}$, qui est un raport d'égalité. Si l'on suppose $dy = o$ dans l'équation B, l'on en tirera E,

$$E.\ x = \tfrac{3}{2}a - \tfrac{1}{2}a\sqrt{5}.$$

Et substituant cette valeur de x dans l'équation A, l'on en tirera l'équation F,

$$F.\ y = \pm \tfrac{1}{2}a\sqrt{10\sqrt{5} - 22}.$$

Et parceque la supposition de $dy = o$ ne donne aucune autre valeur de x, il suit qu'il n'y a dans toute la Courbe que les points D & C déterminés par $x = \frac{3}{2}a - \frac{1}{2}a\sqrt{5} = AE$, & par $y = \pm\frac{1}{2}a\sqrt{10\sqrt{5} - 22} = ED = EC$, où les tangentes soient patalleles à l'axe AB des x.

La supposition de $dy = \infty$ donne les deux équations G & H,

$$G.\ x = o.$$

$$H.\ x = 2a.$$

Et mettant ces deux valeurs de x dans … l'on aura les deux valeurs correspondantes de y I & K,

$I.\ y = 0.$

$K.\ y = \infty.$

Les équations correspondantes G & I montrent que la tangente en A est parallele aux ordonnées PM. Et les équations H & K font voir qu'ayant prolongé AB en G ensorte que $BG = AB$, la ligne IGH menée par G parallele à PM sera asymptote aux rameaux BK, BL.

L'équation E s'est presentée dans cet état $x = \frac{3}{2}a \pm \frac{1}{2}a\sqrt{5}$: mais parceque $\frac{3}{2}a + \frac{1}{2}a\sqrt{5}$ excede $2a$, & que l'on voit par l'équation A que lorsque x excede $2a$, y est imaginaire, on l'a mise dans l'état où elle est en E, qui est le seul qui répond à l'équation F.

EXEMPLES

Pour les questions de Maximis & Minimis *de la seconde sorte.*

I.

PROBLÊME.

FIG. IX. XXIX. *Une ligne* AB *étant coupée par le milieu en* C, *il la faut couper en un autre point* D, *ensorte que le rectangle* AD×DB *soit plus grand que tous ses semblables.*

SOLUTION.

Ayant supposé le Problême résolu & nommé la donnée AC, ou CB, a; & l'inconnuë CD, x; AD sera $a+x$; & DB, $a-x$; & les qualités du Problême donneront $aa-xx$ qui doit être un *Maximum*. En égalant cette expression à ay, l'on a $aa-xx=ay$; donc en prenant les differences l'on a $\frac{dy}{dx} = \frac{2x}{a}$, & supposant $dy=0$, l'on a $x=0$, qui étant substitué dans l'équation primitive donne $y=a$; & partant (*art.* 22.) $x=0$ résout le Problême.

II.

PROBLÊME.

XXX. *Trouver quelle doit être la situation du gouvernail d'un Vaisseau, afin que l'eau agisse sur ce gouvernail avec plus de force que dans toute autre situation, & que par conséquent le Vaisseau puisse virer le plus promptement qu'il soit possible.*

SOLUTION.

Soit *AB*, la quille du Vaisseau; *BD*, le gouvernail dans une situation quelconque; *EC*, un filet d'eau parallele à *AB*. Il est clair que l'eau fera le même effort contre le gouvernail *BD*, soit que l'eau étant en repos, le Vaisseau se meuve de *B* vers *A* avec une certaine vitesse, ou que le Vaisseau étant en repos, l'eau se meuve de *E* vers *C* avec la même vitesse. FIG. X.

Supposons donc que le vaisseau étant en repos le filet d'eau *EC* frape le gouvernail *BD* avec une vitesse constante & uniforme que je nomme a.

Soient menées par *C* les lignes *CH* perpendiculaires au gouvernail *BD*, qui rencontre en *H* la quille *AB* prolongée; *CI* perpendiculaire à *AB*.

En prenant *BC*, que je nomme aussi a, pour le sinus total; *IC* sera le sinus de l'angle d'incidence *BCE*, ou *CBI* du filet d'eau *EC* sur le gouvernail *BD*; & *BI* le sinus de l'angle $BCI = IHC$. Nommant donc *IC*, x; & *BI*, z; il est clair que la somme des efforts de tous les filets d'eau comme *EC*, qui pousseroient *CI* qui leur est perpendiculaire sera ax; & nommant encore fg la somme des forces dont le gouvernail est poussé selon *CH* en vertu de ax; & ay la somme des forces dont la quille est poussée selon *CI* en vertu de fg, qui est ce que l'on cherche; l'on aura par les loix de la Mechanique $ax. fg$ ($::$ $BC. IC$)$::$ $a. x$, & $fg. ay$ ($::$ $CH. CI$$::$ $CB. BI$)$::$ $a. z$: & en multipliant terme par terme ces deux analogies, l'on aura $fgax$.

fgay :: *aa. xy*, d'où l'on tire $\frac{xxz}{a} = ay$, ou $\frac{\sqrt{aax^4 - x^6}}{a} = ay$, en mettant pour z sa valeur $\sqrt{aa - xx}$: Et parceque ay doit être un *Maximum*, il faut prendre les differences de cette équation, d'où l'on tirera $\frac{dy}{dx} = \frac{2aax^3 - 3x^5}{aa\sqrt{aax^4 - x^6}}$. Et supposant $dy = o$, l'on a $2aax^3 - 3x^5 = o$, d'où l'on tire $x = o$, & $x = a\sqrt{\frac{2}{3}}$. Et mettant zero premiere valeur de x dans l'équation primitive, l'on en tire $y = o$; d'où il suit (*art.* 22.) que $x = o$ ne résout point le problême : mais si l'on substituë $a\sqrt{\frac{2}{3}}$ seconde valeur de x dans la même équation primitive, l'on en tirera $y = \frac{2}{3}a\sqrt{\frac{1}{3}}$, qui fait voir (*art.* 22.) que $x = a\sqrt{\frac{2}{3}}$ résout la question; & il est inutile de passer à la supposition de $dy = \infty$.

AVERTISSEMENT.

Il me semble en avoir dit assez pour qu'il ne se rencontre plus de difficultés sur ce qui regarde les questions *de Maximis & Minimis*, soit que les équations soient affectées de signes radicaux, ou qu'elles en soient délivrées; & partant que les difficultés proposées par nôtre Geometre ne doivent plus passer pour telles aprés le détail que je viens de faire sur toute cette matiere. Voici neanmoins en peu de mots les réponses qu'on y peut faire. L'on remarquera qu'elles appartiennent aux questions *de Maximis & Minimis* de la premiere sorte : car il n'y en a point à faire sur celles de la seconde sorte aprés ce que nous avons dit.

Réponse à la premiere difficulté. Si c'est un *Maximum* que l'on cherche, on choisira la valeur de x qui répond à la plus grande valeur de y, soit qu'elle soit tirée de la supposition de $dy = o$, ou de celle de $dy = \infty$. Au contraire, si l'on cherche un *Minimum*.

Réponse à la seconde difficulté. Elle est la même que la réponse à la difficulté précedente.

Réponse à la troisiéme difficulté. Elle est quelquefois aisée à lever par la seule inspection des termes de l'équation. Autrement il faut assigner à x une valeur un peu plus gran-

de ou moindre que celle qui répond au *Maximum* ou *Minimum* dont il s'agit, & la valeur correſpondante de y décidera la queſtion.

Réponſe à la quatriéme difficulté. Elle réſoluë, *art.* 26.

Réponſe à la cinquiéme difficulté. C'eſt alors un nœud, ou un faux *Maximum* ou *Minimum.* On s'en aſſurera par l'article 15.

REMARQUES.

XXXI. On pourroit encore trouver les *Maxima* & *Minima* des Courbes, ou en faiſant les ſoûtangentes, ou les ſoûperpendiculaires infinies ou nulles, pourvû qu'en ce dernier cas les coordonnées fuſſent à angles droits: mais parceque ces methodes allongent plutôt le calcul que de l'abreger, on ne s'y arrête point.

XXXII. Il y a une methode qui ſeroit, ſans contredit, la plus ſimple de toutes, ſi elle étoit generale : mais elle ne s'étend facilement qu'aux équations où les deux inconnuës x & y, ou au moins l'une des deux a deux dimenſions. Si les deux inconnuës ſont au ſecond degré, l'on trouvera tous les *Maxima* & *Minima* de l'une & de l'autre : mais s'il n'y en a qu'une, on ne trouvera que les *Maxima* & *Minima* de l'autre.

La methode eſt d'extraire les racines de l'équation qui exprime la nature de la Courbe, de la maniere qu'on extrait les racines des équations du ſecond degré, & d'égaler à zero la quantité qui ſe trouve affectée des ſignes $\pm$.

Soit, par exemple, l'équation $xx = ax - yy$. L'on a en extrayant les racines $x = \frac{1}{2}a \pm \sqrt{\frac{1}{4}aa - yy}$, & faiſant $\sqrt{\frac{1}{4}aa - yy} = 0$, l'on a $x = \frac{1}{2}a$, qui détermine un *Maximum* de y: car en ſubſtituant $\frac{1}{2}a$ valeur de x dans l'équation primitive, ou en ſe ſervant de $\sqrt{\frac{1}{4}aa - yy} = 0$, l'on aura $y = \frac{1}{2}a$.

Si l'on met preſentement l'équation primitive en cet état $yy = ax - xx$, l'on en tirera $y = \pm\sqrt{ax - xx}$, ou, en ſuppoſant $\sqrt{ax - xx} = 0$, $y = 0$; & ſubſtituant cette valeur de y dans l'équation primitive, ou ſe ſervant de

$\sqrt{ax-xx}=o$, parceque x n'y excede pas deux dimensions, l'on en tirera $x=o$ & $x=a$, pour les valeurs de x qui répondent à $y=o$, & ces valeurs sont les mêmes que celles que l'on trouveroit par les methodes ordinaires.

Soit encore l'équation $yy=\frac{aax-2axx+x^3}{2a-x}$; l'on a en extrayant les racines $y=\pm\frac{\overline{a-x}\sqrt{x}}{\sqrt{2a-x}}$, & par la supposition de $\frac{\overline{a-x}\sqrt{x}}{\sqrt{2a-x}}=o$, l'on a $y=o$. Et substituant o valeur de y dans l'équation primitive, ou se servant de $\frac{\overline{a-x}\sqrt{x}}{\sqrt{2a-x}}=o$, l'on en tire $x=o$ & $x=a$ qui répondent à $y=o$, pour les *Maxima* & *Minima* de x. Il en est ainsi des autres.

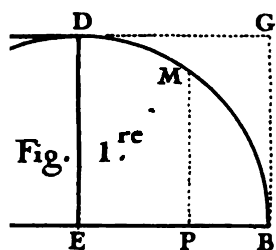
Il est vrai qu'il n'est pas facile par cette methode de distinguer les *Maxima* d'avec les *Minima*, ni les vrais d'avec les faux.

La verité de cette methode est facile à démontrer: car les racines d'une équation sont égales, lorsque leur difference est nulle; & le raport de dx à dy est (*art.* 3.) infini ou indéterminé au point où il y a égalité de racines.

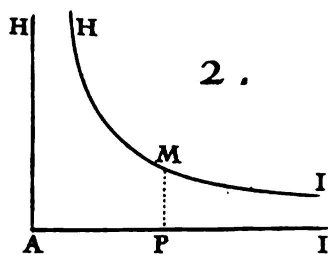
XXXIII. Il y a aussi des Geometres qui prenent pour *Maxima* & *Minima* les plus grandes & les moindres appliquées des Courbes, quoiqu'aux points où ces appliquées rencontrent ces Courbes, le raport de dx à dy ne soit point infini; & que par consequent les tangentes en ces points ne soient point paralleles aux coordonnées.
FIG. XI. Telle est l'appliquée ED, qui rencontre la Courbe AMF au point de rebroussement E, & ainsi des autres de cette sorte. On trouvera donc ces sortes d'appliquées de la même maniere que l'on trouve les points de rebroussement.

FIG. XII. Telle est aussi l'appliquée ED, qui rencontre la Courbe DF au point D, de la ligne DH, qui termine la Courbe, & qui fait avec elle un angle oblique en D. L'on déterminera ces sortes de *Maxima* & *Minima*, en cherchant sur l'axe AP le point E, qui separe les ordonnées réelles PM d'avec les imaginaires qui sont au-delà de EH par raport à P,

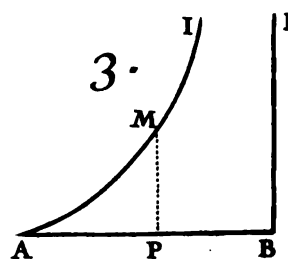
II



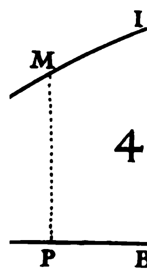
D
G
M
Fig. 1.re
E
P
B



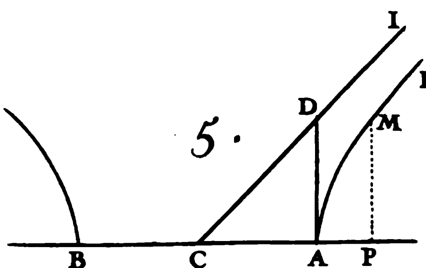
H
H
2.
M
I
A
P
I



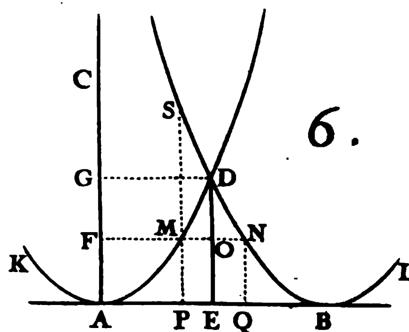
I
I
3.
M
A
P
B



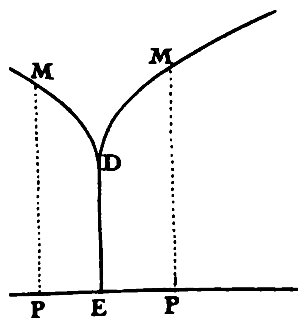
I
M
4.
P
B



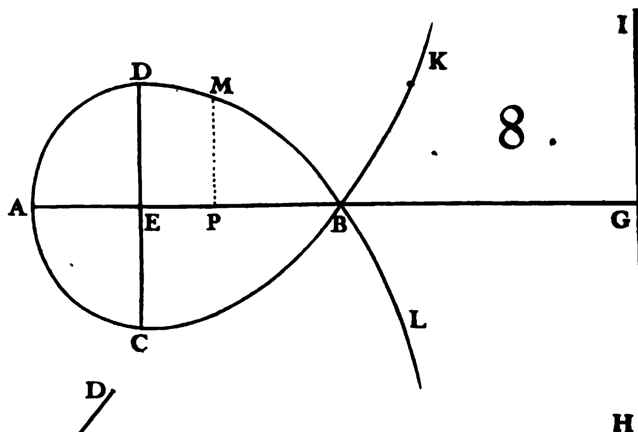
L
I
D
5.
M
B
C
A
P



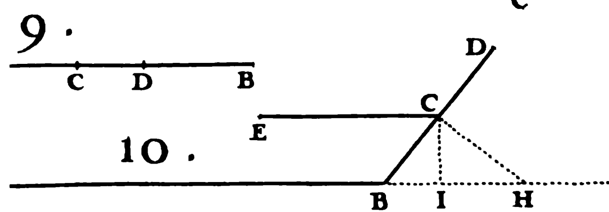
C
S
6.
G
D
F
M
N
O
K
L
A
P
E
Q
B



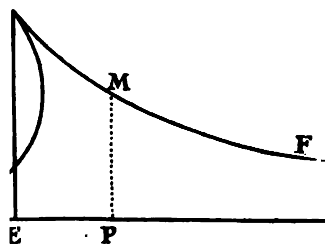
M
M
D
P
E
P



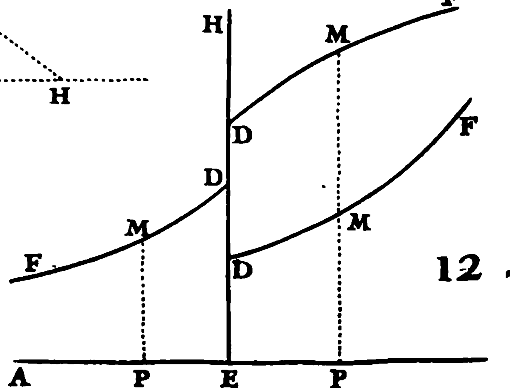
I
K
D
M
8.
A
E
P
B
G
L
C
H



9.
C
D
B
D
C
E
10.
B
I
H



M
F
E
P



H
F
M
D
F
D
M
M
F
D
12.
A
P
E
P

Il ne nous reste plus qu'à démontrer l'identité de la methode de l'Analyse des Infiniment petits avec celles de *Messieurs Fermat & Hude*; ce qui est facile. En voici la démonstration.

DEMONSTRATION.

De l'identité de la methode de l'Analyse des Infiniment petits avec celle de M. Hude.

XXXIV. Il est clair, 1°. que le numerateur de la fraction $= \frac{dy}{dx}$, que l'on trouve en prenant la difference d'une équation, contient tous les termes de cette équation où l'inconnuë x se trouve, & n'en contient aucun de ceux où x ne se trouve point.

2°. Que chacun des termes de ce numerateur y est multiplié, en vertu de la differentiation, par l'exposant de la puissance de x, où cette inconnuë est élevée dans chacun de ceux de l'équation primitive d'où il est tiré.

3°. Que les puissances de x, dans ce numerateur, sont plus basses de l'unité que dans l'équation primitive, à cause du changement de x en dx, & de la division par dx.

Or il n'est pas moins évident, 1°. que lorsqu'on applique la methode de M. Hude à une équation regardée par raport à l'inconnuë x; celle qui en résulte & qui doit être égalée à zero, contient tous les termes de l'équation proposée où l'inconnuë x se trouve, & n'en contient aucun de ceux où x ne se rencontre point.

2°. Que chacun des termes de cette équation résultante est multiplié, en vertu de la methode, par l'exposant de x, où cette inconnuë est élevée dans chacun de ceux de l'équation proposée d'où il est tiré.

3°. Que les puissances de x, dans l'équation résultante, sont plus basses de l'unité que dans l'équation proposée, à cause de la division par x ordonnée par la methode.

Donc il n'y a nulle difference entre le numerateur de la fraction $= \frac{dy}{dx}$ trouvée en prenant les differences de l'é-

quation proposée, & l'équation $=o$ tirée par la methode de M. Hude de la même équation proposée, regardée par raport à l'inconnuë x, & particulierement aprés qu'on a supposé $dy=o$.

On fera tous les mêmes raisonnemens sur le dénominateur de la fraction $=\frac{dy}{dx}$, & sur l'équation $=o$, l'un & l'autre tirés de la même équation, regardée par raport à l'inconnuë y, & l'on trouvera le dénominateur entierement semblable à cette équation.

EXEMPLES:

Soit l'équation *A*,

$$A.\ x^4 - 2ax^3 + aaxx - 2aayx + aayy = o$$
$$- 2ayxx$$

L'on aura en prenant les differences l'équation *B*,

$$B.\ \frac{dy}{dx} = \frac{4x^3 - 6axx + 2aax - 4ayx - 2aay}{2axx + 2aax - 2aay}.$$

En appliquant la methode de *M. Hude* aux puissances de x dans l'équation *A*, il en résulte l'équation *C*, qui est le numerateur de *B*. Et en appliquant la même methode aux puissances de y, l'on en tire l'équation *D*, qui est le dénominateur de *B*.

$$x^4 - 2ax^3 + aaxx - 2aayx + aayy = o$$
$$- 2ayxx$$

4. 3. 2. 1. 0.

$$C.\ 4x^3 - 6axx + 2aax - 2aay = o$$
$$- 4ayx$$

$$aayy - 2aaxy + x^4 = o$$
$$- 2axxy - 2ax^3$$
$$+ aaxx$$

2. 1. 0.

$$D.\ 2aay - 2aax = o$$
$$- 2axx$$

L'identité de la methode de *M. Fermat*, avec celle de l'Analyse des Infiniment petits, est par elle-même assez

manifeste pour qu'il ne soit point besoin de s'arrêter à la démontrer.

Il est donc évident que toutes ces methodes doivent necessairement produire le même effet pour les Courbes Geometriques, & seulement lorsque les équations sont délivrées des signes radicaux.

Difference des mêmes methodes.

Mais il faut demeurer d'accord que la methode de l'Analyse des Infiniment petits a bien des avantages par dessus les autres. Elle n'est point arrêtée par les signes radicaux, où les autres n'ont point de prise : elle s'étend aux lignes Mechaniques avec la même facilité qu'aux Geometriques, & fournit des solutions generales où les autres methodes n'en donnent que de particulieres, &c.

Fautes à corriger dans les Memoires de 1704.

Pag. 29. *lig.* 19. & 20. au lieu de y, lisez z.
Dans la Figure qui appartient à ce Memoire effacez la ligne HA, & tirez HC.

REMARQUES

Sur les Coquillages à deux coquilles, & premierement sur les Moules.

PAR M. POUPART.

LEs Moules sont des especes de petits poissons renfermés entre deux coquilles, qui sont ordinairement convexes & concaves. 1706. 10. Fevrier.

Il y a des Moules de mer & des Moules de riviere. Celles-cy sont divisées en differentes especes; & il sera parlé dans la suite de quelques-unes, à mesure que l'occasion s'en presentera.

Les unes & les autres s'ouvrent, se ferment, marchent, & il y en a qui voltigent sur l'eau. Elles sortent toutes à moitié de leurs coquilles, elles y rentrent, elles répandent leur lait, elles respirent ou plutôt elles puisent l'eau avec leurs oüies, & se cachent dans le sable, ou dans la glaise des rivieres.

De la maniere dont s'ouvrent les coquilles.

Il y a de l'apparence que les Coquillages sont les premiers poissons que les hommes ont connu, & se sont avisez de manger; car il s'est passé beaucoup de tems avant qu'on ait inventé la ligne, l'hameçon, les retz, les nances, & tous les instrumens necessaires à la pêche des autres poissons. Mais pour ce qui est des coquilles, la mer les jette sur le bord, ainsi il n'a fallu dés le commencement du monde que se baisser pour les prendre. Cependant l'on n'a point encore sçû de quelle maniere elles s'ouvrent, quoique même un habile Anatomiste de Hollande l'ait cherchée avec beaucoup de soin, comme il paroît dans un Traité qu'il a donné de l'Anatomie de la Moule. Cela fait voir que les choses les plus simples & les moins cachées sont quelquefois les plus difficiles à découvrir. Voici comme la chose arrive.

Toutes les especes de Moules, & même tous les Coquillages à deux coquilles, ont un ligament coriasse qui tient liées les deux coquilles ensemble à la partie posterieure & plus épaisse, qu'on appelle talon; & c'est par le moyen du ressort que fait ce ligament que les deux coquilles s'ouvrent. Ce ligament est d'autant plus admirable, qu'il a deux effets qui paroissent d'abord fort opposez; car c'est lui qui joint & affermit les deux coquilles ensemble, & qui les fait aussi ouvrir par son ressort. Cela se fait ainsi.

Lorsque les Moules ou autres Coquillages ferment leurs coquilles par la contraction de leurs muscles, le ligament qui est entre les bords de ce qu'on appelle talon est comprimé & reste en cet état pendant que les muscles sont racourcis : mais quoique ce ligament soit assez dur, il a

pourtant quelque chose de ſpongieux ; de ſorte qu'il arrive qu'en ſe gonflant il pouſſe les deux coquilles, & les fait un peu ouvrir quand les muſcles ſe relâchent.

Pluſieurs coquilles de differentes eſpeces ont des ligamens differens. Le ligament des Moules de riviere eſt une eſpece de charniere qui eſt attachée par le derriere ſur le bord des deux coquilles, & paſſe au dehors. S'il étoit renfermé entre les bords des coquilles, il couvriroit & rendroit inutile le ginglime des coquilles qui en ont un, & dont nous parlerons bien-tôt ; & celles qui n'ont point de ginglime ont les bords trop minces pour pouvoir contenir tout entier ce ligament.

Le ligament à reſſort des Moules de mer eſt different de celui des Moules de riviere, en ce qu'il n'eſt pas attaché au derriere des coquilles, mais en partie entre les bords, & qu'il ne paroît nullement au dehors, mais il excede un peu au dedans de la cavité de la coquille, d'autant que les bords ne ſont pas aſſez épais pour le renfermer tout entier. Pour ſuppléer un peu à ce défaut, il eſt entouré de deux cordons qui ſont fortement attachez ſur les bords interieurs de la coquille à laquelle ils donnent de l'épaiſſeur. Ces cordons ſont durs, troüez, & ils paroiſſent ajoûtez à la coquille, & d'une matiere differente. Apparemment que les routes qui ſont gravées dans ces cordons ne ſont pas inutiles, mais je ne ſçai point encore leur uſage. Celui des cordons eſt de donner de l'épaiſſeur aux bords de la coquille, afin qu'ils puiſſent mieux comprimer le ligament à reſſort qui eſt entre-deux ; ce que ne pourroient pas ſi bien faire les bords de la coquille, parce qu'ils ſont trop minces, & la compreſſion étant foible il ne ſe feroit point de reſſort, ou bien il s'en feroit ſi peu qu'il ne ſeroit pas ſuffiſant pour faire ouvrir la Moule.

Le ligament à reſſort qui fait ouvrir les coquilles de l'huître, eſt fort different de celui des Moules de mer & de riviere ; il n'entre pas dans la cavité de la coquille comme fait celui des Moules de mer, & il ne s'étend pas en dehors comme celui des Moules de riviere ; mais il eſt ren-

fermé dans le talon entre les deux coquilles, où il y a assez d'espace pour le contenir.

Sa figure est propre à faire ressort; c'est une espece de croissant dont le dos qui est la partie la plus épaisse est tourné du côté de la cavité de la coquille : la plus mince qui sont ses cornes regarde le dehors, & le milieu du croissant est rempli d'une matiere fongueuse. Les coquilles trouvant plus de résistance en pressant sur la partie la plus épaisse, le ressort en doit être plus grand du côté que les coquilles se doivent ouvrir.

Il est bon de remarquer que ce ligament ne va pas jusqu'à la pointe du talon; il laisse un petit vuide en cet endroit, afin que les coquilles aïent la liberté de s'ouvrir.

La matiere du ligament à ressort des huîtres n'est pas tout à fait la même que celle des Moules de mer & de riviere, elle est plus coriasse & moins seche. Le ligament de celles de mer & de riviere est roide, sec, & si fragile que si on le laisse quelque tems hors de l'eau, il se casse pour peu qu'on ouvre ou qu'on ferme la Moule.

Il est necessaire que ce ligament soit sec; car étant toûjours dans l'eau, il se seroit si fort amoli qu'il auroit entierement perdu son ressort. Mais il ne s'amolit que comme un cuir fort, de sorte qu'il se courbe & se redresse sans se casser dans le tems de l'accourcissement & du relâchement des muscles, & même alors on peut ouvrir la Moule toute entiere sans que le ligament se casse.

Ce seroit une chose curieuse d'examiner les ligamens qui font ouvrir toutes les differentes especes de coquilles; je ne doute point qu'on ne trouvât en plusieurs quelque chose de particulier. Je dis cela en faveur de ceux qui aiment à déveloper les moindres mysteres de la nature, à la curiosité desquels il est juste de laisser quelque chose à observer.

De la maniere dont les Moules se ferment.

Toutes les Moules se ferment par la contraction de deux gros muscles fibreux qui sont interieurement atta-

chez à chaque bout des coquilles; mais ces muſcles ſont trop connus pour en parler davantage. J'ajoûterai ſeulement ici que les coquilles ſe ferment ſi exactement, qu'à peine l'eau en peu ſortir. Voici comme cela ſe fait.

Toutes les eſpeces de Moules ont leurs coquilles bordées tout au-tour d'une membrane qu'on pourroit appeller épyderme, parceque c'eſt une continuité de la couche exterieure des coquilles. Ces membranes s'appliquent ſi exactement l'une contre l'autre quand elles ſont moüillées, que la moindre goutte d'eau ne ſçauroit ſortir de la Moule.

Il auroit été difficile que les bords des coquilles qui ſont durs, minces, tranchans, fragiles & d'une matiere ſeche, euſſent été travaillés ſi uniment qu'ils euſſent pû empêcher l'eau de ſortir ſans cette petite précaution.

Outre cette membrane il y a tout au-tour du bord interieur de chaque coquille un ligament. Ces ligamens, qui portent l'un contre l'autre quand les coquilles ſe ferment, empêchent encore que l'eau ne ſorte, & même que les coquilles ne ſe caſſent ſur les bords pendant la grande contraction des muſcles.

Les coquilles de quelques eſpeces de moules ne ſont pas ſeulement affermies enſemble par la contraction des muſcles, ni par le ligament à reſſort dont nous avons parlé; elles le ſont encore par de longues rainures ou canelures qui reçoivent des languettes tranchantes dans toute leur longueur. Il y a au bout de ces rainures, immediatement ſous le talon, une cheville dentelée qui entre dans une cavité auſſi dentelée de l'autre coquille, & cette cavité a ſur ſes bords deux petites éminences dentelées qui entrent en deux petites cavitez de l'autre coquille qui ſont auſſi dentelées; de ſorte que les dentelures des épiphiſes & des cavitez ſe reçoivent mutuellement comme celles des os du crane.

Mais ce ginglime ne ſe trouve pas dans toutes les eſpeces de Moules. Celles de mer, la grande eſpece qui naît dans les étangs, & qui croît juſqu'à un pied de long: celle

que j'appelle crêtée, à cause qu'elle a exterieurement une éminence vers le talon en forme de crête, n'ont point cette articulation.

Du mouvement progressif des Moules.

La structure des Moules est telle, qu'il semble qu'elles ne devroient avoir de mouvement que celui qu'elles reçoivent de l'agitation des eaux. Cependant elles marchent toutes, & quelques-unes voltigent sur la superficie de l'eau. Voici comme elles marchent. Etant couchées sur le plat de leurs coquilles, elles en sortent en partie en forme de langue, avec laquelle elles font de petits mouvemens à droit & à gauche pour creuser le sable ou la glaise des rivieres. En creusant de la sorte elles baissent insensiblement d'un côté, & se trouvent sur le tranchant de leurs coquilles le dos ou talon en haut. Elles avancent ensuite peu à peu leur tête pendant une ou deux minutes, & ensuite elles l'appuïent pour attirer leurs coquilles à elles, comme font quelquefois les limaçons aquatiques. Elles réïterent ce mouvement tant qu'elles veulent marcher ; & de cette maniere elles font des traces irregulieres qui ont quelquefois jusqu'à trois ou quatre aunes de long, dans lesquelles elles sont à moitié cachées.

On voit pendant l'esté plusieurs de ces traces dans les rivieres où il y a beaucoup de Moules, & l'on ne manque jamais de trouver une Moule au bout de chaque route. C'est ainsi que ces petits poissons cherchent leur vie, & qu'ils se promenent çà & là en labourant la terre avec le tranchant de leurs coquilles, marchant toûjours le talon en devant.

Ces routes creuses servent d'appui aux Moules pour les soûtenir sur le coupant de leurs coquilles, & en foüillant la terre çà & là elles attrapent apparemment quelques frayes de poisson, ou autres petits alimens dont elles vivent.

Il semble qu'il auroit mieux été que la pointe de la coquille eût marchée avant le talon, parce qu'étant mince &

& tranchante elle étoit plus propre à fendre la terre, comme fait le soc de la charuë dont la pointe marche toûjours devant.

Je n'ay pas remarqué qu'il y ait de muscles qui attirent les Moules hors de leurs coquilles : cela me fait croire qu'elles n'en sortent qu'en se gonflant d'eau. Elles s'en remplissent en si grande quantité, que j'en ay tiré une demie-verrée de la grande espece qui croît dans les étangs.

Ce que je trouve de bien considerable dans la marche des Moules, c'est que par son moïen elles peuvent se rencontrer & fraïer ensemble.

Je n'ay point trouvé d'œufs dans les Moules ; mais on trouve pendant l'esté beaucoup de lait & de glaire dans une même Moule : cela me fait conjecturer qu'elles pourroient bien être androgines.

La grosse glande de la Moule crêtée est toute remplie d'un lait fort blanc au mois de Septembre. Ce que je trouve d'admirable dans ce lait, c'est qu'il se caille aussi-tôt qu'on le jette dans l'eau. Cette coagulation me fait conjecturer que les Moules ne jettent pas leur lait dans l'eau, car il deviendroit inutile pour la generation. Je croirois donc plutôt qu'une Moule insinuë son lait dans une autre Moule dans le tems de la propagation. Il y a de l'apparence que la même chose arrive aux autres poissons, & qu'ils ne jettent pas leur lait dans l'eau comme on croit vulgairement qu'ils le font.

Pour voir ce lait il faut couper par la moitié la grosse glande de la Moule crêtée, qui fait la meilleure & la plus solide partie de la Moule ; alors on en verra sortir une si grande quantité, qu'il semble qu'elle se fond toute entiere. Il faut cüeillir ce lait avec la lame d'un coûteau, & le jetter dans l'eau pour le voir à l'instant coaguler en petits grumeaux.

Du voltigement d'une espece de Moule.

Aristote dit qu'on lui a rapporté qu'il y a une grande espece de coquille qui voltige. Je viens de remarquer que

ce Philosophe n'a pas été trompé ; car j'ay vû par hazard que la grande espece de Moule d'étang dont j'ay parlé voltigeoit sur la superficie de l'eau. Voici comme la chose peut arriver.

Ces grandes especes de Moules ont des coquilles qui sont fort legeres, tres-minces, & si grandes qu'elles en peuvent battre la superficie de l'eau, comme les oiseaux font l'air avec leurs aîles. Il y a au dos de ces coquilles un grand ligament à ressort en maniere de charniere, & au dedans deux gros muscles qui les ferment. C'en est assez pour voltiger, car il suffit pour cela que ces ressorts agissent promptement l'un aprés l'autre, & qu'elles frappent l'eau avec assez de force & de vîtesse. Ce qui favorise encore ce mouvement, c'est que le ginglime qui se trouve dans les autres coquilles qui ne voltigent point, ne se rencontre pas dans celles-ci, il seroit embarrassant.

De la maniere dont les Moules s'enterrent dans le sable.

Lorsque les Moules sentent le froid, elles s'enterrent dans le sable. Pour cela elles sortent en partie de leurs coquilles en forme de langue, qu'elles traînent lentement à droit & à gauche pour remuer le sable, dont elles se trouvent toutes couvertes en moins d'une demie-heure de tems.

De la maniere dont les Moules rentrent dans leurs coquilles.

Les Moules peuvent rentrer dans leurs coquilles, par le moïen d'une membrane musculeuse dont la grosse glande que nous avons dit sortir de la coquille en forme de langue est toute envelopée. Quand cette membrane se contracte, la glande qui de sa nature est molle & flasque, devient une petite masse dure & ridée aprés qu'on l'a maniée, comme il arrive aux limaçons aprés qu'on les a touchez.

De l'éjaculation du lait.

Il y a de l'apparence que c'est par la contraction de la

membrane musculeuse, dont nous venons de parler, que le lait sort de la grosse glande par de petits trous ou canaux qu'on y remarque lorsqu'elle est gonflée d'eau; car si on la comprime, on en voit sortir l'eau qui darde fort loin par petits filets.

De la sortie des excremens.

Pour ce qui est de la sortie des excremens, je croy qu'elle se fait par la contraction des muscles circulaires de l'intestin, qui sont en grand nombre & par pacquets. Pour les voir il faut couper l'intestin tout du long, ôter ses excremens, & le bien déploïer. On remarquera vers la base de la glande, à laquelle l'intestin est attaché, plusieurs gros trousseaux de fibres qui vont tout au-tour de l'intestin, toûjours en diminuant de leur grosseur à mesure qu'ils s'éloignent de leur origine.

De la respiration des Moules.

Les Moules respirent l'eau à peu prés comme font les poissons: cela paroît par un petit mouvement circulaire qui se fait dans l'eau proche le talon de la coquille. Mais elles ne rejettent pas l'eau à chaque fois qu'elles la puisent comme font les poissons; elles s'en remplissent pendant une minute ou deux, & puis elles la rejettent tout d'un coup par l'autre bout de la coquille. Elles recommencent à puiser l'eau pendant quelque tems, elles la rejettent comme auparavant, & elles continuënt toûjours de la même maniere. On voit par-là que les Moules respirent l'eau un peu d'une autre maniere que les poissons; car ceux-ci la rejettent à chaque fois qu'ils la puisent. C'est dans les Moules crêtées que j'ay remarqué cette respiration.

Elles étoient couchées à plat à moitié dans l'eau sur un beau sable. Si elles étoient toutes cachées dans l'eau, on ne pourroit observer ni la petite circulation de l'eau qui se fait proche le talon, ni l'expulsion de l'eau qui se fait tout d'un coup par l'autre bout de la coquille, parceque ces mouvemens ne se pourroient faire sur la superficie de l'eau.

Il y a de l'apparence que ces poiſſons s'étant tous remplis d'eau, ils contractent ſubitement leurs muſcles pour rapprocher leurs coquilles l'une de l'autre afin de comprimer leur corps, & en chaſſer l'eau tout d'un coup. Il ſemble que les Moules ne reſpirent pas toûjours; car j'en avois mis dans de grands baſſins pour les obſerver ſouvent & plus commodément que dans la riviere; elles s'ouvroient de tems en tems, mais je n'appercevois point qu'elles reſpiraſſent l'eau.

Des maladies des Moules.

J'ay remarqué que les Moules de riviere ſont ſujettes à diverſes maladies, comme ſont la mouſſe, la gale, la gangrene, & même la ſphacelle.

Lorſque les Moules vieilliſſent, il s'amaſſe inſenſiblement ſur leurs coquilles une eſpece de chagrin, qui eſt une mouſſe courte ſemblable à celle qui naît ſur les pierres. Cette mouſſe pourroit bien être la premiere cauſe des maladies qui arrivent aux Moules; parceque ſes racines entrant peut-être dans la ſubſtance des coquilles, ces petites ouvertures donnent iſſuë à l'eau qui les diſſout peu à peu.

On voit quelquefois ſur les coquilles certaines longues plantes filamenteuſes & fines comme de la ſoye. Cette chevelure, que les Botaniſtes appellent Alga, peut cauſer les mêmes maladies que la mouſſe. Outre cela elles incommodent beaucoup les Moules, parcequ'elles les empêchent de marcher facilement; & quand ces plantes s'attachent aux coquilles par un bout, & à quelques pierres par l'autre, les Moules ne peuvent plus marcher.

Il ſe forme des tubercules ſur la ſuperficie interieure de la coquille, qu'on pourroit appeller des gales. Elles naiſſent apparemment de la diſſolution de la coquille, qui venant à ſe gonfler, ſouleve & détache la feüille interieure, comme font les chairs qui naiſſent ſous la lame exterieure de l'os alteré & la font exfolier. On trouve quelquefois de ces tubercules qui ſont auſſi gros que des pois, qu'on prendroit pour des perles.

Planche 3.

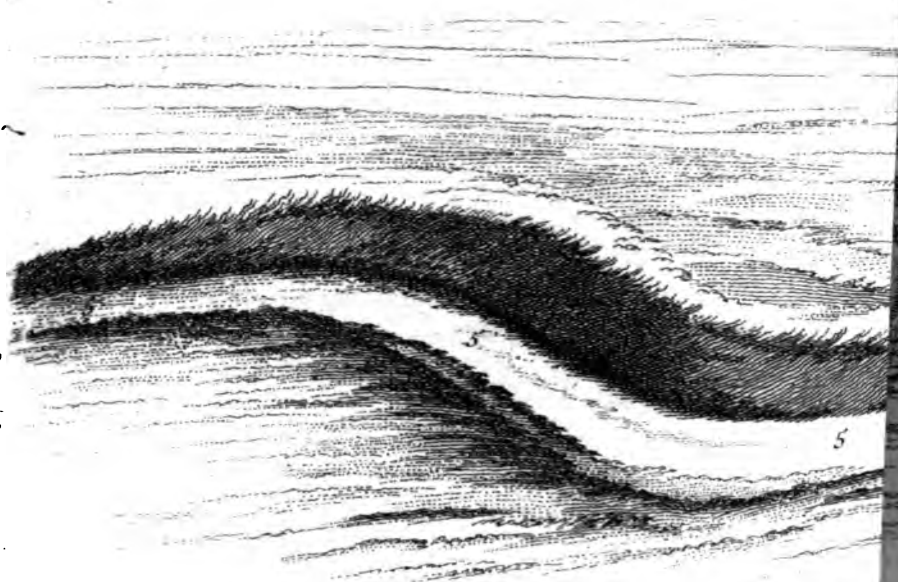
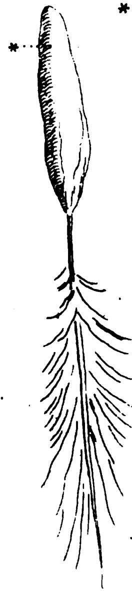


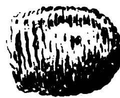
Planche 2.





1706. Pl. 1.







Les coquilles se dissolvent quelquefois peu à peu, & de-
nnent molles comme des membranes qu'on peut arra-
er par pieces. Cela pourroit faire croire que les coquil-
sont des membranes endurcies, comme sont les os qui
certaines maladies deviennent aussi mous que du drap.

EXPLICATION DES FIGURES.

Moule de riviere, dont le ligament a ressort *, qui fait ouvrir la Moule, est attaché exterieurement au talon de la coquille.

Moule de mer, dont le ligament a ressort *, qui fait ouvrir la coquille, ne paroît qu'interieurement vers son talon.

Huître, dont le ligament a ressort *, qui la fait ouvrir, est caché entre les deux coquilles de l'Huître.

Moule, que j'ay appellée crêtée, parcequ'elle a une avance * au talon en forme de crête.

Routes que font les Moules, &. qu'elles laissent aprés elles quand elles font leur mouvement progressif dans la glaise ou dans le sable des rivieres.

LES HYPOTHESES DU MOUVEMENT DE JUPITER.

PAR M. MARALDI.

Nous avons cherché les hypotheses du mouvement de Jupiter par la même methode que nous avons 1706. 20. Fevrier.
ouvé l'année derniere celles de Saturne. Nous avons cal-
ulé plusieurs observations faites dans l'opposition de Ju-
ter avec le Soleil, que nous avons comparées aux Tables
e Kepler qui sont en usage depuis long-tems, & à celles

de M. Boüillaud qui en a expliqué le fondement. Cette comparaison nous a fait connoître que pour bien representer ces observations, il falloit ajoûter 5 minutes & demi à l'Epoque du moyen mouvement établie par M. Boüillaud. Aprés cette correction nous avons examiné la situation de l'Aphelie & du Perihelie de Jupiter par des observations les plus propres qu'il est possible pour cette recherche, comme sont celles qui se rencontrent proche de ces termes, Jupiter étant en opposition avec le Soleil. Par ces sortes d'observations faites en 1673, nous avons trouvé l'Aphelie de Jupiter en 8° 48′ de Libra. Par d'autres observations faites l'an 1690 proche du Perihelie, on trouve sa situation en 9° 42′ d'Aries; & supposant l'Aphelie opposée au Perihelie, l'Aphelie sera en 9° 42′ de Libra. Les observations de l'année 1696 donnent l'Aphelie en 9° 48′ de Libra, un degré plus avancé que 24 ans auparavant; & enfin les observations de l'année 1702 montreroient seulement le Perihelie en 9° 27′ d'Aries, & par consequent l'Aphelie en 9° 27′ de Libra.

Nous n'avons pas lieu de supposer réelle toute cette variation que nous trouvons dans la situation de l'Aphelie, parcequ'elle peut venir en partie de la grande difficulté de la déterminer au juste; car une erreur de deux minutes qu'il est souvent difficile d'éviter, tant dans le choix de l'Epoque, que dans les observations, à cause du grand nombre d'élemens qu'il faut emploïer, peut faire varier d'un demi-degré la situation de l'Aphelie.

Parmi ces differentes déterminations, nous avons choisi celle qui résulte des observations des années 1690 & 1696, comme plus uniformes & plus propres à representer au juste la plûpart des observations. Cette détermination donne le lieu de l'Aphelie pour le commencement de l'année 1701 en 9° 53′ de Libra.

Pour déterminer la plus grande inégalité de Jupiter, nous avons comparé le calcul tiré des mêmes Tables avec les observations faites proche des moyennes distances, & nous avons connu que pour bien representer ces differen

tes observations il falloit faire la plus grande équation de Jupiter tantôt de 5° 34′ 55″, tantôt de 5° 35′ 25″, & quelquefois de 5° 35′ 15″, à laquelle nous nous arrêtons, comme étant moyenne entre les extrêmes avec lesquelles elle s'accorde dans la minute; ainsi suivant cette détermination il faudra augmenter de 3 minutes & demi la plus grande équation de Jupiter déterminée par Kepler, & d'une minute celle qui a été déterminée par M. Boüilland.

La moyenne distance de Jupiter au Soleil, en parties de l'orbe annuel, a été calculée par un grand nombre d'observations faites lorsque Jupiter étoit en quadrature avec le Soleil, qui est la conjoncture la plus favorable. Ces differentes observations faites en differentes parties de l'orbe de Jupiter, ne donnent pas toûjours pour la moyenne distance de Jupiter au Soleil la même proportion précisément, y ayant souvent des differences considerables; mais en prenant un milieu entre ces differences, nous avons déterminé la proportion de cette moyenne distance de 519220, dont la moyenne distance du Soleil à la Terre est 100000.

Pour trouver les nœuds de Jupiter, nous avons calculé plusieurs observations faites en differentes années proche de ses nœuds, & qui sont les plus propres pour cette recherche. Par ces observations faites l'an 1681 à la fin de Septembre lorsque la latitude de Jupiter étoit meridionale, & par les observations faites vers le commencement d'Octobre lorsque sa latitude étoit Septentrionale, on trouve que Jupiter arriva à son nœud le deux d'Octobre de la même année. Ayant calculé pour ce temps-là, à l'aide des hypotheses fondées sur les observations précedentes, le lieu excentrique de Jupiter qui étoit aussi pour lors le lieu de son nœud vû du Soleil, nous le trouvons en 6° 55′ de Cancer. Par d'autres observations de l'année 1693 faites durant plusieurs jours avant & aprés l'arrivée de Jupiter au nœud, on connoît qu'il s'y trouva le 14 d'Aoust au matin, lorsque Jupiter étoit en 14° 42′ de Can-

cer. Ce lieu réduit au Soleil donne le nœud de Jupiter vû du Soleil en 7° 40′ de Cancer; de sorte qu'il y a une difference de 40 minutes dans cette détermination faite par les observations de differentes années. Si on prend un milieu, on pourra déterminer le lieu du nœud boreal de Jupiter pour l'année 1693 en 7° 20′ de Cancer. Cette détermination s'accorde à celle qui résulte des observations faites proche de la conjonction de Jupiter avec le Soleil de l'année 1705, Jupiter étant fort proche de son nœud. Par ces observations faites au meridien 9 jours avant & 12 jours aprés sa conjonction avec le Soleil, nous trouvons que Jupiter arriva au nœud le 18 Juin, d'où l'on trouve que son nœud boreal est en 7° 17′ de Cancer.

Les occasions les plus favorables pour trouver l'inclinaison de Jupiter à l'Ecliptique, sont celles qui se sont presentées les années 1673, 1690 & 1701, lorsque Jupiter étant en opposition avec le Soleil, étoit en même temps prés des limites des plus grandes latitudes. Par les observations que M. Cassini fit le 2 Avril 1673, nous avons calculé le lieu de Jupiter en 13 degrés de Libra, avec une latitude Septentrionale de 1° 37′ 15″. Par la proportion des distances du Soleil à la Terre, & du Soleil à Jupiter, on trouve la parallaxe de latitude de 17′ 55″, qui étant ôtée de la latitude observée, donne la latitude réduite au Soleil de 1° 19′ 20″. Mais dans la même observation Jupiter étoit à 6 degrés de distance de ses limites, à laquelle il convient 25 secondes, qui étant ajoûtées à la latitude de Jupiter réduite au Soleil, donnent l'inclinaison de l'orbite de Jupiter à l'Ecliptique de 1° 19′ 45″.

Par les observations de l'année 1690 faites dans l'opposition de Jupiter avec le Soleil, & à 3 degrés prés des limites de Jupiter avec sa latitude australe observée de 1° 39′ 40″, on calcule la même inclinaison de Jupiter de 1° 19′ 40″, comme par les observations de l'année 1673; ainsi cette inclinaison paroît assez bien déterminée.

Pour ce qui regarde le moyen mouvement de Jupiter & le mouvement de son Apogée, nous ne sçavons point de

de moyen plus propre pour le trouver, qu'en comparant les observations recentes avec les plus anciennes, & principalement celles des conjonctions de Jupiter avec les étoiles fixes qui sont censées les plus exactes. Parmi ces observations il y en a une celebre de la conjonction de Jupiter avec une étoile fixe de la constellation de l'Ecrevisse appellée *Asinus australis*, dont le temps marqué par Ptolemée se rapporte à l'année 241 avant l'Epoque de J. C. L'autre observation est celle que M. Boüillaud a tirée d'un manuscrit de la Bibliotheque du Roy, & qui fut faite l'année 508 de J. C. Or on peut representer ces deux observations avec autant de précision qu'on peut attendre des observations faites à la vûë simple & sans instrumens, en se servant du moyen mouvement de Jupiter & du mouvement de l'Apogée comme ils ont été determinez par M. Boüillaud, & en y emploïant les autres élemens de l'Apogée & de la plus grande équation tels que nous les venons de déterminer.

Il restoit à trouver le mouvement des nœuds de Jupiter. Nous les avons cherchez en comparant le lieu du nœud déterminé par les observations recentes avec celui qui résulte des observations anciennes dont nous avons examiné les circonstances. Nous avons emploïé à cette recherche la conjonction rapportée cy-dessus de Jupiter avec l'étoile de l'Ecrevisse : mais il faut remarquer qu'au lieu de 4 minutes de latitude meridionale que tous les Catalogues donnent à cette étoile, suivant nos observations elle en a une Septentrionale de 3 minutes & demi.

La conjonction de Jupiter avec cette étoile faite à la vûë simple peut avoir eu quelque peu de latitude, à cause que les rayons de Jupiter peuvent empêcher de voir si ces conjonctions sont précises ; mais nous ne sçaurions mieux faire que de la supposer telle qu'elle a été rapportée : ainsi nous supposerons que Jupiter ait eu la même latitude que l'étoile. Cette latitude vûë de la Terre étant réduite au Soleil par les hypotheses ordinaires sera de 4′ 0″, laquelle jointe à l'inclinaison de l'orbite de Jupiter,

donne la diſtance de Jupiter au nœud dans cette obſervation de 2° 52′ : mais à cauſe que la latitude étoit Septentrionale, Jupiter avoit paſſé le nœud. C'eſt-pourquoy ſi l'on ôte cette diſtance du lieu de Jupiter vû du Soleil calculé par les hypotheſes, on trouve le nœud boreal de Jupiter en 24° 43′ des Gemeaux pour l'année 241 avant J. C. Mais par les obſervations de l'année 1693, nous avons trouvé ce nœud en 7° 20′ du Cancer; donc en 1934 ans ce nœud aura eu un mouvement ſuivant la ſuite des ſignes de 12 degrés 37 minutes. Par les Tables de M. Boüillaud on trouve le mouvement des nœuds de Jupiter dû à cet intervalle de 13 degrés 14 minutes, ſeulement 37 minutes plus grand que celui que nous venons de trouver.

Les hypotheſes du mouvement de Mars.

Les obſervations de Mars faites à l'Obſervatoire Royal par M. Caſſini confirment la plûpart des hypotheſes de cette Planete que Kepler a établies ſur les obſervations de Tycho, ce que nous avons reconnu ayant comparé un grand nombre de ces nouvelles obſervations avec les lieux de cette Planete calculez ſur ces principes; car elles s'accordent aſſez ſouvent enſemble, les plus grandes differences que nous y avons trouvées en quelques endroits n'ayant été que de 6 à 7 minutes.

Quoyque ces differences ne ſoient pas bien conſiderables par rapport aux grandes difficultez qu'il y a à parvenir à la derniere préciſion dans des recherches qui dépendent de pluſieurs principes, nous n'avons pas laiſſé d'examiner de quelle maniere on pourroit les corriger. Nous avons commencé cette recherche en comparant les calculs avec les oppoſitions de Mars au Soleil prés des moïennes longitudes de Mars; parceque ces endroits ſont plus propres pour déterminer la plus grande équation des Planetes. Parmi ces obſervations il y en a de celles qui ſe rencontrent dans l'orbe de Mars où l'équation eſt ſouſtrative, & d'autres qui ont été faites dans des parties oppoſées

où l'équation eſt additive. Dans cette comparaiſon nous avons trouvé entre les calculs & les obſervations une difference de deux minutes & demi, dont les calculs retardoient à l'égard des obſervations, & qui étoit à peu prés la même dans des ſituations oppoſées de Mars. Cette difference uniforme nous a fait juger qu'elle venoit de l'Epoque, à laquelle il falloit ajoûter ces deux minutes & demi, & qu'ainſi la plus grande équation de Mars qui en réſulte n'étoit pas differente de celle qui avoit été determinée par Kepler; ce que nous avons enſuite verifié par diverſes autres comparaiſons.

Aprés avoir fait cette correction, on trouvoit que les Tables ne repreſentoient pas bien encore les obſervations faites prés de l'Aphelie & du Perihelie, & qu'il y avoit entre les Tables & les obſervations une difference de quelques minutes; d'où il étoit aiſé de juger que cette difference venoit de la ſituation qui n'étoit pas exactement déterminée dans les Tables Rudolphines pour le temps de ces obſervations: car on peut avancer ou reculer l'Aphelie pour ôter cette difference, ſans que ce changement faſſe varier ſenſiblement la plus grande équation.

On corrige donc cette difference en faiſant l'Aphelie 10 minutes moins avancé qu'il n'eſt dans ces Tables.

En faiſant ces corrections à l'Epoque & à l'Aphelie, nous repreſentons à une minute prés dix oppoſitions obſervées en differentes parties de l'orbe de Mars aſſez éloignées les unes des autres, ce qui confirme auſſi la diſtribution de la premiere inégalité de la maniere qu'elle a été calculée par Kepler. Cela revient à peu prés à l'hypotheſe elliptique ſimple, en y emploïant une équation qui commence de l'Aphelie & du Perihelie, & augmente de côté & d'autre juſqu'à la diſtance de 45 degrés, où elle eſt plus grande & monte à ces endroits environ à 8 minutes.

Il eſt fort difficile de déterminer ſi l'Epoque, & la ſituation de l'Aphelie, que nous venons de trouver un peu differentes de ce qui avoit été déterminé par Kepler, vient de quelque petite erreur des obſervations ou de la ma-

niere de les emploïer, ou enfin du moïen mouvement de Mars & de celui de son Aphelie, qui est peut-être un peu different de celui qui est supposé par Kepler, & ce n'est que par une suite d'observations de plusieurs siecles que l'on se peut éclaircir sur ce point.

Parmi les differentes observations que nous avons pour la détermination des nœuds de Mars, nous nous contenterons presentement de rapporter celle de l'année 1700. Le 2 de May à 32 minutes aprés minuit nous déterminâmes la latitude Septentrionale de Mars de 0° 11′ 38″, & le 10 du même mois à 11h 53′ la latitude meridionale de Mars se trouva de 0° 11′ 3″. Donc la variation de la latitude en 8 jours fut de 22′ 41″, & parceque proche du nœud la latitude change à peu prés à proportion du temps, comme il paroît aussi par d'autres observations faites entre le 2 & le 10 de May, nous trouvons que Mars arriva au nœud le 6 de May à 15h aprés midy. L'arrivée de Mars au nœud préceda d'un jour & presque 17 heures l'opposition de la même Planete avec le Soleil, qui arriva en 8° 6′ du Scorpion; ainsi nous avons calculé le nœud austral de Mars vû du Soleil en 17° 13′ du même signe, & par consequent le nœud boreal en 17° 13′ du Taureau. Les Tables Rudolphines le donnent pour ce temps-là en 17° 50′ du même signe à 37 minutes prés de nos observations.

Nous avons cherché l'inclinaison de l'orbite de Mars à l'Ecliptique par les observations de l'année 1687, cette Planete étant en opposition avec le Soleil à un degré prés des limites de sa plus grande latitude. Par les observations que nous fîmes le 7 Aoust, on trouve que Mars avoit une latitude Meridionale de 6° 50′ 40″. Cette latitude vûë de la Terre étant réduite à la latitude vûë du Soleil par la proportion des distances du Soleil à la terre & de Mars au Soleil, donne l'inclinaison de l'orbite de Mars à l'Ecliptique de 1° 50′ 45″. Dans les Tables Rudolphines cette inclinaison a été déterminée de 1° 50′ 30″ à 15 secondes prés de celle que nous venons de déterminer, ce qui est une difference insensible.

RECHERCHE DE LA PARALLAXE de Mars.

Depuis l'année 1672 il n'y a point eu d'occasion plus favorable pour chercher la parallaxe de Mars, que celle qui s'est presentée le mois de Septembre & d'Octobre de l'année 1704. Cette Planete s'est trouvée alors en opposition avec le Soleil, prés de son Perigée periodique, & dans une situation du Ciel où on la pouvoit observer à differentes heures de la même nuit au meridien & à une distance considerable du meridien, qui sont des circonstances qui rendent plus sensible la parallaxe de Mars, qui ne monte qu'à peu de secondes.

Nous avons profité d'une observation si rare, & nous nous sommes servis d'une excellente Lunete de 12 pieds, qui avoit au foïer commun de l'objectif & de l'oculaire les fils qui se croisent à angles de 45 degrés, & qui sont tres-commodes pour déterminer la difference d'ascension droite & de declinaison entre deux étoiles peu éloignées en declinaison. Nous nous sommes servis d'une Lunete de cette longueur plutôt que d'une plus courte, pour avoir à son foïer le mouvement apparent des étoiles plus sensible, ce qui sert à déterminer plus précisément le temps de leur arrivée aux fils, & nous avons placé cette Lunete sur une machine parallatique.

Premiere Observation.

Le 27 Septembre Mars s'étant trouvé prés du parallele d'une étoile fixe de la cinquiéme grandeur qui n'est point marquée dans les Cartes celestes, & qui suivant nos observations est située en 5° 50′ d'Aries avec une latitude meridionale de 8° 8′, nous observâmes le temps que Mars & cette étoile passerent par le meridien. Mars y arriva

l'horloge marquant	12h 1′ 32″
& l'étoile y fut à	12 19 47
Donc la difference du passage entre Mars & l'étoile fut de	0 18 15

ce qui fut encore verifié par d'autres obſervations.

Seconde Obſervation.

Le 28 Septembre ayant dreſſé la Lunete poſée ſur la machine parallatique, enſorte que le centre de Mars par ſon mouvement à l'Occident parcouroit préciſément un des fils qui ſont au foïer de la Lunete ; ce fil repreſentoit le parallele de Mars, un autre fil qui eſt perpendiculaire au premier repreſente un cercle horaire, auquel Mars arriva l'horloge marquant 6ʰ 58′ 35″

Ayant laiſſé la Lunete immobile dans cette ſituation, l'étoile par ſon mouvement à l'Occident arriva au premier fil oblique à 7 17 36

Elle toucha le fil perpendiculaire auquel on avoit obſervé Mars à 7 17 46

& paſſa par le ſecond fil oblique à 7 17 56

de ſorte que la difference de declinaiſon entre Mars & l'étoile, qui eſt égale au paſſage de l'étoile entre un des fils obliques & le fil perpendiculaire, étoit de 10″ de temps du parallele de l'étoile, dont Mars étoit plus Septentrional. La difference d'aſcenſion droite qu'on trouve en comparant l'arrivée de Mars & de l'étoile au même fil perpendiculaire, fut de 0 19 11

à l'inſtant que Mars arriva au fil.

Troiſiéme Obſervation.

Le même jour 28 Septembre Mars arriva au meridien l'horloge marquant 11ʰ 56′ 8″

l'étoile y arriva à 12 15 35

La difference d'aſcenſion droite en temps entre Mars & l'étoile fut de 0 19 27

Comparaiſon de la premiere & de la troiſiéme Obſervation.

En comparant la difference d'aſcenſion droite entre Mars & l'étoile obſervée au meridien le 27 Sept. de 0ʰ 18′ 15″

avec la difference obſervée le jour ſuivant au meridien de $0^h\ 19'\ 27''$
on trouve le mouvement retrograde de Mars en $23^h\ 55'$ de $0\ 1\ 12$
Le Ciel qui fut couvert le 29 & le 30 au paſſage de Mars par le meridien, ne nous permît pas de continuer ces obſervations pour connoître au juſte les variations qui ſont arrivées d'un jour à l'autre au mouvement de Mars par rapport à l'étoile fixe: mais d'autres obſervations faites le 29 Septembre hors du meridien & au commencement d'Octobre, nous ont fait connoître que le mouvement de Mars étoit aſſez uniforme, & que la variation qui lui arrivoit d'un jour à l'autre dans cette ſituation n'étoit pas ſenſible; c'eſt-pourquoy nous pouvons ſuppoſer que le mouvement de Mars entre le 27 & le 28 Septembre étoit proportionnel au temps, & qu'en raiſon d'une minute & 12 ſecondes en $23^h\ 55'$ le mouvement retrograde de Mars en aſcenſion droite a été 3 ſecondes de temps par heure.

Comparaiſon de la ſeconde & de la troiſiéme Obſervation.

Le 28 Septembre à $11^h\ 56'$ la difference d'aſcenſion droite entre Mars & l'étoile fut de $19'\ 27''$. Entre le temps de la ſeconde obſervation & le temps de la troiſiéme faites le 28 Septembre il y eut $4^h\ 58'$, auquel intervalle il eſt dû 15 ſecondes de temps pour le mouvement retrograde de Mars en aſcenſion droite, qui étant ôtées de $19'\ 27''$ difference d'aſcenſion droite entre Mars & l'étoile obſervée au meridien, il reſte $19'\ 12''$ difference d'aſcenſion droite entre Mars & l'étoile à $6^h\ 58'$ du 28 Septembre; mais par la ſeconde obſervation nous l'avons trouvée à la même heure de $19'\ 11''$; donc la difference entre l'obſervation & le calcul eſt d'une ſeconde. Cette difference eſt cauſée par la parallaxe de Mars, parceque l'obſervation ayant été faite dans l'emiſphere Oriental du Ciel, & l'étoile étant Orientale à l'égard de Mars, la parallaxe qui le fait

baiſſer & approcher de l'étoile doit diminuer la difference d'aſcenſion droite, comme on la trouve par l'obſervation.

Continuation des mêmes Obſervations.

Le premier Octobre à 6^h 33′ la difference d'aſcenſion droite en temps entre Mars & l'étoile fut obſervée par le moïen de la Lunete poſée ſur la machine parallatique de 0^h 22′ 41″

Et à 11^h 40′ du même jour, Mars étant au meridien, cette difference fut 0 22 57

La difference de temps entre la premiere obſervation faite à 6^h 33′, & la ſeconde faite à 11^h 40′ eſt 5^h 7′, pendant leſquelles nous trouvons que le mouvement de Mars retrograde a été de 0 0 15

qui étant ôtées de 0 22 57

donne la difference d'aſcenſion droite qui auroit été à 6^h 33″ entre Mars & l'étoile, s'il n'y eut point eu de parallaxe de 0 22 42

l'obſervation donne cette difference de 0 22 41

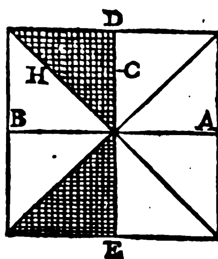
La difference qui eſt dûë à la parallaxe eſt d'une ſeconde, comme nous avons trouvé par la comparaiſon des obſervations précedentes.

De cette parallaxe obſervée nous avons conclu la parallaxe horizontale de Mars de 24″ d'un grand cercle, en faiſant les analogies & les calculs que M. Caſſini enſeigne dans le Traité de la Comete de l'année 1680.

Nous fîmes des ſemblables obſervations depuis le 26 d'Octobre juſqu'à la fin du même mois, lorſque Mars ſe trouva entre deux petites étoiles qui n'étoient viſibles qu'avec la Lunete. Comme ces étoiles diſparoiſſoient lorſqu'on éclairoit l'objectif pour voir les fils placez à ſon foïer qui ſervent à determiner la difference d'aſcenſion droite & de declinaiſon entre Mars & ces deux étoiles, nous rendîmes ces fils ſenſibles ſans lumiere par le moïen de deux triangles opaques compris entre deux fils, l'un perpendiculaire, l'autre oblique, comme on voit dans cette Figure.

Ayant

Ayant placé Mars qui parcouroit le fil *AB*, on comptoit le temps que Mars, & l'étoile arrivoient à la section *DE*, ce qui donnoit la difference d'ascension droite; & marquant le temps que l'étoile se cachoit en *C* & paroissoit en *H*, on avoit comme par les fils la difference de declinaison. Nous nous sommes servis de ce Micrometre pour déterminer la situation des petites étoiles qui composent les nebuleuses; & nous nous en servons aussi commodément dans plusieurs autres observations, lorsque l'air étant agité par le vent ne permet pas d'éclairer l'objectif pour voir les fils qui sont à son foïer.



Par les observations que nous fîmes au meridien depuis le 26 jusqu'à la fin d'Octobre, on trouve le mouvement apparent de Mars fort inégal, parceque cette Planete étoit prés de sa station en ascension droite, laquelle par nos observations arriva le 29 Octobre. Ce mouvement inégal d'un jour à l'autre est cause qu'on ne le peut pas bien distribuer par les differentes heures du jour pour avoir la difference d'ascension droite à l'égard de l'étoile, & la comparer à celle qui a été observée immediatement loin du meridien; ce qui peut être en partie cause de la differente parallaxe que nous trouvons en differens jours. Car par les observations du 26 Octobre faites avant & aprés le passage de Mars par le meridien à une intervalle de 9 heures 4 minutes, nous n'y trouvons qu'une seconde de temps de parallaxe, ce qui donne 12 secondes de parallaxe horizontale; & par les observations du 28 Octobre dans une intervalle semblable de 8 heures, nous trouvons environ une seconde & trois quarts de parallaxe, qui font 24 secondes d'un grand cercle de parallaxe horizontale; de sorte qu'il y a une difference de 12 secondes entre l'une & l'autre. Si on prend un milieu entre ces deux extrêmes, on aura 18 secondes de parallaxe horizontale.

Dans cette derniere observation Mars étoit plus éloigné de la Terre qu'il n'étoit dans l'opposition précedente

... & le rapport de ces distances étoit comme 51 à 4... on réduit par leur moïen la parallaxe de 18 secondes à celle que Mars auroit eu dans l'opposition, on aura la parallaxe horizontale de Mars dans l'opposition de 23 secondes, ce qui s'accorde à une seconde prés à celle que nous observâmes deux fois differentes.

Suivant les hypotheses Astronomiques Mars dans la derniere opposition étoit un peu plus éloigné de son Perigée periodique, & par consequent plus distant de la Terre qu'il n'étoit dans l'opposition de l'année 1672. Si on a égard à cette distance, on trouvera un accord que nous n'aurions osé esperer entre la parallaxe de Mars, qui a été observée dernierement, & celle qui fut déterminée l'an 1672 par M. Cassini, tant par les observations faites à Paris par cette methode, que par la comparaison des observations faites à Paris & à Cayenne ; ainsi les autres connoissances que l'on a conclu de cette parallaxe, comme sont la parallaxe horizontale du Soleil, sa distance à la Terre, & la distance des autres Planetes seront les mêmes que celles qui furent déterminées par M. Cassini.

Observations des Taches dans Mars pour verifier sa révolution autour de son axe.

Dans les mêmes circonstances de la plus petite di... ce de Mars à la Terre, nous avons observé avec un... nete de 34 pieds de Campani les Taches de Mar... nous ont servi à verifier la révolution autour de so... qui suivant la découverte de M. Cassini est d'envi... 40'.

Les Taches que l'on voit avec des grandes Lu... le disque de cette Planete ne sont pas pour l'... trop bien terminées, & elles changent souvent non seulement d'une opposition de Mars avec... l'autre, qui est le temps le plus propre pour ... tions, mais elles changent aussi d'un mois à l'a... obstant ces changemens il ne laisse pas d'y a...

ches d'une assez longue durée pour pouvoir être observées pendant un espace de temps suffisant à déterminer leurs révolutions.

Parmi les differentes Taches que nous avons vû dans Mars l'an 1704, nous en avons remarqué une en forme de bande vers le milieu de son disque à peu prés comme une des bandes de Jupiter. (*Fig.* 1.) Elle n'environnoit pas tout le globe de Mars, mais elle étoit interrompuë comme il arrive quelquefois aux bandes de Jupiter, & occupoit seulement un peu plus de l'émisphere de Mars ; ce que l'on reconnut en observant cette Planete à differentes heures de la même nuit, & aux mêmes heures de differens jours. Cette bande n'étoit pas par tout uniforme ; mais environ à 90 degrés de son extremité précedente dans la révolution de Mars, elle faisoit un coude avec une pointe tournée vers son émisphere Septentrional. C'est cette pointe assez bien terminée contre l'ordinaire des Taches de cette Planete qui nous a servi à verifier sa révolution.

Nous vîmes la bande dés les premieres observations que nous fîmes avec la grande Lunete au mois d'Aoust, lorsque le disque de Mars qui s'approchoit de la terre commençoit à paroître assez grand ; cependant nous n'apperçûmes la pointe dont nous venons de parler qu'au mois d'Octobre suivant. Elle arriva au milieu du disque de Mars le 14 d'Octobre à 18^h $24'$. Le 15 elle y arriva à 11^h $9'$.

Le 16 à 7 heures du soir proche des deux poles de la révolution de Mars, on voyoit deux Taches claires (*Fig.* 3.) qui ont été observées plusieurs fois depuis cinquante ans. Outre ces deux Taches claires, on en voyoit une obscure vers le bord Oriental, qui étoit l'extremité de la bande qui commençoit à entrer dans l'émisphere de Mars exposé à la terre. Le même jour à 9^h $5'$ l'extremité de cette bande avoit déja passé le milieu de Mars, & la bande se voyoit continuée jusqu'au bord Oriental, (*Fig.* 2.) où l'on voyoit une marque de la Tache adherante à la bande, qui arriva ensuite au milieu de Mars à 11^h $38'$. On continua les jours suivans les mê-

mes obſervations de la bande interrompuë, qui n'étoit pas ſi avancée dans l'émiſphere apparent aux mêmes heures que les jours précedens, & nous obſervâmes auſſi que la Tache principale arriva le 17 Octobre au milieu de Mars à 12^h 18′. Par la comparaiſon de ces obſervations les retours de la même Tache au milieu de Mars ne paroiſſent pas préciſément égaux, & il y a quelque minute d'heure de difference, ce que nous attribuons à la difficulté de déterminer exactement le temps de ſon arrivée au milieu, dans lequel on heſite ſouvent un peu. Mais en comparant l'obſervation du 14 Octobre avec celle du 17, entre leſquelles il y a trois révolutions, on trouve le retour de la Tache au milieu de l'émiſphere apparent de Mars de 24^h 38′.

On connoîtra mieux cette periode par la comparaiſon des obſervations de la Tache plus éloignées entr'elles, comme ſont celles que nous fîmes le 22 Novembre, auquel jour aprés avoir reconnu qu'à 7^h l'extremité de la bande étoit avancée dans le diſque de Mars, nous obſervâmes que la Tache arriva au milieu à 11^h 5′.

Si on compare cette derniere obſervation avec celle qui fut faite le 14 Octobre à 10^h 24′, on trouve entre ces deux obſervations 39 jours & 41′, qui étant partagez par 38, nombre des révolutions dûës à cette intervalle, donne un jour & 39 minutes pour chacune, à une minute prés de celle qui a été déterminée par M. Caſſini. Ces periodes ſont telles qu'elles réſultent des obſervations immediates, & ſont preſque les plus courtes qu'on puiſſe trouver, à cauſe que le mouvement que Mars a fait durant cette intervalle n'a pas été conſiderable. Si de ces periodes apparentes on en vouloit conclure les periodes moïennes, ces dernieres ſe trouveroient un peu plus longues que les apparentes; mais nous negligeons ces équations, auſſi-bien que la difference qu'il peut y avoir entre l'arrivée de la Tache au milieu de Mars, lorſque ſon diſque paroiſſoit rond comme dans l'obſervation du mois d'Octobre, & l'arrivée de la même Tache au milieu de Mars lorſqu'il

n'étoit plus rond, mais ſenſiblement ovale, comme dans la derniere obſervation du 22 Novembre, à cauſe de ſa diſtance à l'oppoſite du Soleil.

Nous avons crû qu'il étoit inutile de tenir compte de ces équations, parceque nous n'eſperons pas d'arriver à la préciſion qu'on peut attendre dans cette détermination, à cauſe des changemens qui ſont arrivez aux Taches que nous avons obſervées. Car la pointe adherante à la bande que nous obſervâmes pendant pluſieurs jours vers le milieu d'Octobre, étoit fort diminuée le 22 Novembre; enſorte qu'on ne l'auroit pas jugée la même, ſi ſa diſtance à l'extremité de la bande qui la précedoit & qui étoit la même que dans les obſervations précedentes, ne l'avoit pas fait reconnoître. Aprés le 22 de Novembre nous ne pûmes pas continuer les obſervations de la Tache pour voir le changement qui lui eſt arrivé dans la ſuite, à cauſe du temps couvert qui dura prés d'un mois, aprés lequel temps Mars étoit trop éloigné de la terre pour pouvoir bien diſtinguer les Taches; mais les obſervations faites le mois de Septembre précedent nous donnent lieu de croire qu'il y a eu des changemens conſiderables: car en prenant pour Epoque des retours de la Tache l'obſervation du 14 Octobre, & ſuppoſant qu'avant cette Epoque ſes retours au milieu de Mars ſoient à peu prés égaux à ceux qui l'ont ſuivie, on trouve que la Tache auroit dû paroître au milieu du diſque de Mars depuis le 4 juſqu'au 10 de Septembre à peu prés aux mêmes heures que vers le milieu d'Octobre. Cependant parmi les obſervations que nous fîmes avec ſoin en ce temps-là à diverſes heures de la nuit, on ne vit aucune marque de cette Tache, quoyqu'on diſtinguât fort bien la bande à laquelle on a remarqué depuis la pointe. Dans le commencement de Septembre, au lieu de cette pointe, nous obſervâmes au milieu de Mars une autre Tache ſeparée de la bande vers le Septentrion, & cette Tache avoit diſparu lorſqu'on remarqua la pointe; ce qui nous donne lieu de croire que la Tache qui au commencement de Septembre étoit ſepa-

rée de la bande, peut avoir eu un mouvement particulier du Septentrion vers la partie Meridionale de Mars, par lequel elle s'est approchée à la bande, & y a formé la pointe que nous observâmes vers le milieu d'Octobre, & le 22 de Novembre qu'elle parut diminuée. Ces changemens ont quelque ressemblance à ceux qui ont été observez par M. Cassini dans les Taches de Jupiter, & à ceux mêmes qui s'observent quelquefois dans les Taches du Soleil.

REFLEXIONS

Sur les observations envoyées à Monsieur le Comte de Pontchartrain par le Pere Laval Professeur Royal d'Hydrographie.

PAR M. CASSINI.

1706. 13. Mars. LA situation de l'Observatoire de Marseille en vûë de l'horizon de la mer, donne au Pere Laval la commodité d'observer les variations horizontales qu'on attribuë communément aux refractions des rayons visuels.

Celles qu'il a faites jusqu'à present étant corrigées par la regle que nous avons donnée à l'occasion des observations faites à la montagne de Nôtre-Dame de la Garde de Toulon, font voir l'une portant l'autre que l'horizon de la mer est éloigné de l'Observatoire de sept petites lieuës, & que l'Observatoire est élevé sur la surface de la mer de 175 pieds.

C'est une chose qui meriteroit d'être examinée par le nivellement fait depuis l'Observatoire jusqu'à l'eau de la mer.

Nous avons remarqué que l'horizon apparent de la mer se voit souvent plus bas que l'horizon veritable qui ne se distingue point toûjours. Car il y a deçà de l'horizon ve-

Fig. 2.

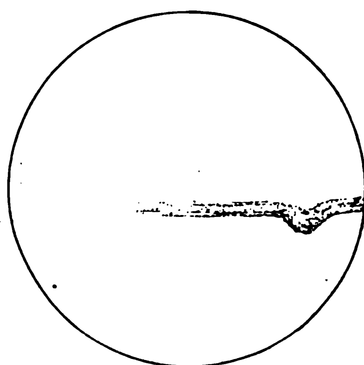
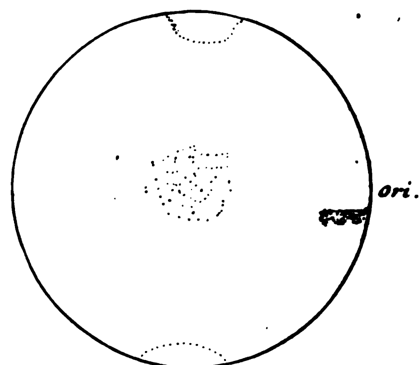


Fig. 3.



ritable une lisiere de la surface de la mer qu'on ne distingue point du Ciel. On en juge par le sommet de quelques Isles que l'on découvre au-delà de l'horizon, qui semblent quelquefois être élevées dans le Ciel sur l'horizon apparent de la mer, sur laquelle elles font une reflexion qui forme une image de la montagne renversée contiguë à celle de la montagne vûë directement. Ces deux images en forment une totale, qui est divisée en deux parties égales, & semblables par la veritable ligne horizontale qu'on ne distingue que par cette apparence.

La variation de la bassesse apparente de l'horizon observée jusqu'à present par le Pere Laval ne monte qu'à une minute & demie, la plus petite ayant été de 13 minutes & demie, & la plus grande de 15 minutes; ce qu'il y a de particulier est que la plus grande bassesse a été observée quand la mer étoit plus grosse. La grosse mer devroit plutôt contribuer à faire paroître l'horizon de la mer plus haut; il est vrai qu'à une si grande distance l'élevation de la mer par la tempête ne seroit point sensible: ainsi la diversité de la hauteur apparente de l'horizon se devroit attribuer plutôt aux divers temperamens de l'air qui y causent les refractions.

Nous avons vû quelquefois le matin le Soleil commencer de paroître sur l'horizon un peu élevé sur la surface de la mer, de figure ovale, longue selon la ligne horizontale: elle s'élargissoit peu à peu en haut & en bas, & se divisoit en deux par la ligne horizontale jusqu'à ce que la partie superieure se détachoit de l'inferieure, l'une & l'autre partie s'arrondissant, & formant enfin comme deux Soleils, dont l'un se détachoit de l'autre & s'en éloignoit sur la ligne commune perpendiculaire à l'horizon, jusqu'à ce que l'inferieur que nous supposons causé par la reflexion sur la mer cessoit de paroître. Le Pere Laval a observé une fois au coucher du Soleil sa figure en forme de bonet détaché de tout l'horizon apparent: cette apparence peut avoir été causée à peu prés de la même maniere que nous venons d'expliquer celles que nous avons observées autrefois.

La plus grande declinaiſon du Soleil que le P. Laval a trouvé en eſté par les obſervations des hauteurs meridiennes du Soleil, corrigées par nos Elemens des refractions & des parallaxes, approche fort de celle que nous avions déterminée par les obſervations faites il y a 50 ans, de 23 degrés & 29 minutes. Par les obſervations d'hyver le P. Laval l'a trouvée plus petite d'une demi-minute, ce qui peut être attribué à quelque petite difference de refraction dans la hauteur meridienne du Soleil, qui pourroit être un peu plus grande ou moins reguliere en hyver. Ce ſont des obſervations tres-utiles qui ne devroient jamais être negligées. Cette petite difference peut venir auſſi en partie des diviſions des inſtrumens, qui ne ſont pas ſi fines que dans une multitude de degrés on ne puiſſe douter de quelques ſecondes. Dans un inſtrument de quatre pieds de rayon, cinq ſecondes n'occupent que la 48e partie d'une ligne qui n'eſt pas bien ſenſible. Dans les plus grands inſtrumens on apperçoit dans le Soleil & dans les autres aſtres un petit tremblement qu'on peut attribuer aux divers degrés de la temperature de l'air par où ſes rayons paſſent, ce qui laiſſe quelques petites doutes dans les obſervations. Les obſervations proches de l'horizon ſont ſujettes à des variations par les diverſes temperatures de l'air, comme il paroît par l'uſage des Lunetes, qui dans les grandes chaleurs font voir une apparence de boüillonnement dans les objets éloignez.

Les objets vûs enſemble par un rayon horizontal ne ſe voïent pas toûjours de même. On voit de la même fenêtre & du même point un moulin éloigné, caché en partie derriere un bâtiment proche, quelquefois tout élevé ſur le même bâtiment, & quelquefois comme plongé au-deſſous & caché entierement. Ainſi l'épreuve que l'on fait des inſtrumens par la direction de leurs axes à un objet éloigné, n'eſt pas toûjours exempte de quelque petite erreur : un rayon viſuel qui paſſe par le même milieu n'étant pas toûjours droit ni toûjours courbe de la même maniere, ſa courbure variant ſuivant les diverſes temperatures de l'air interpoſé.

Quant

Quant aux observations des Eclipses du premier Satellite de Jupiter que le Pere Laval a continué de faire le plus souvent que le temps lui a permis, il admire leur conformité aux calculs inserez dans le Livre de la Connoissance des Temps, qu'on a pris soin de faire en y emploïant les corrections que j'ay données il y a huit ans, lesquelles consistent à ôter 4 minutes de temps à l'Epoque, à ôter aussi une seconde à 25 révolutions du premier Satellite, & augmenter la premiere inégalité de la 30ᵉ partie. Ces corrections réduisent tres-souvent leurs calculs à la même minute que les observations le donnent, ce qui est une grande confirmation des Elemens sur lesquels les calculs sont fondez. Ces Elemens dépendent non-seulement du mouvement propre du Satellite, mais aussi du mouvement de Jupiter & de ses inégalitez, du mouvement du Soleil, de la situation des nœuds du Satellite & de ceux de Jupiter, de l'inclinaison mutuelle de leurs orbites, enfin des hypotheses qu'on emploïe à déterminer l'équation du temps.

Ils sont en assez grand nombre pour laisser lieu de douter si quelques erreurs imperceptibles ausquels chacun d'eux est exposé, comme sont tous les Elemens de l'Astronomie, ne feroit pas quelque erreur assez considerable pour demander de nouvelles corrections en peu de temps. On y est toûjours attentif pour tâcher de perfectionner la Theorie de plus en plus; mais jusqu'à present on peut se contenter de l'état où elle est, n'y ayant pas d'autres Planetes si bien reglées, dont on puisse déterminer les Phenomenes long-temps avant, dans un temps si précis que les Eclipses de ce premier Satellite de Jupiter dans son ombre.

On n'est pas encore si content des hypotheses des autres Satellites, leur seconde inégalité est fort differente de celle du premier; de sorte qu'on ne les sçauroit aucunement attribuer à la même cause, à laquelle il parut d'abord qu'on pourroit attribuer la seconde inégalité du premier Satellite, qui est que la lumiere du Soleil qui va

au Satellite & se reflechit à la terre, emploïe un temps considerablement plus long à faire ce chemin quand Jupiter & ses Satellites est beaucoup éloigné de la terre vers les conjonctions avec le Soleil, que quand il en est plus proche comme dans les oppositions.

Ayant comparé les observations des Eclipses du premier Satellite de Jupiter faites à Marseille avec celles que nous avons faites en même temps à Paris, la difference des meridiens qui en résulte est 12′ 10″; ayant choisi le milieu entre les differences qui se sont trouvées, qui est à quelque seconde prés la même qu'on avoit trouvé les années précedentes.

Le P. Laval a fait un grand nombre d'observations de Venus à son passage par le meridien, d'où il a calculé son ascension droite & sa declinaison qui se trouvent conformes à celles que nous avons déterminées par les observations faites en même temps à Paris. Il a fait aussi quelques observations de Mercure au meridien, aprés que nous lui avons communiqué celles que nous y avons faites. Nous avons eu le temps favorable pour observer Venus au meridien au jour de sa conjonction avec le Soleil.

Le P. Laval a aussi observé les Taches du Soleil qui ont paru pendant l'année 1705, & il en a déterminé la situation dans le disque du Soleil suivant la methode que nous pratiquons de concert.



SUITE DE L'ETABLISSEMENT DE QUELQUES NOUVEAUX GENRES DE PLANTES.

PAR M. TOURNEFORT.

GALE.

LE Piment royal eſt un genre de Plante dont les piés qui fleuriſſent ne grainent pas, & dont les piés qui grainent ne fleuriſſent point. Ceux qui fleuriſſent portent des chatons *A* composez de petites feüilles diſpoſées ſur un pivot, creuſées ordinairement en baſſin & coupées à quatre pointes. Parmi ces feüilles naiſſent les étamines *B* chargées chacune d'un ſommet *C*. Les fruits naiſſent ſur des piés differens de ceux-ci, & ces fruits ſont des grapes *D* chargées de ſemences *E*. 1706. 17. Mars.

Les eſpeces de Piment royal ſont:

Gale frutax odoratus Septentrionalium J. B. 1. part. 2. 225. *Rhus Myrtifolia, Belgica CB pin.* 414.

Gale Luſitanica, foliis amplioribus incanis.

OROBANCHOIDES.

L'Orobanchoides eſt un genre de Plante à fleur *AB* en roſe, compoſée ordinairement de huit feüilles, dont quatre *C* ſont pliées en goutiere & creuſées en ſabot à leur baſe: les autres quatre ſont toutes ſimples *D*. Du milieu de ces feüilles s'éleve un piſtile *E*, qui dans la ſuite devient un fruit *F* oblong, diviſé en quatre loges *G*, lequel s'ouvre de la pointe à la baſe en autant de parties. Ces loges ſont remplies d'une ſemence tres-menuë *H*.

Les eſpeces de ce genre ſont:

Orobanchoides noſtras, flore oblongo flaveſcente. *Orobanche Verbaſculi odore D. Plot. Raii Hiſt.* 1229. *Pluk. Phytog. Tab.* 209. *fig.* 5.

Orobanchoides Canadensis, flore oblongo, cernuo. *Orobanche Virginiana, flore pentapetalo, cernuo D. Banister Pluk. Phytog. Tab.* 209. *fig.* 7.

TERNATEA.

La Ternatée est un genre de Plante à fleurs *AB* legumineuses, dont l'étendart *C* cache presque les aîles *DE* & la feüille inferieure *F*, ainsi que le pistile *G*. Ce pistile devient une gousse *H*, qui s'ouvre dans sa longueur en deux cosses *IK*, lesquelles renferment des graines *L* assez rondes. Il faut ajoûter au caractere de ce genre les feüilles rangées comme par paires sur une côte terminée par une seule feüille.

Les especes de ce genre sont:

Ternatea flore simplici, cæruleo. *Flos clitoridis Ternatensibus Breyn. Cent.* 1. 76.

Ternatea flore pleno, cæruleo. *Phaseolus Indicus, Glycyrrhisæ foliis, flore amplo cæruleo, pleno H. Amstel. Tom.* 1. 47.

Ternatea flore simplici albido.

Ce genre porte le nom d'une des Isles Moluques appellée *Ternate*, d'où la graine de l'espece à fleur simple est venuë.

LUFFA.

La *Luffa* est un genre de Plante dont les fleurs sont des bassins divisez en cinq parties jusques vers leur centre. Sur la même Plante on trouve quelques-unes de ces fleurs *A* qui sont noüées, & quelques-autres *B* qui ne le sont pas. Celles qui sont noüées tiennent à un embryon *C*, qui devient un fruit *D* semblable à un Concombre, mais ce fruit n'est pas charnu. On ne voit sous sa peau *EF* qu'un tissu de fibres qui forment un admirable raizeau *G*, & qui laissent trois loges dans la longueur du fruit *HIK*, lesquelles renferment plusieurs graines *L* presque ovales.

Je ne connois qu'une espece de ce genre:

Luffa Arabum. *Cucumis Ægyptius reticulatus seu Luffa Arabum Vesling. in P. Alp.* 48.

DIERVILLA.

La Dierville eſt un genre de Plante dont la fleur *AB* eſt une eſpece d'entonnoir à pavillon découpé en cinq parties, & terminé par un tuyau *C*, lequel eſt articulé avec le piſtile *D*. Le calice *E* eſt oblong, chargé de cinq feüilles à ſon extremité. Lorſque la fleur eſt paſſée, il devient un fruit *F* piramidal, partagé en quatre loges *G* remplies de graines *H* aſſez menuës.

Je ne connois qu'une eſpece de ce genre, que M. Dierville Chirurgien du Pont-l'Evêque, fort éclairé dans la connoiſſance des Plantes a apportée d'Acadie.

Diervilla Acadienſis, fruticoſa, flore luteo.

CHELONE.

La Tortuë eſt un genre de Plante à fleur en maſque *AB*, dont la levre ſuperieure *C* eſt voutée en dos de Tortuë. L'inferieure *D* eſt découpée en trois parties. Le derriere de la fleur eſt retreci en tuyau, dont l'ouverture *E* reçoit le piſtile *F*, qui devient un fruit *G* arrondi, oblong, partagé en deux loges *H*, *I*, remplies de ſemences *K* bordées d'un petit feüillet.

Je ne connois qu'une eſpece de ce genre, qui a été apportée d'Acadie par M. Dierville.

Chelone Acadienſis, flore albo.

VALANTIA.

La *Valantia* eſt un genre de Plante dont les fleurs *AB* ſont des baſſins partagez ordinairement en quatre parties, quelquefois en trois. Le calice *C* devient un fruit *DE* membraneux, ſemblable en quelque maniere au pied d'un oiſeau qui tient dans ſes ſerres une graine *F* de la forme d'un petit rein.

Je ne connois qu'une eſpece de ce genre.

Valantia quadrifolia, verticillata. *Rubia quadrifolia, verticillato ſemine J. B.* 3. 719. *cruciata muralis, minima, Romana Col. part.* 1. 297.

Ce genre porte le nom d'un des plus habiles Botaniste de ce siecle, M. Vaillant Secretaire de M. le premier Medecin.

LAVATERA.

La *Lavatera* a la fleur tout à fait semblable à celle la Mauve, mais le pistile devient un fruit *A* d'une structure toute differente. C'est une espece de bouclier membraneux, enfoncé sur le devant, garni en dessous d'un rang de semences disposées en maniere de cordon de la forme d'un petit rein *D* sans envelope, attaché par leur échancrure à un petit filet.

Je ne connois qu'une espece de ce genre, à qui j'ay donné le nom de Messieurs Lavater Medecins de Zurich tres-habiles dans la connoissance de l'Histoire naturelle.

Lavatera Althææ folio & facie, flore rubro.

METHONICA.

La Superbe est un genre de Plante dont la fleur *A* en lys composée de six feüilles rangées autour du même centre. Le pistile *B* devient un fruit *C* ovale, divisé dans sa longueur en trois loges *D*, qui renferment des semences *E* assez rondes. Il faut ajoûter au caractere de ce genre la racine *F* charnuë taillée en équierre, & les feüilles terminées par une main *H*.

Je ne connois qu'une espece de ce genre.

Methonica Malabarorum H. L. Bat. 688. *Lilium Zeylanicum, superbum H. Amstel. Tom.* 1. 69.

CONYZOIDES.

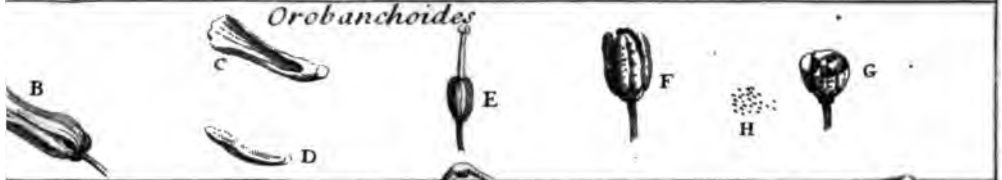
La *Conyzoides* est un genre de Plante à fleurs à fleurons semblables à celles de la Conyze : mais elle differe de ce genre par ses semences qui n'ont point d'aigrette.

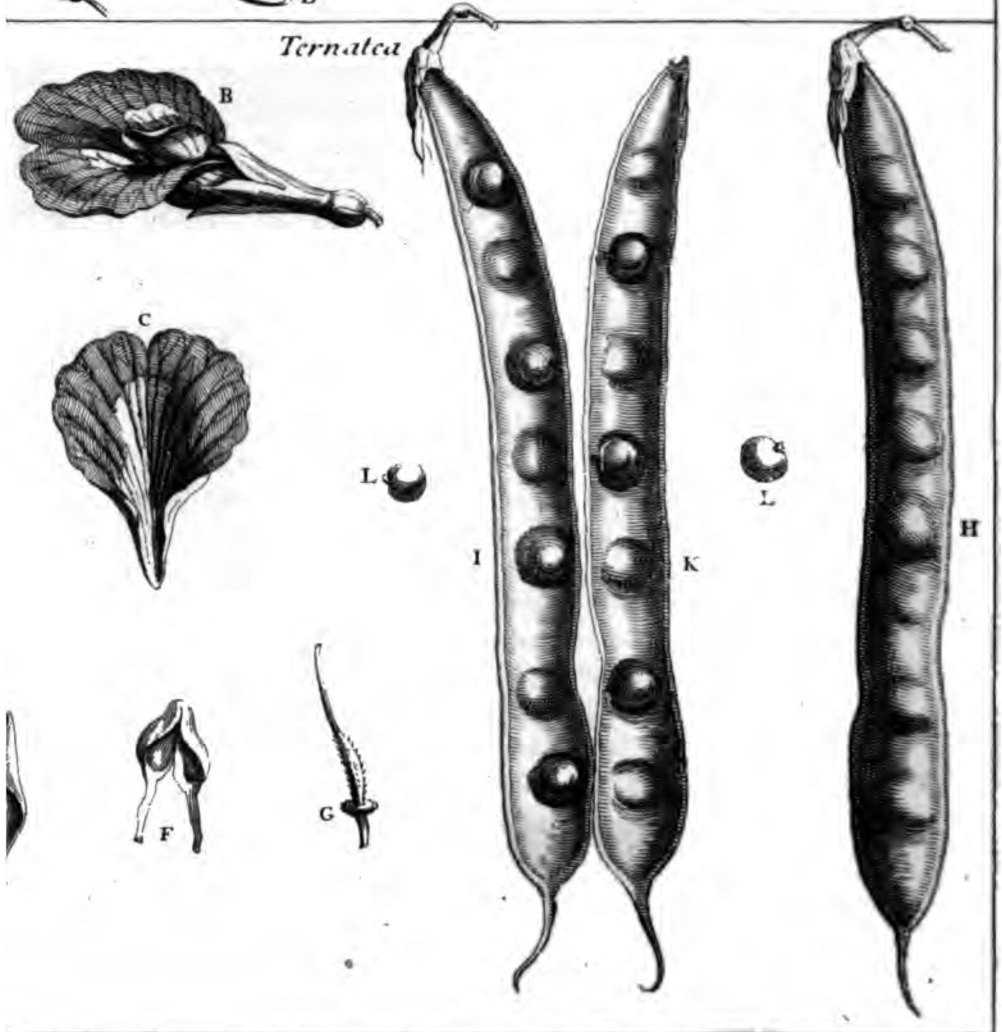
Les especes de *Conyzoides* sont,

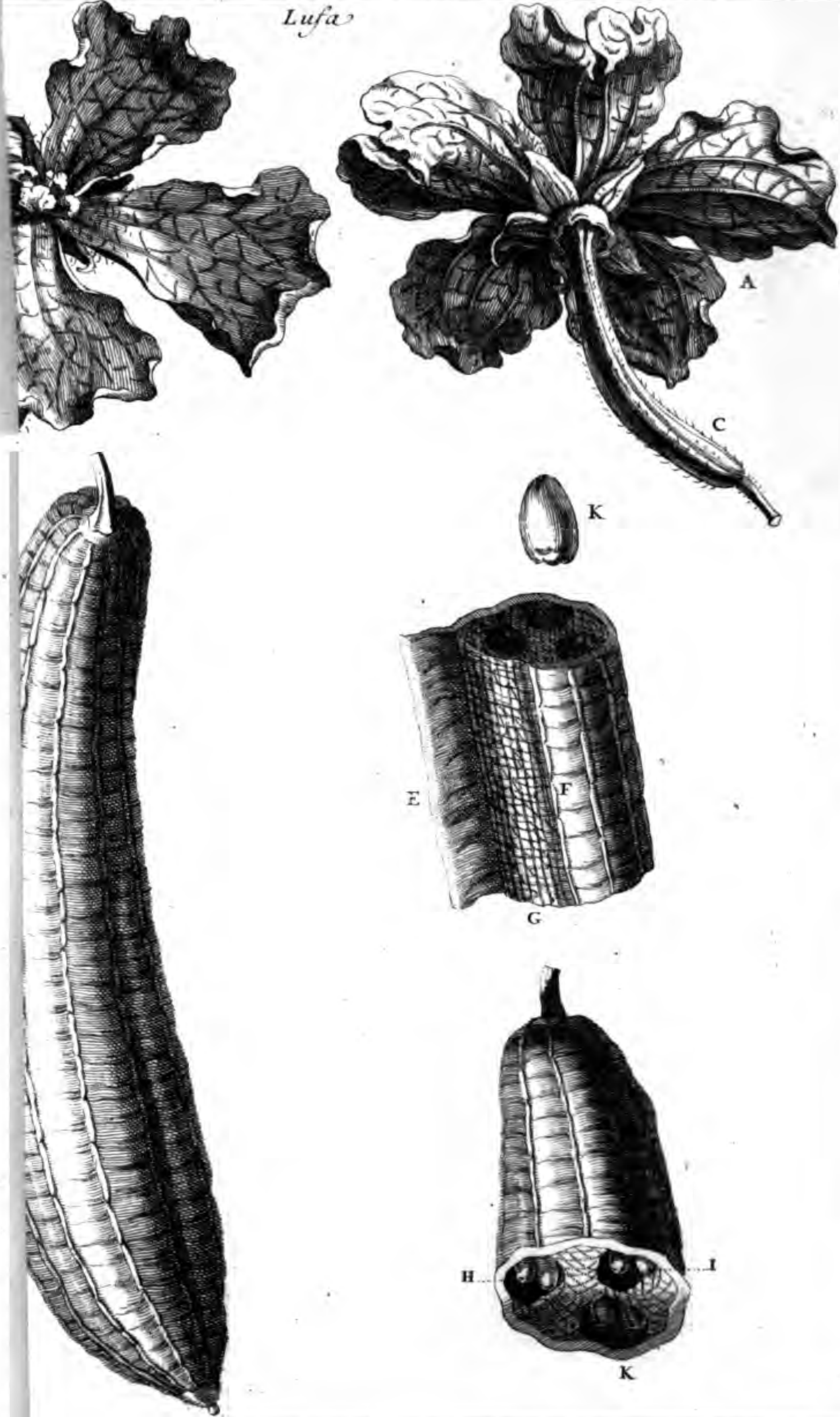
Conyzoides flore flavescente, cernuo. *Aster cernuus C. part.* 1. 152.

Conyzoides Orientalis, Verbasci folio.

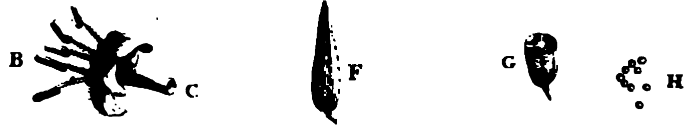

Gale
D
E


Orobanchoides
B
C
D
E
F
H
G

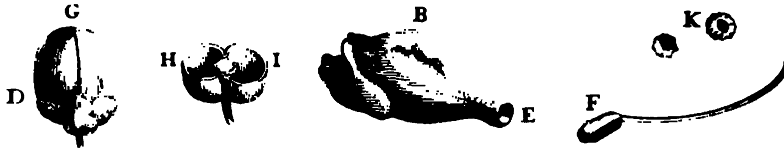

Ternatea
B
C
L
I
K
L
H
F
G


Lufa
A
C
K
E
F
G
H
I
K

Diervilla.



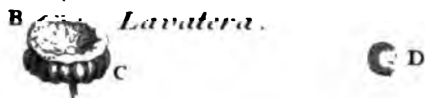
Chelone.



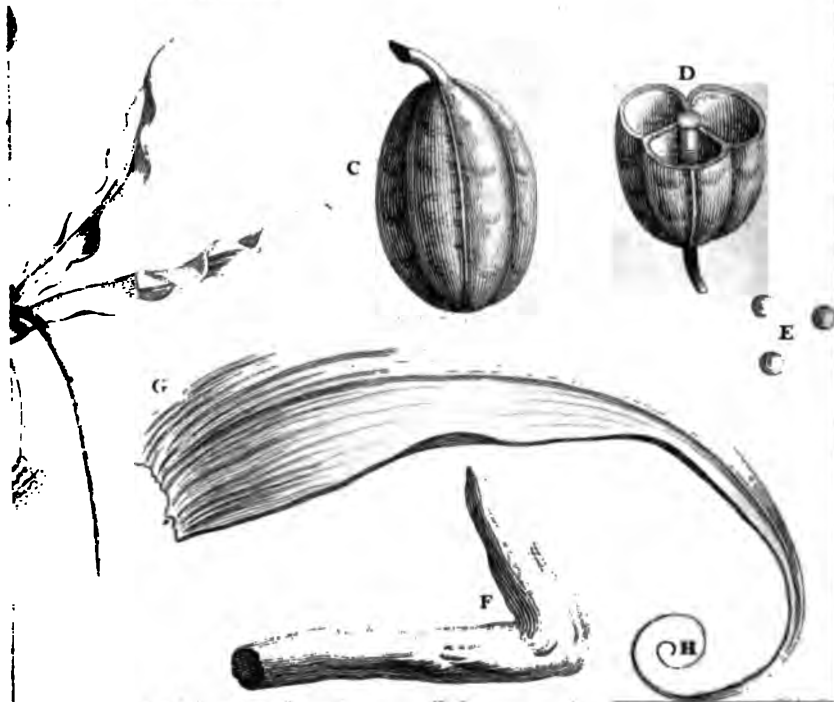
Valantia.



Lavatera.



Methonica.



Solanoides.



SOLANOIDES.

.a *Solanoides* eſt un genre de Plante à fleur en roſe *A*, ıpoſée de quelques feüilles *B*. Le piſtile *C* devient une ue *D* aſſez ronde, qui renferme un noyau *E* couverte ıe peau charnuë *F* qui lui donne l'apparence d'une e.

.es eſpeces de ce genre ſont,

ınoides Americana, circeæ foliis caneſcentibus. *Solanum Barbadenſe, racemoſum, minus, tinctorium, circeæ oliis mollibus & incanis Pluk. Phytog. Tab.* 112. *fig.* 2.

ınoides Americana, circeæ foliis glabris. *Amaranthus accifer, circeæ foliis H. Amſtel. Tom.* 2. 127.

ROBUS SYLVATICUS NOSTRAS RAII Sinops. 191.

PAR M. CHOMEL.

CEtte Plante a ſa racine tres-groſſe à proportion de ſes tiges. Dans quelques pieds cette racine trace à tre doigts de terre de la longueur de huit ou dix pou- : dans d'autres pieds elle pique plus avant & trace ins. Les branches de la racine qui s'enfoncent le plus : prés d'un pied de longueur. Cette racine eſt tres-ſoli- , ligneuſe, raboteuſe & inégale vers ſon collet. Sa groſ- r eſt depuis cinq juſqu'à huit lignes de diametre. Elle rouſſâtre en dehors, & jaune pâle en dedans. Le nerf eſt plus blanchâtre, aſſez gros, & tres-dur. Le tronc, ır ainſi dire, de cette racine ſe diviſe dans ſa partie in- ieure en trois ou quatre branches, d'où partent à diſ- ices inégales des fibres qui ſe terminent en chevelu. La tie ſuperieure eſt entourée de pluſieurs bourgeons, ù les jeunes tiges doivent naître. Je n'ay trouvé aucu- ſaveur dans cette racine. M. Ray a donné dans ſon

1706. 17. Mars.

Hiſtoire une courte deſcription de la Plante ; il témoigne avoir reconnu une ſorte de ſaveur qu'il appelle legumineuſe: J'aime mieux attribuer cette ſaveur à la diverſité du terroir que de penſer qu'un auſſi habile homme ſe ſoit trompé.

Cette racine pouſſe pluſieurs tiges, dont la plûpart reſtent couchées ſur la terre ; quelques autres ſe relevent, & demeurent aſſez droites. Elles ont huit à dix pouces de hauteur, & quelquefois un pied. Elles ſont vers leur origine preſqu'entierement entourées par de petites feüilles courtes qui ſe fanent de bonne-heure. Le long de ces tiges eſt répandu un duvet blanchâtre qui les rend un peu veluës, & elles en paroiſſent d'un verd plus gay & plus clair. Elles ſont ſolides, rondelettes, & tant ſoit peu anguleuſes vers les nœuds des feüilles & des rameaux, leur diametre eſt d'un ligne ou environ.

Des aiſſelles des feüilles qui naiſſent alternativement le long de la tige, partent des petits rameaux qui ne portent aucunes fleurs. Les feüilles ſont accompagnées à leur principe de deux oreillettes *III* relevées, hautes de trois à quatre lignes, & larges d'une & demie au plus. Les oreillettes qui accompagnent les feüilles ſuperieures ſont plus étroites & plus pointuës que les oreillettes des feüilles inferieures. Ces mêmes feüilles inferieures n'ont guere plus d'un pouce de longueur : les plus élevées en ont juſqu'à deux ſur un pouce de largeur. Ces feüilles ſont compoſées de pluſieurs autres petites, rangées tantôt alternativement, tantôt d'une maniere oppoſée, le long d'une côte à laquelle elles ſont attachées par des pedicules tres-courts. Les plus plus grandes de ces petites feüilles ont ſix à ſept lignes de long ſur deux de large. Elles ſont arondies prés de la côte, & un peu pointuës vers leur extrêmité, qui eſt terminée par un petit filet ou allongement du nerf qui diviſe aſſez ſenſiblement ces petites feüilles, dont chacune eſt repliée dans les jeunes branches & au ſommet de la tige ; celles du bas ſont plus étenduës & plus plates que celles du haut.

La

La côte eſt d'un verd plus clair que les petites feüilles qui la garniſſent. Elle eſt creuſée en maniere de ſillon du côté qu'elle regarde la tige, & arondie pardeſſous. Toute la feüille eſt veluë de ce côté, & plus liſſe pardeſſus. La côte avance au-delà des petites feüilles, & les ſurpaſſe de la longueur d'une ligne, en formant une pointe ou queuë qui termine chaque feüille. Les feüilles des jeunes rameaux ſont moins veluës & un peu luiſantes. Le port exterieur du feüillage de cette Plante eſt aſſez ſemblable à celui de la Veſſe ordinaire, comme le remarque M. Ray.

Les fleurs naiſſent en épis recourbez, ſoûtenuës ſur un pedicule rond, ſolide, long de deux pouces, & large d'une demi-ligne vers l'aiſſelle de la feüille d'où il part. Ce pedicule eſt nud juſques vers ſon milieu, le reſte eſt chargé de 8, 10, & quelquefois 12 fleurs legumineuſes.

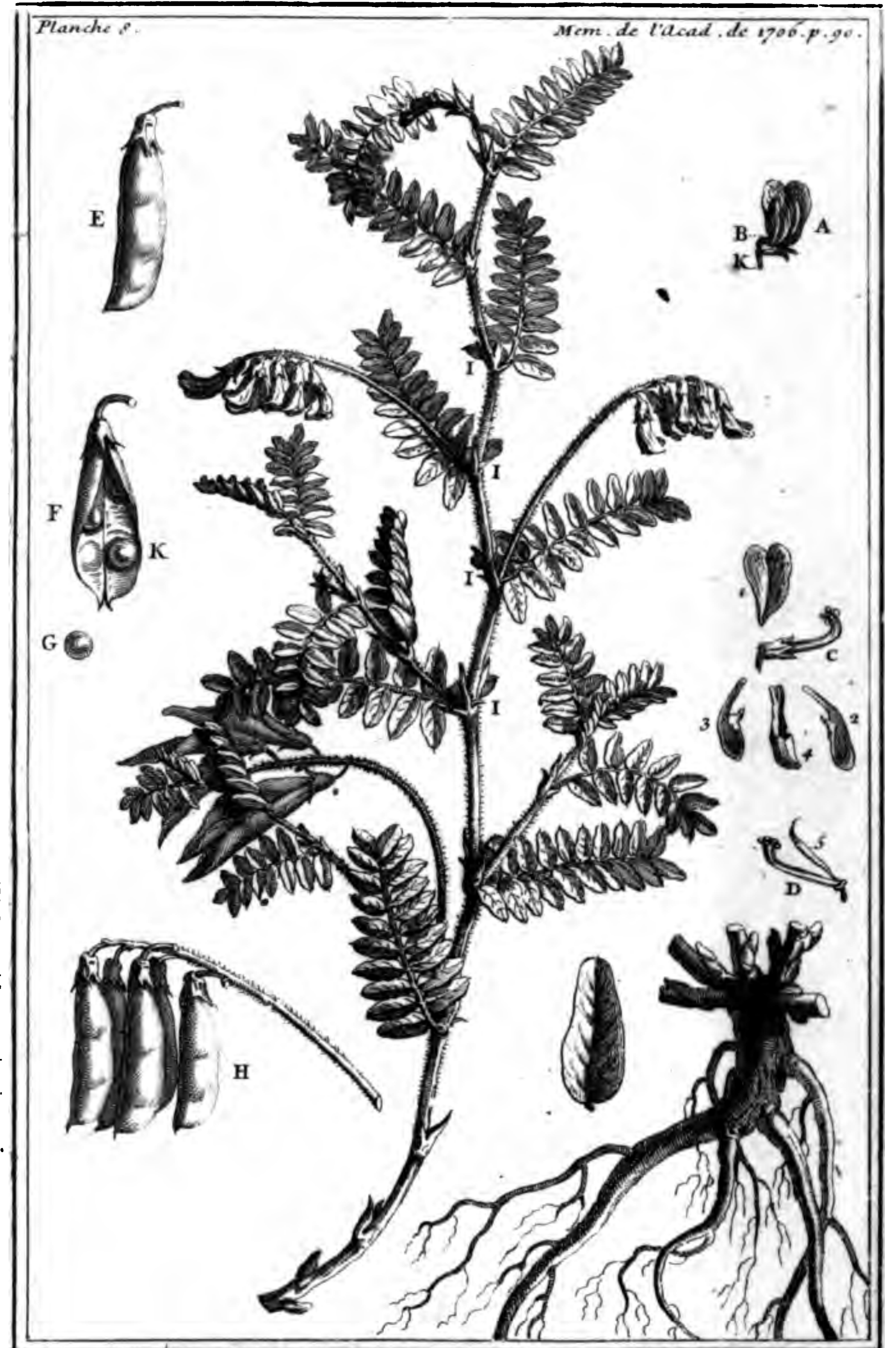
Chaque fleur *A* y eſt attachée par un petit pedicule *K* long d'une ligne, d'un verd glacé de couleur de chair, qui ſoûtient un calice d'un verd un peu plus rouge. Le calice *B* eſt un cornet évaſé, dentelé de cinq pointes, long de deux lignes, & large d'une au plus. Il eſt un peu aplati, & couvert de duvet, comme le pedicule & le reſte de la Plante. La fleur eſt compoſée de 4 feüilles 1, 2, 3, 4. La ſuperieure 1 eſt pliée par ſa partie inferieure & poſterieure en dos-d'âne. Elle a dans cet endroit deux lignes de large, & eſt d'un blanc tirant ſur le pourpre. Sa partie ſuperieure eſt relevée en étendart. Elle eſt large de 3 à 4 lignes, arondie, convexe & recoupée dans ſon milieu. Cet étendart eſt blanchâtre, ſemé de petites rayes purpurines & gris de lin, qui rendent cette fleur blanche, panachée de couleur de chair, gris de lin & pourpre. Cette feüille ſuperieure a ſix à ſept lignes de hauteur. L'inferieure 4 eſt pliée en bateau, dont chaque côté a une ligne de largeur. Elle eſt longue de 7 à 8 lignes, blanche & marquée vers ſa pointe, qui forme le bout du bateau, d'un gris de lin pourpré. Les feüilles laterales 2, 3, ſont acrochées à la feüille inferieure par leurs oreillettes, qui ſont pliſſées & ondées. Ces feüilles ont 7 à 8 lignes de longueur: elles

t tres-étroites, blanches à leur base, larges vers leur lieu d'une ligne y comprise l'oreillette, & arondies vers ur pointe qui est un peu courbée. Ces deux feüilles forent les deux aîles de cette fleur : elles sont blanches ayées de pourpre clair. Le pistile *C*, 5, qui part du centre du calice s'étend dans le fond de la feüille inferieure : il est envelopé d'une gaine membraneuse *D*, 5, terminée par une frange dont chaque brin est une étamine chargée d'un sommet jaune. Ce pistile devient le fruit *B*, qui est une gousse plate & large vers le milieu avant sa maturité, comme dans le bouquet *H*. Quand elle est meure *E*, elle est convexe des deux côtez, longue de prés d'un pouce, & large de deux à trois lignes. Cette gousse est d'un rouge tanné & grisâtre : elle s'ouvre en deux cosses *F*, qui en se recourbant & se tortillant laissent échaper deux ou trois semences *C*. Ces semences sont noirâtres, rondes, un peu applaties, & ornées d'un cordon *K* verdâtre, auquel est attaché le petit cordon par où elles recevoient le suc nourricier. Elles ont prés de deux lignes de diametre.

La fleur *A*, le fruit *E* & la graine *G* sont de grandeur naturelle.

Toute la Plante est assez insipide, elle n'a point d'usage dans la Medecine, & je n'ay trouvé dans les Auteurs aucune figure qui lui convienne : c'est ce qui m'a engagé de la faire dessiner le plus correctement qu'il m'a été possible. M. Ray est le premier qui l'ait décrite, & même assez succinctement.

Cette Plante est commune dans les prez les plus éleve du Mont-d'or & du Cantal. On la rencontre en abondance au bord du sentier qui conduit au sommet du Pu de Dome, surtout à l'Orient & au Midy de cette Montagne.



Orobus Sylvaticus nostras Raii Syn. 10:

OBSERVATIONS D'UNE COMETE

Qui a commencé de paroître au mois de Mars.

PAR Mrs CASSINI ET MARALDI.

LE Ciel qui a été couvert une grande partie de ce mois de Mars 1706, s'étant éclairci la nuit du 18 au 19, nous donna lieu de chercher s'il ne paroîtroit pas quelque nouveau phenomene. Nous en trouvâmes un proche de la Couronne Septentrionale en forme d'une petite étoile nebuleuse, semblable à celle qui est dans la ceinture d'Andromede. Nous marquâmes sa situation à l'égard des étoiles prochaines, pour reconnoître dans la suite s'il n'auroit point quelque mouvement particulier. Il se trouva un peu vers le Septentrion à l'égard de la ligne droite qui passe par trois étoiles marquées par Bayer μ, ζ, de Bootes & $\varkappa$ de la Couronne, autant éloigné vers l'Orient de cette derniere étoile, que celle-cy l'est de la moïenne des trois. 1706. 24. Mars.

A 11^h 35$'$ ayant regardé la Comete par la Lunete de 18 pieds, nous la trouvâmes entre deux petites étoiles qui ne se voient point à la vûë simple, étant à égale distance de l'une & de l'autre. Elle s'éloigna ensuite de la plus Septentrionale, en s'approchant de l'autre qui lui étoit au Sud-Oüest.

A minuit 45$'$ ayant de nouveau regardé la Comete avec la Lunete de 18 pieds, nous ne pûmes plus voir l'étoile la plus meridionale qui étoit cachée par la Comete, ce qui nous assura de son mouvement propre vers le Sud-Oüest, quoyqu'il ne nous parût pas encore sensible une heure aprés à la vûë simple. Le Ciel s'étant ensuite broüillé ne nous permit pas de faire d'autres observations. Le jour suivant le Ciel fut entierement couvert.

Le 20 au ſoir, quoyque le Ciel fut ſerein, on ne pût voir la Comete que lorſqu'elle fut fort élevée ſur l'horizon la clarté de la Lune ayant peut-être contribué à la rendre moins ſenſible; nous la vîmes un peu à l'Occident de l'étoile de la troiſiéme grandeur qui eſt dans l'épaule occidentale de Bootes, étant éloignée du lieu de la premiere obſervation d'environ 8 degrés.

A $11^h\ 30'$ nous déterminâmes par le moyen des fils qui ſont au foyer d'une Lunete poſée ſur la machine parallatique, la difference d'aſcenſion droite entre cette étoile & la Comete qui la ſuivoit, de 9 minutes & $34''$, & la difference de declinaiſon de $27''$ de temps, dont la Comete étoit plus meridionale.

Dans cette derniere obſervation la Comete paroiſſoit un peu plus petite que dans la premiere, ce qui peut venir en partie de la clarté de la Lune, qui ſe trouvoit alors ſur l'horizon, & ne s'y trouvoit pas dans les premieres obſervations.

Le ſoir du 21 le Ciel fut couvert. On la vit pourtant un peu le matin ſuivant à 2^h & demi dans une ouverture des nuages. Elle étoit autant meridionale à l'égard de l'épaule occidentale de Bootes, que cette étoile eſt éloignée de l'étoile plus prochaine de la Couronne marquée η, étant en même temps un peu à l'Occident de la ligne tirée par les deux étoiles δ & ϵ de Bootes. Le Ciel qui ſe couvrit preſque auſſi-tôt ne nous donna pas le temps de continuer ces obſervations.

Depuis ce temps-là le Ciel a été couvert juſqu'au 24.

Ayant poſé ces obſervations ſur le Globe, nous avons trouvé qu'elles ſe rencontroient ſur un grand cercle, qui coupe l'Ecliptique vers le 12e degré de la Vierge & des Poiſſons avec une declinaiſon de 55 degrés; que ce mouvement à l'égard de l'Ecliptique étoit contre la ſuite des ſignes avec une grande diminution de latitude Septentrionale, & que depuis la premiere obſervation du 18 Mars la Comete a parcouru en trois jours un arc de 12 degrés environ, ce qui pourra ſervir à la trouver dans la ſuite,

en cas que le clair de la Lune qui va vers ſon plein & s'approche plus de la Comete ne la faſſe perdre de vûë.

Aprés avoir fait le rapport de ces obſervations à l'Academie Royale des Sciences le 24 Mars, le ſoir du même jour nous eûmes le Ciel aſſez beau pour pouvoir obſerver la Comete; mais nous ne pûmes pas la diſtinguer avant les 11ʰ du ſoir, à cauſe de la clarté de la Lune qui juſqu'alors avoit été aſſez élevée ſur l'horizon. Elle ſe trouva ſur la route que nous avions décrite par les obſervations précedentes, c'eſt à dire, dans la circonference du même grand cercle, ſur lequel elle s'étoit avancée vers le Sud-Oüeſt depuis l'obſervation précedente, un peu moins qu'à proportion de ce qu'elle avoit fait dans l'intervalle entre les premieres obſervations; ce qui donna lieu de juger qu'elle avoit paſſé ſon Perigée, quoyque l'inégalité de ce mouvement ne parût pas encore aſſez grande pour en tirer geometriquement le lieu de ſon Perigée avec aſſez de préciſion. Neanmoins on trouva par le calcul qu'elle avoit été à peu prés dans ſon Perigée à la premiere obſervation qu'on en fit le 18 de Mars. 1706. 27. Mars.

Ayant élevé le Pole du Globe celeſte, & l'ayant tourné de ſorte que la route de la Comete qui y étoit marquée concourroit avec l'horizon, le Pole Septentrional ſe trouva élevé ſur l'horizon de 55 degrés; ce fut par conſequent la moindre diſtance que la route de la Comete pût avoir du Pole Septentrional.

En cet état le lieu de la premiere obſervation de la Comete ſe trouva au point Septentrional de l'horizon, & par conſequent elle fut alors plus proche du Pole qu'en tout autre endroit de ſa route.

Dans le même état du Globe le premier degré des Gemeaux étoit au meridien où étoit auſſi le 58 degré de l'Equinoxial, ce qui ſert à replacer la route de la Comete ſur la circonference de l'horizon du Globe.

Pour trouver aſſez préciſément ſur la trace du mouve-

ment de la Comete les lieux où il la faut chercher d'un jour à l'autre, nous nous servons de l'hypothese qui nous a servi heureusement dans l'apparition des autres Cometes pour les trouver long-temps aprés qu'elles avoient disparu à la vûë simple.

Nous supposons que dans le temps que la Comete paroît, elle décrit un arc d'une tres-grande circonference peu different d'une ligne droite, & qu'elle parcourt cette ligne droite par un mouvement égal. Le point de cette ligne le plus proche de la terre est le Perigée de la Comete.

A l'intervalle de la Comete à la terre nous décrivons un cercle concentrique à la terre, & nous emploïons la methode exposée dans le Traité de la Comete de l'année 1664 pour trouver, par le moïen de deux arcs observés entre trois jours differens, les distantes de la Comete au Perigée prises sur la tangente à proportion de la plus petite distance de la Comete à la terre.

Ayant supposé la plus petite distance de la Comete à la terre divisée en 100 parties, nous avons trouvé que le mouvement journalier de cette Comete rapporté sur cette tangente est de 7 de ces parties, ce qui suffit pour trouver à chaque jour proposé la distance apparente de la Comete à son Perigée, & les mouvemens journaliers apparens de la Comete, qui sont inégaux entr'eux, & qui diminuënt de plus en plus à mesure qu'elle s'éloigne de son Perigée.

Ayant donc placé sur la route de la Comete marquée sur le Globe le point du Perigée, & ayant trouvé le jour auquel la Comete est arrivée à ce point, qui fut le 18 Mars, on aura les points où elle s'est trouvée chaque jour, & où elle se pourroit trouver dans la suite.

Ayant cherché parmi les Cometes qui ont parû depuis plus d'un Siecle, s'il n'y en avoit pas quelqu'une qui ait décrit parmi les étoiles fixes une route approchante de celle que décrit nôtre Comete avec un semblable degré de vîtesse, nous en avons trouvé une qui fut observée l'an

1580 par Gramineus, par Haggecius & par Meſtlin, dont la trace décrite par ces Auteurs approche de la route de celle que nous venons d'obſerver, autant que la Lune approche des mêmes étoiles fixes en differentes révolutions.

OBSERVATIONS DE MERCURE DANS LE MERIDIEN

Comparées avec nos Tables.

PAR M. DE LA HIRE le fils.

ENtre toutes les Planetes il n'y en a point qui ait donné plus d'exercice aux Aſtronomes que celle de Mercure pour en déterminer les mouvemens; car étant fort proche du Soleil, on ne peut pas en faire toutes les obſervations neceſſaires pour leur détermination, mais encore ſa petiteſſe ne permet pas qu'on le puiſſe voir dans le Crepuſcule où il eſt toûjours quand il eſt viſible à la vûë ſimple. Il y a même quelques Aſtronomes celebres qui n'ont jamais pû le voir, peut-être par quelques cauſes particulieres, ſoit du lieu où ils obſervoient, ſoit par la foibleſſe de leur vûë. 1706. 27. Mars.

Cependant les obſervations de cette Planete qu'on a vûë pluſieurs fois ſur le Soleil dans le Siecle paſſé, auroient pû ſervir beaucoup à faire des Tables juſtes, ſi toutes ces obſervations avoient été faites avec toute l'exactitude qu'on auroit ſouhaité: mais il y a eu dans la plûpart des circonſtances particulieres qui en ont diminué la valeur. Celles qu'on a faites proche de la ligne en pluſieurs endroits auroient été fort avantageuſes, ſi on en avoit eu un aſſez grand nombre, & qu'elles euſſent été juſtes; car on y peut voir cette Planete bien plus proche du Soleil que dans les autres endroits de la terre.

C'étoit peut-être en partie par la faute des Tables qu'on avoit de cette Planete, que nous n'avions pû voir Mercure dans le meridien aprés l'avoir cherché long-tems. Car aprés que mon Pere eut construit les siennes sur un tres-grand nombre d'observations qu'il en avoit faites le matin & le soir par plusieurs methodes tres exactes, & sur ce qu'on avoit de son passage dans le Soleil, nous eûmes la position de Mercure plus exacte qu'on ne l'avoit auparavant, ce qui fut cause que nous l'apperçûmes pour la premiere fois dans le meridien le 22 Octobre 1699. Cette découverte nous donna beaucoup de satisfaction; mais nous en eûmes encore une plus grande, en voyant que les observations s'accordoient autant exactement avec les Tables, qu'on le pouvoit esperer dans cette Planete. Nous l'observâmes plusieurs jours de suite, & nous avons continué en differens tems jusqu'à present. Nous l'avons vû même beaucoup plus proche du Soleil qu'on ne le peut voir le matin & le soir, à cause des vapeurs qui sont vers l'horizon.

Mais si nous n'avons pas publié ces premieres observations aussi tôt qu'elles ont été faites, ce n'a été que pour être plus assurés de la justesse des Tables qui avoient été construites sur des observations faites dans des verticaux. Cependant pour prendre datte de cette nouvelle observation, mon Pere a marqué expressément dans la Preface de ses Tables publiées en 1702, qu'il avoit observé toutes les Planetes dans le meridien, sans en excepter Mercure, comme il avoit fait en 1686 dans l'édition de la premiere partie de ses Tables.

Nous avons remarqué plusieurs fois que nous n'avons pû voir cette Planete dans le meridien, quoyqu'elle fut beaucoup plus éloignée du Soleil que lorsque nous l'y avions observée; & pour nous assurer si ce n'étoit point par le défaut des Tables, nous avons pris alors toutes les mesures necessaires pour reconnoître sa veritable position, par des observations faites dans le même tems le matin ou le soir. C'est ce qui nous a fait penser que cette

Planete

Planete pouvoit avoir plusieurs taches, qui étant tournées vers la terre dans certains tems, lui ôtoient en partie sa clarté, & empêchoient qu'on ne la pût appercevoir.

Comme il faut assez de précautions pour faire ces sortes d'observations dans le meridien, nous avons choisi celles qui nous ont paru les plus sûres entre un assez grand nombre de celles que nous avons faites pour les rapporter icy, & comparer les positions qui sont données par les observations avec celles qui sont tirées de nos Tables.

Nous en rapporterons même plusieurs qui ont été faites de suite, afin de faire mieux connoître la difficulté qu'il y a de faire convenir exactement le calcul avec l'observation, dont on ne peut s'assurer qu'à quelques secondes prés, qui peuvent porter loin dans cette Planete.

En 1699 le 22 Octobre le centre de Mercure passa par le meridien à $10^h 58' 56''$ du matin, sa hauteur meridienne vraïe étoit de $38^\circ 19' 35''$.

Nous tirons de cette observation par nos suppositions & par le vrai lieu du Soleil tiré de nos Tables, que la longitude de mercure étoit de $6^s 12^\circ 5' 58''$, & sa latitude boreale de $2^\circ 7' 9''$. Par nos Tables nous trouvons la longitude de $6^s 12^\circ 6' 23''$, & la latitude boreale de $2^\circ 4' 4''$. Donc la difference de la longitude observée avec celle qui est calculée est de $25''$, & la difference de la latitude observée avec celle qui est calculée de $3' 5''$.

Le 23 suivant Mercure passa par le meridien à $11^h 0' 20'' \frac{1}{2}$ du matin, & sa hauteur meridienne vraïe étoit de $37^\circ 44' 55''$.

Nous tirons de l'observation sa longitude de $6^s 13^\circ 31' 44''$, & sa latitude boreale de $2^\circ 5' 32''$. Par le calcul des Tables la longitude est de $6^s 13^\circ 51' 51''$, & la latitude boreale de $2^\circ 3' 36''$. Donc la difference des longitudes est $7''$, & celles des latitudes $1' 56''$.

Le 24 Mercure passa par le meridien à $11^h 1' 53'' \frac{1}{4}$, & sa hauteur meridienne vraïe étoit de $37^\circ 10' 15''$.

Nous tirons de l'observation sa longitude de $6^s 14^\circ 59'$

22″, & sa latitude boreale de 2° 4′ 54″. Et par le calcul la longitude de 6s 15° 0′ 3″, & sa latitude boreale de 2° 2′ 25″. La difference des longitudes est de 41″, & celle des latitudes est de 2′ 29″.

Le 27 Mercure passa par le meridien à 11h 7′ 9″ 3/4, & sa hauteur meridienne vraïe étoit de 35° 17′ 35″. Cette observation donne sa longitude de 6s 19° 34′ 52″, & sa latitude boreale de 1° 56′ 43″; & le calcul donne sa longitude de 6s 19° 37′ 51″ 1/2, & sa latitude boreale de 1° 54′ 33″. La difference des longitudes est de 2′ 59″ 1/2, & celle des latitudes est de 2′ 10″.

En 1701 le 12 Septembre Mercure passa par le meridien à 10h 54′ 56″ du matin, sa hauteur meridienne vraïe étoit de 52° 4′ 0″, d'où l'on tire sa longitude de 5s 1° 54′ 53″ 1/2, & sa latitude boreale de 0° 5′ 25″. Le calcul donne sa longitude de 5s 1° 54′ 36″ 1/2, & sa latitude de 0° 2′ 41″. La difference des longitudes est de 17″, & celle des latitudes est de 2′ 44″.

Le 20 suivant Mercure passa par le meridien à 11h 2′ 12″, & sa hauteur meridienne vraïe étoit de 50° 11′ 0″, d'où l'on tire sa longitude de 5s 10° 50′ 43″, & sa latitude boreale de 1° 37′ 33″. Le calcul donne sa longitude de 5s 10° 55′ 8″ 1/2, & sa latitude boreale de 1° 31′ 48″ 1/2. La difference des longitudes est de 4′ 25″ 1/2, & celle des latitudes est de 5′ 44″ 1/2.

Le 21 Mercure passa par le meridien à 11h 4′ 29″ 3/4, sa hauteur meridienne vraïe étoit de 49° 56′ 40″, d'où l'on tire sa longitude de 5s 12° 24′ 48″ 1/2, & sa latitude boreale de 1° 39′ 31″ 1/2. Le calcul donne sa longitude de 5s 12° 27′ 46″, & sa latitude boreale de 1° 37′ 41″. La difference des longitudes est de 2′ 58″ 1/2, & celle des latitudes de 1′ 50″ 1/2.

Le 24 Mercure passa par le meridien à 11h 12′ 18″, sa hauteur meridienne vraïe étoit de 47° 52′ 55″, d'où l'on tire sa longitude de 5s 17° 20′ 13″, & sa latitude boreale de 1° 51′ 4″. Le calcul donne sa longitude de 5s 17° 24′ 28″, & sa latitude boreale de 1° 48′ 49″. La difference des longitudes est de 4′ 15″, & celle des latitudes est de 2′ 15″.

Le 25 Mercure paſſa par le meridien à 11^h 15′ 1″ $\frac{3}{4}$, ſa hauteur meridienne vraïe étoit de 47° 13′ 55″, d'où l'on tire ſa longitude de 5^s 19° 2′ 21″ $\frac{1}{2}$, & ſa latitude boreale de 1° 52′ 13″. Le calcul donne ſa longitude de 5^s 19° 7′ 31″ $\frac{1}{2}$, & ſa latitude boreale de 1° 50′ 39″. La difference des longitudes eſt de 5′ 10″, & celle des latitudes eſt de 1′ 34″.

Le 26 Mercure paſſa par le meridien à 11^h 17′ 56″, ſa hauteur meridienne vraïe étoit de 46° 33′ 30″, d'où l'on tire ſa longitude de 5^s 20° 47′ 50″ $\frac{1}{2}$, & ſa latitude boreale de 1° 53′ 29″. Le calcul des Tables donne ſa longitude de 5^s 20° 53′ 0″ $\frac{1}{2}$, & ſa latitude boreale de 1° 51′ 31″. La difference des longitudes eſt de 5′ 10″, & celle des latitudes eſt de 1′ 58″.

En 1705 le 18 Juillet mercure paſſa par le meridien à 10^h 47′ 5″, ſa hauteur meridienne vraïe étoit de 63° 53′ 35″, d'où l'on tire ſa longitude de 3^s 8° 27′ 48″, & ſa latitude auſtrale de 0° 29′ 15″ $\frac{1}{2}$, & par le calcul de nos Tables la longitude eſt de 3^s 8° 26′ 15″ $\frac{1}{2}$, & ſa latitude auſtrale de 0° 29′ 23″. La difference des longitudes eſt de 1′ 32″ $\frac{1}{2}$, & celle des latitudes eſt de 7″ $\frac{1}{2}$.

Le 25 ſuivant Mercure paſſa par le meridien à 11^h 16′ 8″ du matin, ſa hauteur meridienne vraïe étoit de 63° 45′ 35″, d'où l'on conclut ſa longitude de 3^s 21° 33′ 33″, & ſa latitude boreale de 0° 51′ 2″. Par nos Tables la longitude eſt de 3^s 21° 36′ 54″ $\frac{1}{2}$, & ſa latitude boreale eſt de 0° 50′ 8″. La difference des longitudes eſt de 2′ 21″ $\frac{1}{2}$, & celle des latitudes eſt de 54″.

Le 27 Mercure paſſa par le meridien à 11^h 25′ 49″, & ſa hauteur meridienne vraïe étoit de 63° 20′ 35″, d'où l'on tire ſa longitude de 3^s 25° 38′ 27″, & ſa latitude boreale de 1° 8′ 32″. Le calcul donne ſa longitude de 3^s 25° 42′ 13″, & ſa latitude boreale de 1° 7′ 9″. La difference des longitudes eſt de 3′ 46″, & celle des latitudes de 1′ 23″.

Ces obſervations n'ont point été choiſies comme celles qui convenoient le mieux avec les Tables; mais nous avons pris ſeulement celles que nous croyons les meilleures & les plus éxactes.

On voit par-là que les Tables donnent la position de Mercure en plusieurs points & en differens tems dans la même minute de longitude que par l'observation, ce qu'on n'auroit jamais osé esperer dans une Planete dont le mouvement est si prompt & si irregulier à cause de la grande excentricité de son orbite & de sa figure qui nous est inconnuë. Pour les autres points Mercure n'est que peu écarté des Tables; & en examinant les observations de suite, on peut conjecturer que la difficulté de l'observation avec tous les Elemens qu'il faut y employer pour en tirer son vrai lieu, auroient pû contribuer en partie à la difference qui se trouve entre le Ciel & les Tables.

Pour la latitude tirée des Tables, elle ne répond pas avec autant de justesse à l'observation dans plusieurs points que la longitude, quoiqu'elle ne soit que peu écartée, comme on le peut voir, & c'est ce qui nous avoit fait penser qu'il auroit fallu faire quelque correction au nœud, comme d'augmenter l'inclinaison de 5′ à 6′ & de retirer un peu le nœud: mais ces corrections qui pourroient rectifier quelques positions en gâteroient d'autres, & c'est ce qui a fait que nous n'avons encore rien déterminé sur cela, nous contentans jusqu'icy d'avoir approché si prés du vrai dans une chose aussi difficile que celle-cy, & réservant à faire ces corrections quand nous aurons un plus grand nombre de ces sortes d'observations.

Pour faire la comparaison de nos Tables avec les Rudolphines de Kepler, qu'on a toûjours regardé comme les plus justes de toutes celles qui avoient paru jusqu'à nôtre tems, & principalement pour cette Planete; nous avons calculé le lieu de Mercure suivant ces Tables pour le tems de quelques-unes des observations précedentes, comme celle de 1699 du 22 Octobre, y ayant corrigé le lieu du Soleil, & nous avons trouvé la longitude de Mercure de $6^s 12^\circ 14' 20''$ que l'observation a donné de $6^s 12^\circ 5' 58''$; donc ces Tables s'écartent du vrai dans ce point de $8' 22''$, & les nôtres ne sont éloignées du vrai que de $25''$. Pour la latitude nous la trouvons par les Rudolphines de

2° 3′ 16″, & l'obſervation eſt de 2° 7′ 9″; donc elles ſont éloignées de 3′ 53″, & les nôtres de 3′ 5″.

L'obſervation de 1701 du 12 Septembre, calculée par les Rudolphines, donne la longitude de Mercure de 5ˢ 1° 59′ 2″, & l'obſervation la donne de 5ˢ 1° 54′ 53″ ½, donc la difference eſt de 4′ 0″ ½. La même calculée par nos Tables ne s'écarte de l'obſervation que de 17″. La latitude par les Rudolphines ſe trouve de 33″, l'obſervation la donne de 5′ 25″, & par les nôtres de 2′ 41″. Les Tables Rudolphines ſont donc éloignées du Ciel de 4′ 52″, & les nôtres de 2′ 44″.

Une autre obſervation de 1701 du 21 Septembre, calculée par les Rudolphines, donne la longitude de 5ˢ 12° 26′ 24″, l'obſervation de 5ˢ 12° 24′ 48″ ½, les nôtres de 5ˢ 12° 27′ 46″; donc dans ce point les Rudolphines ſont écartées de 1′ 35″ ½, & les nôtres de 2′ 57″ ½. La latitude dans ce même point par les Rudolphines eſt de 1° 36′ 36″, l'obſervation eſt de 1° 39′ 31″ ½, & par nos Tables de 1° 37′ 41″: les Rudolphines ſont donc écartées du Ciel de 2′ 55″ ½, & les nôtres de 1′ 50″ ½.

Une autre obſervation du 18 Juillet 1705, calculée par les Rudolphines, donne la longitude de Mercure de 3ˢ 8° 13′ 21″. L'obſervation de 3ˢ 8° 27′ 48″, & par nos Tables de 3ˢ 8° 26′ 15″. Les Rudolphines s'écartent donc du Ciel de 14′ 27″, & les nôtres de 1′ 33″ ½. La latitude par les Rudolphines eſt de 31′ 56″, l'obſervation de 29′ 15″, & par nos Tables de 29′ 23″; donc les Rudolphines s'écartent de l'obſervation de 2′ 41″, & les nôtres de 7″ ½.



OBSERVATIONS

Sur une dissolution de l'Argent.

PAR M. HOMBERG.

1706. 14. Avril. PArmi les liqueurs qui dissolvent les métaux, il y en a qui les dissolvent tous, & d'autres qui n'en dissolvent qu'une partie. L'eau commune dissout tous les métaux par la simple attrition : le mercure ne dissout pas aisément le fer, mais il dissout tous les autres métaux. Les acides en general les dissolvent tous aussi; mais ces acides étant de differente nature, les uns dissolvent seulement certains métaux que les autres ne dissolvent pas. On divise ordinairement ces acides en eaux-fortes, en eaux-regales & en simples esprits acides, qui ne sont ni eaux-fortes ni eaux-regales. Les eaux-regales sont l'esprit de sel marin, & tous les autres acides, quand on y a mêlé du sel marin ou de l'esprit de sel marin. Les eaux-fortes sont l'esprit de nitre, & tous les autres acides dans lesquels on a mêlé de l'esprit de nitre, pourvû qu'il n'y ait pas du sel marin mêlé, ou de l'esprit de sel marin. Les simples acides sont tous les autres esprits acides, soit des vegetaux ou des mineraux, dans lesquels il n'y a ni esprit de nitre ni esprit de sel marin mêlé.

Les eaux-regales dissolvent l'or sans dissoudre l'argent; & les eaux-fortes dissolvent l'argent sans dissoudre l'or: mais les autres esprits acides, aussi-bien que les eaux-fortes & les eaux-regales, dissolvent tous les moindres métaux, pourvû qu'on les emploïe dans le degré de force qui convienne à chacun de ces métaux.

On a crû pendant long-tems que le mercure ne se dissolvoit que par les seules eaux fortes. J'ay donné des preuves dans nos Memoires de l'année 1700, qu'il se dissout aussi par les eaux-regales. J'ay fait quelques operations

depuis, qui m'ont de même parû montrer que non-seulement l'argent se dissout par les eaux-fortes, mais qu'il se dissout aussi par les eaux-regales en observant certaines circonstances: ce qui seroit un paradoxe en Chimie. Voici le cas qui me l'a fait observer.

Je fais souvent mon eau-regale en distillant ensemble deux parties de salpetre, trois parties de vitriol & cinq parties de sel marin. Le flegme qui vient le premier, je le garde à part dans une fiole; & l'esprit qui vient le dernier, je le garde à part aussi.

Un jour voulant dissoudre de l'or, je pris par mégarde la fiole où étoit le flegme de cette eau-regale; j'en versay sur de l'or pour le dissoudre; je le laissay dans une chaleur convenable pendant deux heures: la liqueur devint un peu jaunâtre, mais il ne se fit point de dissolution; ce qui me fit croire que j'avois pris de l'eau-forte au lieu de l'eau-regale. Pour m'en éclaircir j'en retiray l'or & je le pesay. Il parut n'avoir rien perdu de son poids; & j'y mis à la place un morceau d'argent. Je remis le vaisseau sur le feu; & aprés quelque tems je trouvay mon argent dissous en une bouë noire, sans m'être apperçû d'aucune ébullition laquelle se voit d'ordinaire tres-sensiblement dans la dissolution de l'argent: ce qui m'ayant parû extraordinaire, je voulus refaire avec plus d'attention une pareille operation sur l'argent. Je versay donc de la même fiole sur d'autre argent, que je mis en digestion comme devant: mais je fus fort étonné de ce qu'il ne se fit pas de dissolution comme il s'en étoit fait quelques heures devant dans des circonstances à peu prés égales. J'examinay avec soin quelle pouvoit être la difference essentielle qui avoit fait réüssir la premiere dissolution, & qui avoit fait manquer la seconde.

Je m'apperçûs d'abord que je ne m'étois pas servi d'eau-forte, comme je l'avois crû; mais que c'étoit du flegme de mon eau-regale, qui selon les observations connuës ne devoit pas dissoudre l'argent. Cependant l'ayant vû réüssir, je l'ay tenté une troisiéme fois en mettant d'abord ce

flegme en digeſtion pendant quelque tems avec l'or, comme j'avois fait la premiere fois. Il s'y eſt teint de même legerement en jaune. J'en ay retiré le morceau d'or, & j'ay mis de l'argent à la place: il s'y eſt diſſous ſans ébullition en une bouë noire, comme il avoit fait la premiere fois.

J'ay voulu refaire cette operation avec la même liqueur environ un an aprés. Elle a fait préciſément le contraire de ce qu'elle avoit fait en premier lieu; c'eſt à dire qu'elle a diſſous l'or fort ſenſiblement & avec ébullition, & elle n'a rien fait ſur l'argent. J'ay refait de nouvelle liqueur ſemblable à la premiere, qui a diſſous l'argent. J'ay laiſſé vieillir cette liqueur; & elle n'a plus diſſous l'argent, mais elle a diſſous l'or: de ſorte que les circonſtances qui m'ont parû neceſſaires pour faire diſſoudre l'argent dans ce flegme de l'eau-regale, ſont, qu'il ſoit premierement foible, qu'en ſecond lieu il ait été auparavant en digeſtion avec l'or; & que troiſiémement il ſoit nouveau diſtilé.

Il faut obſerver icy que ce flegme d'eau-regale eſt clair & ſans couleur comme de l'eau de riviere, avant que d'avoir été mis ſur l'or; qu'il devient jaune pendant qu'il eſt ſur l'or; & qu'il ſe noircit comme de l'encre pendant qu'il eſt ſur l'argent. Il faut encore obſerver qu'il ne diſſout l'argent qu'aprés avoir été pendant quelque tems en digeſtion avec l'or: Que l'argent ne paroît pas ſe diſſoudre dans cette liqueur de la même maniere qu'il fait dans l'eau-forte, dans laquelle il devient liquide & tranſparent comme de l'eau; au lieu que dans le cas dont il s'agit icy, il paroît ſe deſunir ſeulement & devient comme une bouë noire: Que tout cecy n'arrive que lorſque ce flegme eſt nouveau fait: Enfin que quand il a été gardé ſept ou huit mois dans un lieu un peu chaud, il produit des effets tout à fait contraires; c'eſt à dire qu'il diſſout ſenſiblement l'or qu'il ne paroiſſoit pas diſſoudre auparavant, & qu'il ne diſſout point du tout l'argent qu'il diſſolvoit auparavant.

Ces effets qui paroiſſent bizarres & extraordinaires, ſe peuvent réduire à deux obſervations principales. L'une eſt que cette liqueur ne diſſout l'argent qu'aprés avoir été en digeſtion

digestion avec l'or : l'autre est qu'elle dissout l'argent quand elle est nouvellement faite, sans qu'elle paroisse dissoudre l'or; & qu'elle dissout l'or quand elle est vieille, sans dissoudre l'argent.

Pour concevoir la raison de la premiere, sçavoir pourquoy le flegme de nôtre eau-regale ne dissout l'argent qu'aprés avoir été en digestion sur l'or; il faut considerer que ce flegme est une vraie eau-regale, mais fort foible, qui ne laisse pas de dissoudre une petite quantité d'or, quoiqu'il paroisse n'en point dissoudre; ce qui est assez marqué par la couleur jaune qu'il acquiert quand il a été pendant quelque tems sur l'or & qu'il teint les doigts en rouge brun. Il faut encore considerer que ce flegme ne consiste qu'en une tres petite quantité d'esprit de sel & en autant à peu prés d'esprit de nitre, qui nagent & qui sont dispersez en une grande quantité d'eau; & que ce peu d'esprit de sel & ce peu d'esprit de nitre ne se sont pas encore penetrez & mis en une seule matiere, & que par consequent ils peuvent encore agir chacun séparément sur le métail qui lui convient, c'est à dire, l'esprit de sel sur l'or, & l'esprit de nitre sur l'argent.

Et comme la presence de l'esprit de sel empêche l'esprit de nitre de dissoudre l'argent, & qu'au contraire la presence de l'esprit de nitre n'empêche pas l'esprit de sel de dissoudre l'or; cette liqueur qui contient en même tems ces deux esprits, ne sçauroit dissoudre l'argent que l'esprit de sel n'en ait été separé, ou qu'il soit occupé de maniere qu'il ne puisse empêcher l'esprit de nitre d'agir sur l'argent: ce qui arrive précisément quand on met cette liqueur pendant quelque tems en digestion sur l'or, parceque tout l'esprit de sel qu'elle contient est pour lors occupé & chargé d'autant d'or que ce peu d'esprit de sel est capable d'en dissoudre; de sorte que le reste de la liqueur devient à l'égard de l'argent comme s'il n'y avoit point d'esprit de sel, c'est à dire qu'elle devient une simple eau-forte, qui est le dissolvant ordinaire de l'argent. Mais ce peu d'or qui avoit été dissous auparavant par l'es-

prit de ſel, & qui reſte dans cette liqueur, ſe précipite lorſqu'on y met l'argent en une poudre noire, laquelle eſt capable de teindre toute la liqueur en noir: cette noirceur s'augmente à meſure que l'argent s'y diſſout, parceque l'or ne ſe précipite qu'à meſure que la diſſolution de l'argent ſe fait, cette diſſolution étant la cauſe unique de la précipitation de l'or.

La diſſolution de l'argent y eſt d'abord veritable, c'eſt à dire qu'elle s'y fait en liqueur tranſparente & claire comme elle ſe fait ordinairement par l'eau-forte. Mais comme elle ſe mêle à meſure avec celle de l'or qui avoit été faite par l'eſprit de ſel, & dont la confuſion ſe précipite toûjours réciproquement; il en réſulte un mêlange d'une chaux d'argent & d'une chaux d'or précipitées l'une par l'autre, qui produiſent cette bouë noire qui paroît aprés la diſſolution de l'argent.

Il ſera facile de trouver maintenant la raiſon de la ſeconde obſervation; ſçavoir, pourquoy le flegme de nôtre eau regale diſſout l'argent quand il eſt fraîchement fait, ſans qu'il paroiſſe diſſoudre l'or; & qu'il diſſout l'or quand il eſt vieux gardé, ſans diſſoudre l'argent. On n'a qu'à ſe ſouvenir de ce qui a été dit cy-deſſus, ſçavoir, que ce flegme eſt une vraïe eau-regale, mais fort foible, dans laquelle l'eſprit de ſel & l'eſprit de nitre nagent pêle-mêle, mais ſéparément & ſans ſe penetrer dans le tems qu'il eſt nouveau fait; & qu'alors ces deux eſprits ſont encore capables d'agir ſéparément l'un ſur l'argent & l'autre ſur l'or, comme nous l'avons vû dans l'explication precedente.

Mais ce flegme ayant été gardé pendant cinq ou ſix mois ou davantage dans un lieu non froid; les deux eſprits acides qu'il contient, ſçavoir, l'eſprit de ſel & l'eſprit de nitre, ſe penetrant & s'uniſſant peu à peu enſemble, ils produiſent une eau-regale inſéparable; de ſorte que mettant cette liqueur ſur l'or, les deux acides qu'elle contient n'agiſſant plus ſéparément l'un comme eſprit de ſel & l'autre comme eſprit de nitre, mais de concert comme

une ſimple eau-regale, ils diſſolvent enſemble autant d'or qu'ils ſont capables d'en diſſoudre, ſans toucher jamais à l'argent, ſoit devant ou aprés la diſſolution de l'or.

Et comme par l'union de ces deux eſprits, celui du nitre eſt devenu auſſi un diſſolvant de l'or, ce qu'il n'étoit pas auparavant; nôtre liqueur étant vieille doit diſſoudre le double de l'or de ce qu'elle étoit capable d'en diſſoudre étant nouvellement faite: ce qui a été la cauſe de l'apparence qu'elle ne diſſolvoit point l'or étant nouvelle, & qu'elle en diſſolvoit étant vieille.

Cette operation a ſéduit un des plus grands Chimiſtes de l'Europe. Il a crû voir dans cette bouë noire non-ſeulement une diſſolution de l'argent par l'eau-regale, mais de plus une veritable tranſmutation de l'argent en or. Mais en l'examinant avec un peu d'attention, on découvre ſans peine que dans toute cette operation il n'y a rien d'extraordinaire, & que bien loin d'y trouver une vraïe tranſmutation de l'argent en or, il n'y a qu'une fauſſe apparence d'une diſſolution de l'argent par l'eau-regale; toutes les obſervations y étant communes & ordinaires, pourvû qu'on en éclairciſſe les cauſes & les circonſtances, comme nous venons de le faire.

REFLEXIONS

Sur les apparences du corps de la Lune.

PAR M. DE LA HIRE.

LEs premiers hommes qui s'appliquerent à la contemplation des corps celeſtes, conſidererent d'abord leurs mouvemens pour en tirer quelque utilité par rapport à la vie. Le Soleil fut le premier qui reglant le cours de la journée, & diviſant les ſaiſons leur fourniſſoit ce qui étoit neceſſaire pour la culture de la terre, qui étoit la principale occupation de ces tems-là. Cet aſtre leur mar-

1706. 14. Avril

quoit la durée des tems par sa révolution entiere sur les étoiles du firmament, & c'est ce qu'ils appellerent une année. Mais cette année composée de 365 jours étoit de trop longue durée pour déterminer les differens accidens de la vie qui arrivent chaque jour : c'est-pourquoy ils eurent recours au second luminaire qui est la Lune, & qui parcouroit tout le Ciel en moins de 30 jours. Cet espace de tems leur servit à partager l'année en 12 parties à peu prés qu'ils appellerent *Lunes* ou *Lunaisons*, & c'est par le moyen de ces deux divisions du tems que les faits de l'antiquité la plus reculée & l'ordre dans lequel ils sont arrivés, sont parvenus jusqu'à nous, sans qu'on pût y remarquer aucune erreur, si nous n'étions dans l'incertitude des Epoques differentes dont ils se sont servis, & s'ils n'avoient supposé plusieurs connoissances tres-communes dans leurs tems, dont ils ne pensoient pas que la memoire pût jamais être éteinte.

C'en étoit assez pour l'utilité de la vie, & même en quelque façon pour la curiosité, si l'esprit de l'homme qui n'est jamais content de ce qu'il posséde, ne s'étoit porté à contempler avec attention les corps mêmes de ces astres. Le Soleil étoit trop lumineux pour le regarder, & si on le voyoit quelquefois au-travers d'un broüillard épais, on ne remarquoit aucune inégalité sur son corps; toutes les étoiles étoient trop petites, il ne restoit donc que la Lune qu'on pût voir tres-facilement avec toutes les taches qui paroissent sur son disque.

Cet astre fit d'abord leur admiration, en considerant qu'il ne tournoit jamais vers la terre qu'un même côté de son globe, ce qu'on remarquoit par le moyen des taches qui y sont si sensibles & si bien distinguées.

Ce sont ces mêmes Astronomes qui considerant attentivement les phases de la Lune, jugerent bien-tôt qu'elle recevoit sa lumiere du Soleil, & qu'elle devoit être d'une matiere solide, puisque tout ce qu'ils pouvoient y appercevoir ne leur paroissoit sujet à aucun changement. Cependant l'attention qu'ils apportoient à observer la

Lune fit bien-tôt naître entr'eux plusieurs disputes. Ils remarquoient quand la Lune étoit dans son croissant ou dans son décours, qu'on ne laissoit pas de voir dans un tems serein tout le corps de l'astre & même ses taches; d'où quelques-uns avancerent que la Lune avoit en elle-même un principe de lumiere foible qui la faisoit paroître, quoiqu'elle ne fût point éclairée du Soleil: d'autres soûtenoient que son corps quoique solide, étoit d'une matiere un peu transparente, & que quelques rayons du Soleil passant au travers communiquoient une foible lumiere à la partie obscure. Mais Tycho n'étant pas content de ces hypotheses, s'imaginoit que cette lumiere venoit de Venus, ce qui étoit bien moins vrai-semblable que les anciennes suppositions. Enfin Mœsthlinus maître de Kepler termina toutes ces disputes, en donnant une raison de ce Phenomene que tous les Sçavans ont embrassée, comme Kepler le rapporte dans ses Paralipomenes sur Vitellion page 254, où il dit qu'il ne faut point chercher ailleurs cette seconde lumiere de la Lune, que des rayons du Soleil reflechis sur la terre vers la Lune, qui l'éclairent assez pour la faire paroître de la terre, comme il arriveroit si de la Lune on regardoit la terre qui seroit éclairée par la Lune, lorsqu'elle y paroît pleine ou aux environs.

Aussi l'on avoit remarqué que cette seconde lumiere de la Lune étoit bien plus forte & plus vive lorsque la Lune étoit encore proche du Soleil, que quand elle en étoit éloignée, & c'est ce qui confirme cette hypothese. Car quand la Lune n'est que peu éloignée du Soleil, la partie obscure reçoit par reflexion la lumiere de toute la surface de la terre qui lui est opposée, & qui est toute éclairée à son égard: mais quand la Lune est dans les quartiers, il n'y a plus que la moitié de cette surface de la terre tournée vers la Lune laquelle soit éclairée, & par consequent elle renvoïe vers la Lune une lumiere bien plus foible qu'auparavant.

Mais on étoit encore peu avancé dans la connoissance du corps de la Lune avant la découverte des Lunetes

d'approche. Galilée ayant fait au commencement du Siecle passé les plus grandes qu'on vît alors, publia en 1610 dans son *Nuntius sidercus*, les merveilles qu'il avoit découvertes sur le corps de cet astre. Il apperçût que c'étoit un corps fort raboteux, & couvert en partie d'une infinité de montagnes qui étoient beaucoup plus hautes que celles de la terre, quoique la Lune fût beaucoup plus petite, & il en donne une démonstration, & que ces montagnes environnoient pour la plûpart une infinité de lacunes & les grandes taches obscures qu'on voyoit à la vûë simple, & enfin que c'étoit une verité dont on ne pouvoit pas douter, puisqu'on voyoit l'ombre de ces montagnes les unes sur les autres, & sur les endroits les plus unis qui sont les grandes taches obscures.

Les Lunetes de Galilée étoient assez bonnes pour découvrir une partie de ce qu'on peut voir sur le corps de la Lune; mais celles qu'on a faites depuis, qui sont bien meilleures & beaucoup plus grandes, nous ont donné plusieurs connoissances qu'il n'avoit pas: aussi ne pouvoit-il pas donner toute son attention à chaque objet en particulier, à cause de la grande quantité de nouveautés qu'il découvroit de tous côtés dans le Ciel.

L'une des plus considerables remarques qu'on puisse faire sur les apparences du corps de la Lune, c'est que si l'on compare toutes les montagnes & les cavités qu'on y voit distinctement dans les endroits où la partie éclairée se termine avec l'obscure, avec ces mêmes parties lorsque le Soleil les éclaire en face, à peine peut-on les reconnoître. Plusieurs de ces montagnes & cavités disparoissent entierement, & plusieurs parties lumineuses & brillantes s'y découvrent qu'on n'y voyoit point auparavant. Cependant il est certain que ces parties lumineuses ne le sont point d'elles-mêmes. Par exemple, on voit dans la pleine Lune de grands rayons lumineux tout autour de la cavité ou tache qu'on appelle *Tycho*, qui ne paroissent point sur les montagnes & sur les taches par où ils passent, lorsque ces parties sont éclairées de côté, & qu'elles se rencon-

trent ſur le bord de l'ombre. Cette même tache qui paroît fort claire quand elle eſt éclairée en face, n'eſt qu'une petite cavité avec une montagne au milieu, qui n'eſt point differente d'une infinité d'autres qui ſont aux environs. De même la petite tache qu'on appelle *Ariſtarque*, qui eſt ſi brillante que quelques-uns ont crû que c'étoit un Volcan, & qu'elle avoit une lumiere particuliere qui la rendoit plus claire que tout le reſte de la Lune, n'eſt pourtant qu'une petite cavité qu'on ne peut diſtinguer qu'à peine des autres qui l'environnent quand elle eſt ſur le bord de l'ombre.

Il me ſemble qu'on ne peut pas dire que toutes ces parties lumineuſes ſoient des eſpeces de Phoſphores qui s'allument à proportion que le Soleil les éclaire directement, & qui paroiſſent ſans lumiere quand le Soleil les éclaire de biais ou par le côté, puiſqu'elles font encore le même effet dans l'obſcurité quand la Lune n'eſt plus éclairée que de la terre par reflexion. Il ſemble bien plus naturel d'en rechercher la cauſe dans la figure de ces parties & dans la reflexion des rayons du Soleil, qui y rencontrant une eſpece de miroir concave qui ne ſeroit pas parfaitement poli, & dont la ſuperficie ſeroit fort blanche, frapperoit l'œil comme une veritable lumiere : car ſi ces cavités étoient polies, on n'y appercevroit qu'un petit point lumineux, ce qui eſt connu de tous ceux qui ſçavent l'Optique.

Pour m'en éclaircir par l'experience, j'ay fait autrefois en relief une petite partie de quelques taches qui ſont ſur le corps de la Lune ; & l'ayant expoſée au Soleil en differentes manieres, elle rendoit à peu prés la même apparence que la partie de la Lune qu'elle repreſentoit.

Il faut remarquer que la grande blancheur de ces cavités contribuë beaucoup à cet effet : car comme la blancheur n'eſt qu'une reflexion toute pure des rayons du Soleil ; ſi ces cavités ſont blanches, elles ſont propres à renvoyer la lumiere, & elles la renvoyeront plus fortement vers l'œil à cauſe de la diſpoſition où elles ſont dans la

figure concave, enſorte que cette cavité paroîtra toute brillante lorſque le Soleil l'éclairera en face : mais cette lumiere diminuëra peu à peu à proportion que les rayons y viendront de côté leſquels ne pourront plus ſe reflechir vers l'œil, ce qui lui fera perdre en partie ſon éclat, outre l'ombre du bord de la cavité dans la cavité même qui l'obſcurcira beaucoup.

Il n'en eſt pas tout à fait de même de ces rayons lumineux qui partent de la tache appellée Tycho. Il faut conſiderer que le corps de la Lune n'eſt que comme un bas relief dont on apperçoit diſtinctement toutes les parties quand la lumiere l'éclaire de côté ; mais ſi elle l'éclaire en face, à peine peut-on en diſcerner la figure à une diſtance mediocre ; & s'il arrive que pluſieurs éminences & cavités ſe trouvent également éclairées dans un certain aſpect du Soleil, alors il ne paroîtra plus aucune interruption entre ces cavités & ces montagnes, & c'eſt ce qui fait que la figure apparente de la pleine Lune eſt ſi differente de la vraïe figure de la Lune. C'eſt auſſi la raiſon de l'apparence des rayons qui ſortent de Tycho ; car dans les endroits où on les voit quand la Lune eſt pleine, on n'apperçoit plus les éminences ni les enfoncemens qui y ſont, & par un hazard de leur diſpoſition les uns à l'égard des autres, ils forment en cet endroit ces grandes traînées de lumiere : Il faut pourtant en excepter quelques endroits où l'on voit que ces rayons ſont formés en partie par la figure des corps qui reflechiſſent plus vivement la lumiere, & en partie par leur blancheur lorſqu'ils ſe continuënt dans les grandes taches obſcures.

Au reſte tout le corps de la Lune paroît d'une matiere ſolide contre l'opinion des Pytagoriciens, qui croyoient que la Lune étoit une ſeconde terre, dont la partie blanche étoit la terre & les taches obſcures les mers. C'eſt en quelque façon ſur ce ſyſtême que nous donnons à ces grandes taches des noms de mers, comme *la mer des pluïes*, *la mer des criſes*, *&c.* quoiqu'en effet il ne paroiſſe ſur cet aſtre aucune partie qui ſoit liquide, puiſque dans ces taches

ches obſcures on apperçoit quelques cavités ſemblables à celles qui ſont dans la partie blanche.

Nous avons auſſi reconnu dans pluſieurs rencontres ou conjonctions des étoiles & des Planetes avec la Lune, qu'elle n'avoit autour d'elle aucune Atmoſphere ſenſible, puiſque ces corps ne ſouffroient aucune refraction en s'en approchant ni même en la touchant.

Mais aprés toutes les obſervations exactes que nous faiſons des parties du corps de la Lune, ce ne ſera que dans la ſuite des tems qu'on pourra être aſſuré que ce corps ne ſouffre aucune alteration en lui-même, au moins telle que nous puiſſions la découvrir; & il eſt certain que s'il lui arrivoit des changemens auſſi grands qu'il en eſt arrivé ſur la terre en certains tems, on pourroit tres-bien s'en appercevoir, puiſqu'un eſpace auſſi grand que la ville de Paris ſur le corps de la Lune, nous paroît avec nos grandes Lunetes d'approche de 20 ou 30 piés de longueur, ſous un angle de 4 minutes & plus, ou bien en diametre de la huitiéme partie du diametre de la Lune à la vûë ſimple, puiſqu'elles augmentent de 100 fois la longueur des objets & la ſuperficie de 10000 fois: car ſi Paris étoit placé au milieu du diſque de la Lune, nous en verrions la longueur avec ces Lunetes, auſſi grande que nous voyons à la vûë ſimple une des taches du corps de la Lune, dont le diametre ſeroit égal à la huitiéme partie du diametre de cet aſtre, & une telle tache nous eſt tres-ſenſible & fort facile à bien diſtinguer à la vûë ſimple, puiſqu'elle ſeroit auſſi grande que celle que nous appellons *Mare criſium*, qu'on y voit fort diſtinctement ſans Lunetes.



DEMONSTRATION

De l'apparence d'un objet aussi grand que la ville de Paris sur le corps de la Lune avec une Lunete de ving-cinq piés de foyer.

PAR M. DE LA HIRE.

1706. 28. Avril.

UN objet vû de la terre sur la Lune, ou vû de la Lune sur la terre, paroît sur un même angle.

Or Paris contient sur la terre plus de deux minutes, & le sinus de 2′ par rapport au rayon est comme $58\frac{1}{10}$ à 100000, prenons comme 60 à 100000, ou bien comme 6 à 10000, ou bien comme 3 à 5000.

Mais si l'on regarde de la Lune cette partie de 3 avec une Lunete de 25 piés de foyer, à qui l'on ne donneroit qu'un oculaire de 3 pouces de foyer, quoiqu'elle en puisse porter un plus fort, laquelle par consequent augmentera l'objet 100 fois, elle le fera paroître sous un angle 100 fois plus grand.

Donc Paris placé sur le milieu du disque apparent de la terre, vû de la Lune avec une de ces Lunetes de 25 piés, sera en apparence au demi diametre de la terre, comme 300 à 5000, ou comme 3 à 50.

Mais posant le diametre de la Lune de la moitié du demi diametre de la terre comme il est à peu prés, & Paris étant transporté sur le corps de la Lune au milieu, il y paroîtra en longueur par rapport au diametre de la Lune comme 3 à 25: il y paroîtra donc à peu prés d'une huitiéme partie de ce diametre, car 3 est à peu prés la huitiéme partie de 25.

Et enfin la tache appellée *Mare crisium* est de cette grandeur; c'est-pourquoy Paris étant placé sur le milieu du disque de la Lune, y paroîtroit avec une Lunete de 25 piés, comme y paroît *Mare crisium* à la vûë simple. *Ce qu'il falloit démontrer.*

On ne juge pas de cette augmentation comme elle eſt en effet ; car il n'y a perſonne qui regardant la Lune avec une de ces Lunetes, puiſſe ſe perſuader qu'il voit le diametre de la Lune ſous un angle de 50 degrés, qui ne paroît à la vûë ſimple que ſous un angle d'un demi degré, & par conſequent on voit le diſque de la Lune avec ces Lunetes 10000 fois plus grand qu'à la vûë ſimple, quoiqu'on ne le juge ordinairement que 4 ou 5 fois plus grand, à moins qu'on n'en faſſe la comparaiſon en regardant la Lune avec les deux yeux tout enſemble, dont l'un eſt appliqué à la Lunete & l'autre eſt libre ; car on peut alors faire paroître la Lune qu'on voit à la vûë ſimple ſur celle qu'on voit par la Lunete, d'où l'on peut juger de la grande augmentation par la Lunete.

DECOUVERTE

D'une nouvelle Etoile qui paroît, & qui diſparoît en divers temps.

PAR M. MARALDI.

ON avoit découvert le Siecle paſſé dans la Conſtellation de la Balene & dans celle du Cigne deux Etoiles fixes, qui paroiſſent & qui diſparoiſſent par des periodes à peu prés regulieres. Nous en avons trouvé preſentement une troiſiéme dans la Conſtellation de l'Hydre, qui ſuivant les obſervations que nous en avons faites depuis quelques années, a la même proprieté que les deux précedentes.

1706. 14. Avril.

Cette Etoile ne ſe trouve point dans les Cartes celeſtes de Bayer, ni dans les anciens Catalogues ; mais parmi les remarques manuſcrites que M. Montanari a faites ſur ces Cartes, & qui nous ont été communiquées à Rome par M. Bianchini, on trouve qu'au mois d'Avril de l'année 1672 il marqua une Etoile de la quatriéme grandeur en

ligne droite, avec les deux dernieres de la queuë de l'Hydre, autant éloignée vers l'Orient de la derniere, que celle-cy l'est de l'antepenultiéme.

En comparant ces Cartes avec le Ciel au mois d'Avril de l'année 1702, nous ne vîmes point cette Etoile à la vûë simple, & nous n'en pûmes pas voir aucun vestige avec la Lunete, quoique nous l'aïons cherchée avec toute l'attention possible.

L'habileté & l'exactitude de cet Astronome ne nous permit pas de revoquer en doute cette observation. La pensée que nous eûmes fut que cette Etoile se trouvoit alors dans le Ciel comme il l'avoit marquée sur la Carte, & qu'elle avoit depuis disparu; ce qui nous rendit attentif à considerer cet endroit du Ciel, dans l'esperance que l'Etoile pourroit dans la suite se rendre de nouveau visible.

Prés de deux ans se passerent avant que nous la puissions appercevoir; mais enfin nous la vîmes à l'Observatoire Royal au commencement de Mars de l'année 1704, au même endroit du Ciel où elle avoit été marquée 34 ans auparavant par M. Montanari. Elle étoit égale aux Etoiles de la quatriéme grandeur, & plus belle que l'antepenultiéme de la Constellation de l'Hydre. Nous continuâmes de la voir à peu prés de la même grandeur jusqu'au commencement d'Avril de la même année. Dans la suite elle alla en diminuant peu à peu, passant par divers degrés de grandeur & de lumiere, jusqu'à la fin de May de la même année qu'elle se perdit entierement à la vûë simple, ayant été visible pendant trois mois depuis la premiere fois que nous l'apperçûmes. Aprés que nous l'eûmes perduë à la vûë simple, nous continuâmes de la voir encore avec la Lunete durant un mois, pendant lequel temps elle diminua toûjours jusqu'à ce qu'elle disparut entierement.

Nous avons été ensuite attentifs à chercher cette Etoile toutes les fois que le temps l'a permis, & que la partie du Ciel où elle se trouve a été dégagée des rayons du Soleil. Depuis le mois de Juin de l'année 1704 nous n'avons pû

la voir que vers la fin de Novembre de l'année derniere 1705, lorſque cette partie du Ciel commençoit à ſortir le matin des rayons du Soleil. Pour lors elle étoit ſi foible qu'on n'auroit pas été certain de ſon retour, ſi on ne s'en fût aſſuré en l'obſervant avec la Lunete, & en déterminant ſa ſituation par rapport aux Etoiles voiſines que nous trouvâmes préciſément la même que les années precedentes. Elle a depuis continué toûjours à diminuer, de ſorte qu'à la fin de Janvier de cette année 1706 on avoit de la peine à la voir même avec la Lunete.

On voit donc par ces obſervations que cette Etoile reſte quelques mois viſible, qu'aprés avoir diſparu pendant pluſieurs mois, elle commence à paroître de nouveau, & qu'elle augmente enſorte qu'elle égale les Etoiles de la quatriéme grandeur.

Il y a beaucoup d'apparence qu'elle a toûjours été ſujette aux mêmes variations que nous obſervons depuis quelques années, quoique nous n'aïons point de connoiſſance que ces changemens aïent été remarquez auparavant.

Ayant examiné les obſervations qu'Hevelius a faites des Etoiles fixes, & qu'il a publiées dans ſon Ouvrage intitulé *Machina cœleſtis*, nous avons trouvé que le 18 & le 19 Avril de l'année 1662, il obſerva les diſtances d'une Etoile de l'Hydre à l'égard de deux autres, dont une eſt dans le genou du Serpentaire, l'autre eſt la luiſante du Serpent. Ces diſtances donnent la ſituation de cette Etoile telle à peu prés que nous l'avons trouvée par nos obſervations; ce qui fait connoître qu'elle étoit alors viſible & de la cinquiéme grandeur, quoique cet Aſtronome n'ait point remarqué ces variations, & qu'il la regardât comme une de ces Etoiles ordinaires qui ne ſont point marquées dans les Catalogues.

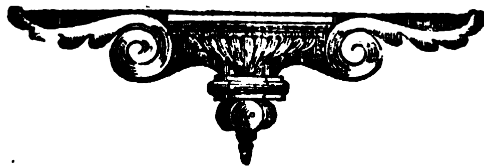
Pour repreſenter les differens intervales de 8, de 34 & de 42 années qui ſont entre les obſervations d'Hevelius, de Montanari & les premieres des nôtres, dans l'hypotheſe que l'Etoile a paru & diſparu pluſieurs fois durant

ces intervales, nous ne trouvons point de periode plus propre que celle de deux années.

Les obſervations que nous avons fait depuis quatre années, nous obligent en même temps à reconnoître des grandes inégalités dans cette periode, y ayant un intervale de 26 mois depuis la premiere fois que nous apperçûmes qu'elle avoit diſparu juſqu'à la ſeconde occultation, & ſeulement 18 mois depuis la ſeconde occultation juſqu'à la derniere. Des ſemblables inégalités s'obſervent auſſi dans les retours des deux Etoiles de la Balene & du Cigne, quoique la révolution de l'Etoile de la Balene ſoit pour l'ordinaire de 11 mois, & celle de l'Etoile du Cigne ſoit de 13 mois.

On peut expliquer l'apparition & l'occultation de l'Etoile de l'Hydre par la même hypotheſe que M. Boüilland a expliqué les apparitions de l'Etoile de la Balene, en ſuppoſant qu'elle eſt un globe en partie lumineux, & en partie obſcur; qu'il tourne autour de ſon axe, & preſente à la terre tantôt la partie lumineuſe qui nous rend l'Etoile viſible, tantôt la partie obſcure qui nous la rend inviſible; que la révolution autour de ſon axe s'acheve dans l'intervale de temps qui eſt entre une apparition de l'Etoile & l'autre, & qui eſt environ de deux ans dans l'Etoile de l'Hydre.

Pour ce qui eſt des inégalités que l'on obſerve dans cette révolution, on les peut expliquer ſuivant l'hypotheſe de M. Caſſini, en ſuppoſant que l'axe autour duquel ſe fait la révolution de l'Etoile s'incline diverſement à la terre en differentes années.



DIVERSES EXPERIENCES ET OBSERVATIONS CHIMIQUES ET PHYSIQUES.

Sur le Fer & sur l'Aimant.

PAR M. LEMERY le fils.

LE Fer est de tous les metaux le plus commun, & cependant celui qui merite davantage l'attention des Physiciens & des Medecins. Les Physiciens trouvent dequoi s'occuper en considerant avec quelle facilité la matiere magnetique passe au travers de ses pores, & les effets surprenans qu'elle produit sur ce metal; & les Medecins ne peuvent assez l'étudier, puisqu'il est souvent un excellent specifique dans plusieurs maladies. D'ailleurs il entre dans la composition d'un grand nombre d'eaux minerales, non-pas sous sa forme metallique, mais sous une autre qu'il a acquise en s'unissant avec differens sels, & l'on peut dire qu'il fait la principale & peut-être la seule vertu de ces eaux. Il est donc important de s'instruire le plus qu'il est possible de la nature particuliere de ce metal, des differentes metamorphoses dont il est susceptible, & de celles qui peuvent le rendre plus ou moins propre à produire de bons effets dans nos corps. C'est dans cette vûë que j'ai fait un assez grand nombre d'experiences, dont je ne rapporterai presentement que quelques-unes, par lesquelles j'espere faire voir, 1°. Que le Fer se décompose assez facilement. 2°. Quels sont les principes dont il est composé. 3°. Que le Fer n'est soûmis à l'action de la matiere magnetique que par une partie de lui-même, qui étant separée des autres, n'en reçoit ensuite que mieux

1706. 14. Avril.

cette matiere dans ses pores ; & enfin comment on peut conjecturer que le Fer se prépare, & s'altere dans les entrailles de la terre pour devenir ensuite la matiere la plus propre à faire de bon Aimant.

En faisant les trois premieres experiences dont je vais parler dans la suite, je voulois m'éclaircir de deux choses. 1°. Si dans les matieres où l'on sçavoit certainement que le Fer avoit entré, & où il n'en restoit plus de vestige, il avoit tout à fait changé de nature, ou s'il étoit réductible dans sa premiere forme ; car quoique les autres metaux se revivifient, on avoit lieu de soupçonner qu'il pouvoit bien n'en pas être de même du Fer qui est un metal grossier, indigeste, dont on tire par la Chimie un soufre sensible, & qui semble ne devoir produire ses effets dans certaines maladies qu'en se décomposant dans nos corps.

2°. Comme l'on fait un vitriol semblable au vitriol commun avec le Fer & avec plusieurs esprits acides, je voulois sçavoir si l'on ne pourroit point trouver quelque marque de Fer dans le vitriol commun, pour me convaincre encore plus que je ne l'étois, que le vitriol naturel se forme dans les entrailles de la terre, avec les mêmes matieres, & de la même maniere que nous en faisons dans nos laboratoires.

Pour satisfaire à ces deux vûës, je pris trois sortes de matieres : la premiere étoit un vitriol de Mars que j'avois fait à la maniere ordinaire avec la limaille de fer, & avec l'esprit de vitriol. Je passai sur ce vitriol artificiel, & autant sec qu'il le pouvoit être, une lame d'acier aimantée, qui n'y fit pas la moindre chose. Je le mis ensuite dans une cornuë, & je le distillai à grand feu : j'eus un esprit acide, mais qui sentoit si fort le soufre commun, qu'il étoit impossible de tenir un moment le nez dessus. Cette odeur se conserve long-temps aprés la distillation de ce vitriol ; car elle a duré plus de cinq mois & dure encore assez fortement. La matiere restée dans la cornuë étoit rouge, sentant aussi beaucoup le soufre commun, c'étoit un

un veritable colcotar. J'y passai une lame d'acier aimantée qui n'y fit rien.

Il est à remarquer que cette matiere s'humecte facilement à l'air, principalement quand on ne lui a pas enlevé pendant la distillation autant d'acides qu'on le pouvoit faire, & il se forme à la surface de ce colcotar plusieurs floccons d'une matiere grasse, jaunâtre, & qui ressemble beaucoup au soufre commun; je mis ce colcotar dans un creuset recuit & tres-sec, je plaçai ce creuset dans un fourneau de fonte, & aprés que la matiere qui étoit dedans eut été poussée par un feu tres-violent, & qu'elle eut jetté une forte odeur de soufrre commun, elle devint noire, rarefiée, & fut attirée par l'Aimant du moins aussi fortement que le fer ou l'acier.

La seconde matiere dont je me suis servi étoit de la roüille de fer réduite en poudre, qui étoit autant parfaite qu'elle pouvoit l'être, & sur laquelle l'Aimant ne produisoit presque plus aucun effet. Cette seconde matiere poussée dans le même fourneau par un aussi grand feu que la premiere, jetta une forte odeur de soufre commun, & enfin devint noire, & fut aisément attirée par une lame d'acier aimantée, mais non-pas tout à fait si bien que la précedente.

La troisiéme matiere sur laquelle j'ai travaillé étoit du colcotar resté dans la cornuë aprés la distillation du vitriol d'Angleterre, & adouci autant qu'il avoit été possible avec de l'eau commune. En cet état il n'a rien fait avec l'Aimant; mais aprés avoir été poussé par un feu semblable à celui des deux premieres operations, & avoir donné une forte odeur de soufre commun, il s'est réduit en une matiere noire pareille à celle qui avoit été tirée du vitriol artificiel distillé, & ensuite calciné par un feu de fonte. Cette derniere operation nous prouve certainement que le vitriol commun ne differe point de celui que nous faisons; & elle nous apprend en quoi consiste la nature particuliere du colcotar, qui est un remede dont on se sert beaucoup en Medecine.

En examinant les trois matieres qui m'étoient restées aprés les operations dont je viens de parler, je crus d'abord que le Fer s'étoit revivifié en sa premiere forme; cependant cette forte odeur de soufre commun qui s'étoit fait sentir dans chacune des trois operations, me donna lieu de penser que le Fer pouvoit bien avoir perdu en cette occasion une assez grande quantité de parties essentielles, pour être ensuite different de ce qu'il étoit auparavant. Je fis donc pour m'en convaincre quelques experiences sur le fer & l'acier, & en même tems sur ces trois matieres. Voici les differences que j'y remarquai.

1°. Les grains de ces trois matieres s'écrasent facilement, soit dans un mortier, soit entre deux instrumens d'acier trempez; & des grains de même volume de fer ou d'acier s'y applatissent plutôt que de s'y écraser.

2°. La limaille de fer, & particulierement celle d'acier étant jettée sur les charbons ardens, ou dans la flamme d'une bougie, s'y allument & petillent fortement, ce qui n'arrive point à nos trois matieres réduites en poudre.

3°. Je n'ai point remarqué que ces matieres se roüillassent à l'humidité, ni dans les eaux douces & salées, comme le fer.

4°. Plusieurs sucs doux & aigres des vegetaux qui tirent fort aisément & en assez peu de tems de fortes teintures du fer & de l'acier, ne font rien aprés un long-tems sur ces matieres. Cependant j'ai remarqué que la matiere tirée de la roüille donnoit avec quelques-uns de ces sucs un peu de teinture; on en verra la raison dans la suite.

5°. L'eau-forte & l'esprit de nitre qui fermentent si violemment avec le fer ne font rien du tout sur les trois matieres.

6°. L'esprit de sel qui fermente assez fortement avec le fer, & l'esprit de vitriol qui aprés une fermentation assez considerable réduit le fer en vitriol, demeurent tranquilles avec ces trois matieres, & ne leur causent aucune alteration sensible.

Enfin l'huile de vitriol & les esprits d'alun & de soufre

verſez ſur ces trois matieres, n'y paroiſſent pas d'abord faire aucun effet, ſi ce n'eſt l'eſprit de ſoufre qui y produit une ébullition ſi petite, & qui dure ſi peu, qu'à moins qu'on ne l'éxamine de prés & avec attention, on a bien de la peine à s'en appercevoir. Quand les eſprits dont il a été parlé ont reſté quelque tems ſur ces matieres, il ſe forme à leur ſurface une poudre blanche & un peu graſſe qui conſerve plus ou moins de tems ſa blancheur, & qui devient ſouvent rouge brune dans la liqueur même. Ces matieres autant alterées qu'elles le peuvent être, ſeparées de la liqueur qui étoit deſſus & ſechées, ſont enſuite attirées preſqu'auſſi-bien qu'auparavant par une lame d'acier aimantée, & n'ont tout au plus ſouffert en cette occaſion qu'une roüille tres-legere. A l'égard du fer & de l'acier, l'huile de vitriol & les eſprits d'alun & de ſoufre, leur cauſent des changemens bien plus conſiderables, que je rapporterai avec pluſieurs autres experiences deſtinées pour un ſecond Memoire ſur le fer. On peut donc dire en general que les liqueurs qui diſſolvent le plus parfaitement le fer, ſont à peine capables d'apporter une petite alteration aux matieres dont il s'agit.

De toutes les experiences que j'ai faites ſur le fer, je croi pouvoir conclure qu'il eſt composé d'une matiere terreuſe, unie intimement à une matiere huileuſe. Comme il ſe décompoſe aiſément par le ſecours des moindres acides, il ne paroît pas vrai-ſemblable qu'un principe auſſi propre à détruire ce metal, ſoit entré en grande quantité dans ſa compoſition; je croi même que moins les principes qui ont ſervi à le faire ont contenu d'acides, plus le metal qui en eſt provenu a été malleable & parfait. On dira peut-être qu'on trouve dans le fer des marques d'une aſſez grande quantité d'acides; mais je tâcherai de faire voir en parlant de la roüille, que ces acides ſont étrangers au fer; qu'avant que d'avoir produit quelque effet ſur le fer, ils n'y ſont point unis intimement, qu'en les chaſſant alors de ſes pores, il n'en devient que plus pur, & s'il m'eſt permis de parler ainſi, plus fer qu'auparavant,

ce qui n'arriveroit pas ſi ces acides faiſoient partie du fer; qu'enfin quand on leur a donné le tems & les moïens d'agir ſur ce metal & de s'y unir intimement, bien loin de ſervir à ſa compoſition, ils ne ſervent qu'à ſa deſtruction.

La partie huileuſe dont j'ai ſuppoſé que le fer étoit compoſé, ſe manifeſte par pluſieurs experiences, & entr'autres, 1°. Par la promptitude avec laquelle il s'allume étant jetté en limaille ſur la flamme d'une bougie. 2°. Parceque la vapeur ſulphureuſe qui s'éleve de ſa diſſolution par les eſprits acides, s'enflamme aiſément & produit en même tems une fulmination violente, & quelquefois brûle un eſpace de tems aſſez conſiderable; enfin par l'odeur forte de ſoufre commun qu'on apperçoit dans la diſtillation, & aprés la diſtillation du vitriol naturel & du vitriol artificiel, & dans le tems qu'on pouſſe par un grand feu leurs colcotars & la roüille de fer. Cependant cette odeur ne prouve pas que le ſoufre commun, comme ſoufre commun entre dans la compoſition du fer: elle prouve ſeulement que le fer aïant été penetré par des acides qui lui ſont étrangers, ces acides ſe ſont unis intimement à ſa partie huileuſe, comme il ſera expliqué dans la ſuite, & ont formé par cette union un ſoufre commun veritable qui ſe fait ſentir en ſortant par la force du feu, des pores de la partie terreuſe du fer où il étoit contenu.

Il paroît par cette explication, & par les trois operations rapportées au commencement de ce Memoire, que les acides ſont neceſſaires pour détacher les parties huileuſes du fer, & pour en priver enſuite ce metal avec l'aide du feu. En effet, le feu ſeul peut bien enlever quelques-unes de celles qui tiennent le moins au fer; mais pour les autres, il faut un intermede du moins pour les emporter en moins de tems & avec plus de facilité, & cet intermede doit être capable par ſa nature de ſe faire jour dans le corps du fer, & de s'attacher ſi fortement aux parties huileuſes qu'il y rencontre, qu'ils ne faſſent plus enſemble qu'un même corps. Or les acides ont ces qualitez, & pluſieurs experiences Chimiques font connoître qu'ils ſer-

mentent aiſément avec les huiles, & qu'aprés la fermentation ils s'y uniſſent de maniere, qu'ils forment enſemble un troiſiéme corps, qui n'eſt ni ſi onctueux que l'huile, ni ſi piquant que l'acide, mais qui participe de la nature, & des effets de l'un & de l'autre.

La facilité que les huiles ont à fermenter & à s'unir avec les acides, me donne lieu de croire que le fer ne boüillonne & ne fermente avec eux que par ſa partie huileuſe penetrée par ces mêmes acides qui cherchent à ſe loger dans ſes pores, & qui par les ſecouſſes réïterées qu'ils lui cauſent, la détachent inſenſiblement de la partie terreuſe à laquelle elle étoit unie. Je prouve ce raiſonnement par deux faits. 1°. Parceque j'ai fait voir que quand le fer a été autant privé qu'il le peut être de ſa partie huileuſe, il ne fait plus rien avec les acides, excepté avec un ou deux qui lui cauſent ſeulement une ébullition tres-legere, que l'on peut encore attribuer avec beaucoup de vraiſemblance à un reſte de parties huileuſes tres-intimement engagées dans le corps de ſa partie terreuſe, & pour leſquelles il ne faut pas moins que des acides auſſi forts & auſſi propres à penetrer profondément ce metal. 2°. Parceque quand le fer n'a ſoufert qu'une perte mediocre de ſes parties huileuſes, il fermente à proportion de cette perte moins qu'auparavant avec les acides, comme on le va voir par l'experience ſuivante.

J'ai fait mettre en poudre du machefer, j'en ai emporté par pluſieurs lotions ce qui pouvoit y être de craſſe & de parties étrangeres, & aprés l'avoir ſeché, j'ai paſſé deſſus une lame d'acier aimantée, qui en a enlevé avec beaucoup de facilité pluſieurs grains; j'ai mis à part une bonne quantité de ces grains, & j'y ai verſé differens acides, qui y ont tous ſenſiblement moins fermenté qu'avec les limailles de fer & d'acier. Cependant ces grains ſe réduiſent en vitriol comme le fer ordinaire: mais ce qu'il y a de plus remarquable dans le machefer, c'eſt que l'eſprit de nitre n'y fait pas le moindre effet, ſoit que le feu en ait enlevé des parties mercurieles dont l'eſprit de nitre

eſt le diſſolvant, ſoit parceque le feu en a chaſſé les parties huileuſes les plus dévelopées, qui ſont peut-être les ſeules ſur leſquelles l'eſprit de nitre produit quelque effet. Il eſt à remarquer que la limaille de fer calcinée pendant quelques heures dans un creuſet, eſt parfaitement ſemblable au machefer par les mêmes experiences.

Les parties huileuſes qui ſe trouvent naturellement dans le fer, ne rendent pas ſeulement ce metal propre à fermenter avec les acides, elles ſervent encore à retenir ces acides dans les pores de la partie terreuſe du fer, & ſans elles les acides trouvant une trop grande capacité de pores, paſſeroient au travers ſans s'y arrêter, & par conſequent ſans y produire d'alteration bien ſenſible, comme les experiences faites ſur le fer autant dépoüillé qu'il a été poſſible de ſa partie huileuſe le prouvent ſuffiſamment. La maniere dont je conçois que les parties huileuſes du fer produiſent cet effet, eſt que s'étant liées pendant la fermentation avec les acides, elles en augmentent aſſez le volume pour les rendre propres à remplir exactement la capacité des pores du fer, & pour les obliger à y reſter.

De ce qui a été dit ſur la maniere dont les acides s'engagent & s'arrêtent dans les pores du fer, on conçoit aiſément pourquoi pluſieurs liqueurs qui tirent facilement une teinture du fer ordinaire, ne tirent rien de celui qui a été privé de ſa partie huileuſe, & pourquoi le fer qui contient encore toutes ſes parties huileuſes, ſe roüille par les moindres acides, pendant que celui qui les a perduës ne reçoit pas la moindre alteration de ces acides, & même d'acides beaucoup plus forts.

Peut-être m'objectera-t-on ſur ce que j'attribuë la cauſe de la roüille à des acides, que le fer n'en a pas beſoin pour ſe roüiller, puiſqu'une liqueur purement aqueuſe, ou du moins autant privée d'acides qu'elle le peut être, & verſée de tems en tems deſſus, ſuffit pour le réduire en roüille.

Je réponds que le fer aprés avoir été fondu & forgé, conſerve toûjours obſtinément dans ſes pores des matie-

res étrangeres & salines, pour lesquelles il a encore besoin d'être purifié de nouveau par des alkalis fixes & volatiles, dont tout le monde sçait que le propre est d'absorber les acides. Jusques-là ces sels ne produisent aucun effet bien sensible sur le fer, faute d'être suffisamment délayez, ils bouchent seulement assez les pores de ce metal pour empêcher un peu le passage de la matiere magnetique; aussi voit-on que l'acier qui n'est qu'un fer autant pur & dégagé des parties étrangeres en question qu'il le peut être, est beaucoup plus propre que le fer ordinaire pour les experiences magnetiques; il se roüille aussi beaucoup moins, ou parcequ'il contient déja moins de parties étrangeres, ou parceque ses pores étant plus serrez, il s'y en loge moins aisément de nouvelles. Mais pour revenir au fer quand il a été humecté par une liqueur purement aqueuse, les sels que nous avons supposé s'être logez dans ses pores étant détrampez, ils acquierent enfin assez de force pour s'unir intimement aux parties huileuses du fer, & pour le roüiller. On pourroit ajoûter que comme les pores du fer sont fort ouverts, & qu'il y reçoit aisément toute sorte de sels, les acides de l'air peuvent encore s'engager dans ses pores exterieurs, & étant humectez par une quantité suffisante de parties aqueuses, concourir avec les sels qui étoient déja dans le fer à la roüille de ce metal. Les sels sont donc absolument necessaires pour roüiller le fer, & en effet quand on veut faire de la roüille de fer plus parfaite que la précedente & en moins de tems, on n'a qu'à faire fondre un peu de sel dans l'eau dont on humecte ce metal.

Quand le fer a été réduit en vitriol, tous ses pores étant bouchez, la matiere magnetique n'y trouve plus de passage, & l'Aimant ne l'attire plus. Cependant on ne doit pas croire pour cela qu'il faille toûjours que tous les pores du fer soient aussi parfaitement bouchez pour rendre ce metal tout à fait hors d'état de pouvoir être attiré par l'Aimant. Nous avons une preuve du contraire dans le colcotar, sur lequel l'Aimant ne produit pas plus d'effet

que ſur le vitriol, quoiqu'il ait perdu dans la diſtillation une plus grande quantité d'acides qu'il ne lui en reſte, & qu'il ait par conſequent un grand nombre de pores qui ne ſont point dans le vitriol.

Le vitriol eſt un fer beaucoup plus chargé d'acides que n'eſt la roüille ; & comme les parties huileuſes du fer ne s'en détachent qu'à proportion des acides qui s'y ſont introduits, le feu en agiſſant dans nos trois prémieres operations ſur le vitriol & ſur la roüille, a dû chaſſer des pores du fer réduit en vitriol plus d'acides, & en même tems plus de parties huileuſes qu'il n'en a chaſſé de la roüille. Le fer roüillé conſerve donc aprés l'action du feu plus de parties huileuſes, que le fer réduit en vitriol ; c'eſt-pourquoi la matiere reſtée aprés la calcination de la roüille, donne encore quelque teinture à de certains ſucs de vegetaux, qui ne peuvent rien faire ſur celle qui eſt venuë du vitriol, comme il a déja été remarqué.

Plus le fer a été privé de ſa partie huileuſe, plus il s'écraſe & ſe briſe enſuite facilement. A l'égard de celui qui n'a rien perdu, ou du moins qui n'en a pas perdu beaucoup, il s'applatit plutôt que de s'écraſer. Cette difference vient de ce que les parties huileuſes qui ſe trouvent abondamment dans ce dernier, lient étroitement enſemble ſes parties terreuſes, le rendent malleable, & en un mot lui conſervent ſa qualité de metal. Dans l'autre au contraire les parties terreuſes manquant de cet intermede huileux propre à les unir enſemble, elles ſe ſéparent aiſément les unes des autres.

Le petillement qui arrive quand on jette de la limaille de fer ſur des charbons ardens ou dans la flamme d'une bougie, vient de ce que les parties huileuſes, qui ſont le moins attachées au corps du metal, ſe rarefient, s'enflamment, & ſortent avec impetuoſité des pores du fer. Le petillement eſt encore plus grand quand on ſe ſert de limaille d'acier ; parceque ſes parties huileuſes étant plus dégagées des parties étrangeres, elles s'enflamment plus puiſſamment, & trouvant plus de réſiſtance dans leur ſortie,

tie, parceque les pores de l'acier ſont plus petits que ceux du fer, elles font un plus grand bruit. Pour le fer qui a été dépoüillé de ſa partie huileuſe, il n'eſt pas étonnant qu'il ne produiſe plus le même effet.

Juſqu'ici nous nous ſommes ſuffiſamment étendus ſur la partie huileuſe du fer, qui eſt celle qui appartient davantage à la Medecine. 1°. Parceque c'eſt elle qui rend le fer propre aux experiences Chimiques que nous avons faites ſur ce metal; & en ſecond lieu parcequ'il y a lieu de croire que c'eſt particulierement par cette partie que le fer produit ſes effets ſalutaires dans pluſieurs maladies où il s'agit de ſubtiliſer le ſang, & de rompre les obſtructions qui ſe ſont formées dans les viſceres.

Je viens preſentement à la partie terreuſe du fer, qui eſt la ſeule qui le rende propre aux experiences magnetiques. En effet, plus le fer a été privé de ſa partie huileuſe, plus la matiere magnetique paſſe facilement & abondammment au travers de ſes pores; & comme cette matiere traverſe avec plus de facilité & en plus grande abondance les pores du bon Aimant, que ceux du fer le plus dégagé des parties étrangeres, ne pourroit-on pas conjecturer avec beaucoup de vrai-ſemblance que la matiere propre de l'Aimant eſt differente de celle du fer, parcequ'elle contient moins de parties huileuſes? ſoit que dans ſa premiere compoſition la matiere huileuſe ait été moins abondante que dans celle du fer; ſoit qu'elle ait perdu par la ſuite les parties huileuſes qu'elle contenoit auparavant, de la même maniere que le fer en a été privé par nos trois premieres operations. Ce qui ſemble encore confirmer cette conjecture, c'eſt que les experiences Chimiques que j'ai faites ſur le fer dépoüillé de ſa partie huileuſe, & que j'ai rapportées au commencement de ce Memoire, ſont parfaitement ſemblables aux mêmes experiences faites ſur l'Aimant réduit en poudre.

Ainſi ſuivant nôtre ſuppoſition le fer aura d'abord été penetré dans les entrailles de la terre par des acides, & ces acides s'étant unis intimement à ſa partie huileuſe, ils

feront enfuite fortis avec elle, foit par la fimple chaleur de la terre, foit par la violence de quelques feux foûterrains; & enfin les pores de la partie terreufe de ce métal étant devenus par ce moïen plus ouverts qu'ils n'étoient auparavant, le courant de matiere magnetique qui coule continuellement par les pores de la terre, trouvant un nouveau corps dans fon chemin qui lui offre un paffage tres libre, il aura continué à y couler, & aura dirigé de maniere fes pores, qu'il fera enfuite devenu propre à produire tous les effets magnetiques que nous remarquons dans l'Aimant.

Peut être m'oppofera-t-on que fi le fer n'étoit fujet à l'action de la matiere magnetique que par fa partie terreufe, toute terre pourroit produire le même effet, ce qui eft faux.

Je réponds qu'une matiere terreufe peut être differente de toute autre matiere terreufe par la figure & la grandeur de fes pores, & que les parties huileufes qui dans la formation du fer fe font unies intimement à fa matiere terreufe, ont pû mouler de maniere fes pores, qu'ils font enfuite devenus propres à admettre & à laiffer paffer librement la matiere magnetique.

Peut être m'objectera-t-on encore, que fi le fer dont nous avons enlevé prefque toute la partie huileufe, étoit fi femblable par fa nature à la matiere propre de l'Aimant, il auroit comme l'Aimant la qualité d'attirer.

Je réponds que pour que l'Aimant attire, il ne fuffit pas que fa matiere propre ait une tres-grande facilité à recevoir dans fes pores la matiere magnetique; il faut encore 1°. Que les parties integrantes de l'Aimant foient arrangées d'une certaine maniere les unes par rapport aux autres, pour donner deux poles à toute la maffe. 2°. Que ce corps ait fait une provifion de matiere magnetique fuffifante pour former autour un tourbillon; & l'on va voir que fans ces deux circonftances la matiere la plus propre à faire de bon Aimant ne feroit jamais un corps qui attirât.

Quand on preſente un Aimant tres-fort à un autre qui ne l'eſt pas tant, auſſi tôt l'on remarque pour l'ordinaire que ce dernier n'attire preſque plus ; parceque le tourbillon du meilleur Aimant rencontrant un tourbillon plus foible qui s'oppoſe à ſon mouvement, il eſt obligé pour continuer ſa route de le rompre & de l'enfoncer, & la plus grande partie de la matiere du moindre tourbillon ne pouvant plus ſuivre ſon cours ordinaire, elle ſe laiſſe entraîner par le courant du plus fort tourbillon, & elle abandonne d'autant plus volontiers l'Aimant à qui elle appartenoit auparavant, que les pores de celui à qui elle s'eſt nouvellement attachée, lui offrent apparemment un paſſage plus libre, & par conſequent plus facile. Cette premiere obſervation nous prouve que quoiqu'il ne manque rien à l'Aimant, & du côté de la matiere propre, & du côté de l'arrangement des parties integrantes ; il peut cependant faute d'une aſſez grande quantité de matiere magnetique, ne faire rien ou preſque plus rien de ce qu'il faiſoit auparavant.

Quand on laiſſe quelque tems ſur le feu un morceau d'Aimant, ou qu'on le preſente aux raïons du Soleil réünis par le miroir ardent, ſans l'y laiſſer aſſez de tems pour qu'il s'y vitrifie, il devient incapable d'attirer ; peut-être que dans l'un & dans l'autre de ces cas, la matiere de la lumiere ſans détruire la matiere propre de l'Aimant, en chaſſe d'abord la matiere magnetique, & enſuite diviſe & déplace aſſez quelques-unes de ſes parties interieures, pour changer l'œconomie & la direction des pores de toute la maſſe, & pour empêcher que la matiere magnetique ne puiſſe penetrer facilement d'un pole à l'autre. Peut-être auſſi que la matiere de la lumiere entraîne avec elle, & laiſſe dans les eſpeces de tuyaux qui aboutiſſent aux deux poles de l'Aimant, des particules qui quoique d'un volume peu conſiderable, ſont neanmoins capables de former obſtruction dans quelque endroit de ces tuyaux, & d'interrompre par-là la circulation de la matiere magnetique. L'Aimant qui a perdu ſa vertu d'attirer par le

feu ordinaire ou par le Soleil, étant réduit en poudre, eſt attiré avec autant de facilité par une lame d'acier aimantée, que la poudre du meilleur Aimant, & l'une & l'autre poudre par les experiences Chimiques, dont il a été parlé, ſe reſſemblent parfaitement. Cette ſeconde obſervation nous fait voir que ſans que la matiere propre de l'Aimant ait reçû d'alteration ſenſible, le moindre changement dans l'arrangement de ſes parties integrantes & dans la direction de ſes pores ſuffit pour détruire ſes poles, & par conſequent pour le mettre hors d'état d'attirer.

Enfin le meilleur Aimant réduit en poudre n'attire plus ni par toute ſa maſſe, ni par chacune de ſes parties. Il n'attire plus par toute ſa maſſe, parceque les pores de chaque grain dont il étoit compoſé ne ſe trouvent plus tournez dans le ſens & la direction neceſſaires les uns par rapport aux autres, pour donner paſſage au courant de matiere magnetique qui formoit auparavant un tourbillon autour de toute la maſſe de cet Aimant. La poudre d'Aimant eſt à la vûë aſſez ſemblable à la limaille de fer ou d'acier; elle eſt ſeulement attirée avec plus de facilité que cette limaille par une lame d'acier aimantée : mais quand la lame n'a point été aimantée, elle ne fait pas plus d'effet ſur la poudre d'Aimant que ſur la limaille; ce qui eſt aiſé à concevoir dés qu'on fait attention qu'il ne ſe fait point de tourbillon magnetique autour de chaque grain de cette poudre. En effet pour qu'il s'y fît un tourbillon, il faudroit que la matiere magnetique contenuë dans chacun de ces grains, pût en ſortant par un pole ſurmonter la réſiſtance de l'air exterieur, & l'écarter continuellement pour revenir juſqu'à l'autre pole. Or cette matiere n'eſt ni aſſez abondante, ni aſſez forte pour çela; car les pores de chacun de ces grains n'étant pas aſſez longs, la matiere magnetique qui fait effort pour ſortir, n'eſt pas pouſſée & ſoûtenuë par derriere par une aſſez grande quantité d'autre matiere magnetique.

Cette troiſiéme obſervation faite ſur toute la maſſe d'un Aimant réduit en poudre, & ſur chaque grain de

cette masse, nous prouve que le corps le plus propre à recevoir la matiere magnetique dans ses pores, & par consequent à faire de bon Aimant, peut ne point attirer, ou parcequ'il n'a pas l'arrangement de parties necessaire pour cet effet, ce qui avoit déja été prouvé par la seconde observation, ou parce qu'étant d'un volume trop peu considerable, il ne peut amasser assez de matiere magnetique dans ses pores pour former autour un tourbillon; & ainsi quoique le fer privé de sa partie huileuse de la maniere que nous l'avons marqué n'attire point, il peut cependant passer pour la matiere la plus propre à faire de bon Aimant, & pour celle dont vrai-semblablement la nature se sert dans la production des Aimans naturels.

Cependant on peut faire un Aimant artificiel avec le fer, en lui donnant deux poles, & autant de matiere magnetique qu'il lui en faut pour produire les effets de l'Aimant; mais cet Aimant n'a pas grande force, parceque la quantité de parties étrangeres qu'il contient dans ses pores l'empêche d'y recevoir beaucoup de matiere magnetique, & interrompt si fort la direction des pores de toute la masse, que le peu de matiere magnetique qu'il y a amassée ne continuë qu'avec beaucoup de peine sa route d'un pole à l'autre de cet Aimant. Il ne conserve aussi sa qualité d'attirer que fort peu de tems, parceque le tourbillon de cet Aimant étant déja assez foible, pour peu qu'il perde ensuite des parties magnetiques qui le composent, il ne lui reste plus assez de force pour pouvoir se soûtenir. L'acier est bien plus propre que le fer pour faire de l'Aimant artificiel, parceque ses pores étant beaucoup plus dégagez de parties étrangeres, la matiere magnetique y passe fort aisément & fort abondamment, & qu'elle forme par consequent un tourbillon assez fort pour pouvoir se soûtenir une espace de tems tres-considerable. D'ailleurs la roüille ne se mettant pas à beaucoup prés si aisément ni si promptement dans l'acier que dans le fer, comme il a été expliqué, la matiere magnetique qui a une fois commencé à circuler au travers de l'acier, peut

y continuer plusieurs années sa circulation sans trouver d'obstacle dans ses pores, ou du moins sans y en trouver d'assez puissant pour interrompre son tourbillon. Aussi M. Joblot se sert-il d'acier pour faire differentes sortes d'Aimans artificiels, qui produisent avec beaucoup de force tous les effets magnetiques qu'on peut executer avec les meilleurs Aimans : mais quelque force que l'art & l'industrie particulieres de M. Joblot puissent donner à ses Aimans artificiels faits avec l'acier, il ne les rendra jamais aussi forts & d'une aussi longue durée que nos bons Aimans naturels ; ce que je n'attribuë pas seulement à l'arrangement plus parfait de leurs parties integrantes, & à l'abondance de la matiere magnetique que ces Aimans naturels ont reçû en premier lieu de la terre, qui est le premier de tous les Aimans, mais encore à leur matiere propre, qui étant vrai-semblablement moins chargée de parties huileuses, est moins sujette à s'alterer, & plus disposée à recevoir la matiere magnetique.

A l'égard de la roüille qui survient au fer, comme elle est un obstacle puissant au passage de la matiere magnetique, & qu'elle en peut être un fort considerable à la conservation des Aimans artificiels faits avec l'acier ; il est évident que le fer roüillé n'est point une matiere propre pour faire de l'Aimant. La roüille est seulement un état moïen par lequel le fer passe quelquefois avant que de devenir Aimant naturel ; & il le devient quand les acides de la roüille sont sortis de leurs prisons, & ont enlevé avec eux les parties huileuses ausquelles ils s'étoient unis, comme on le va prouver incessamment.

Ce n'est pas seulement dans les entrailles de la terre qu'il y a lieu de croire que le fer se convertit en Aimant en perdant d'abord ses parties huileuses, & ensuite en recevant autant de matiere magnetique qu'il lui en faut pour devenir Aimant, comme il a déja été dit. Cette metamorphose naturelle se passe encore à l'air de la même maniere ; entr'autres preuves nous avons celle d'une des barres du Clocher de Chartres, que je cite ici par préfe-

rence, parceque j'en ai eu un morceau que j'ai fort examiné, & qui par les épreuves Chimiques dont il a déja été parlé, ne m'a point paru differer de l'Aimant ordinaire, & du fer que j'ai privé de sa partie huileuse; le fer est devenu Aimant en cette occasion. 1°. Parcequ'il s'est fortement roüillé. 2°. Parceque la chaleur du Soleil en a ensuite insensiblement dégagé la plus grande partie non-seulement des acides de la roüille, mais encore des parties huileuses du metal qui tenoient à ces acides; ce qui a rendu les pores de cette barre plus ouverts & plus propres à recevoir la matiere magnetique; & comme cette barre n'a point été réduite en poudre, la matiere magnetique qui de jour en jour y passoit avec plus de facilité, s'est enfin trouvée assez abondante dans ses pores pour pouvoir en sortant surmonter la résistance de l'air environnant, & former autour de cette barre un tourbillon.

J'ai dit que la chaleur du Soleil n'avoit enlevé que la plus grande partie des acides de cette barre roüillée. En effet, on voit encore dans le morceau que j'en ai des vestiges de roüille, & je sçai qu'il y a d'autres morceaux de cette même barre qui sont bien plus roüillez. Ce qui me fait croire que si elle eut pû rester plus long-tems en situation, le Soleil auroit achevé ce qu'il avoit commencé, & il l'auroit si bien deroüillée qu'elle attireroit infiniment davantage qu'elle ne fait. La maniere dont cette espece d'Aimant extraordinaire s'est produit, se rapporte parfaitement avec celle dont nous avons jugé que l'Aimant ordinaire se formoit dans la terre; ce qui nous donne un grand préjugé en faveur de nôtre hypothese sur la formation de la matiere la plus propre à faire de l'Aimant. Cependant comme cette matiere merite d'être examinée avec toute l'attention possible, je vais encore faire sur le même sujet plusieurs experiences nouvelles, dont je rendrai compte ensuite à la Compagnie.

SUPPLEMENT AU MEMOIRE SUR LA VOIX ET SUR LES TONS.

PAR M. DODART.

PREMIERE PARTIE.

1706. 14. Avril.

JE lûs dans l'Assemblée publique du 13 Novembre de 1700, un Memoire sur la voix de l'homme & sur les differens tons de la voix. Ce Memoire fait partie de l'Histoire de l'Academie de la même année qu'on a donnée au public. Depuis ce tems-là il m'est venu dans l'esprit de suppléer à ce Memoire plusieurs choses qui m'ont paru importantes, parcequ'elles vont à éclaircir, à étendre & à confirmer la verité Physique, & même à donner à la Theologie naturelle plusieurs nouvelles preuves de l'inimitable mechanique du Createur en ce qui regarde les tons de la voix. Tout cela compose XIII ou XIV Articles. Je ne liray dans cette Assemblée que les 3 premiers, & j'en demeureray là pour ne pas fatiguer l'Auditoire par une trop longue attention. On pourra voir dans la suite de ce Memoire l'utilité de cette theorie pour la Musique pratique, & même pour la Medecine, en ce qui regarde les exercices de la voix par rapport à la voix même & à la liberté de la respiration. Les anciens Medecins Grecs & Latins ont fait un tres-grand usage de ces exercices pour la conservation & pour le rétablissement de la santé, pour l'augmentation de la force des parties de la respiration, & pour la cure même de quelques maladies.

C'étoit une Assemblée publique, où les Memoires sont bornés à demi-heure.

ARTICLE I.

ARTICLE I.

Quelle est la cause de la difference de la voix Pleine & de la voix de Fausset.

J'ay long-tems cherché d'où peut dépendre la difference que l'on trouve entre le Son, le Ton, & la force de la voix Pleine & celui de la Fausse voix vulgairement nommée *Fausset*. Cette difference consiste en ce que le Ton & le Son du Fausset est autre que celui de la voix Pleine, & que la voix Pleine a plus de force que le Fausset. Il y a donc 3 differences entre ces 2 voix, le Son, le Ton & la Force. Cette difference m'a paru d'autant plus considerable, surtout en ce qui regarde le Ton, que c'est une merveille naturelle ajoûtée à toutes les autres qui ont été exposées & expliquées dans le Memoire sur les Tons. Car c'est une voix étrangere entée sur la voix naturelle, pour en multiplier l'étenduë au-delà des bornes naturelles de la voix; de sorte qu'il s'ensuit delà un nouveau pied de multiplication beaucoup plus merveilleux que celui que j'ay exposé dans le premier Memoire, quoique celui-là allât à beaucoup plus de 9000 parties proportionnelles dans un intervalle de moins d'une ligne. Cette difference de voix m'a donc paru tres-digne de consideration en Physique & par rapport à la Theologie naturelle, comme il sera dit cy-aprés, & surtout en ce qui regarde le Ton. Or voici ce qui me paroît de plus raisonnable dans tout ce que j'ay pensé sur ce sujet. Toute voix de Fausset commence aprés le Ton où finit, en montant, l'étenduë naturelle de la voix Pleine de la même personne. Cette Fausse voix n'ajoûte ordinairement à l'étenduë de la voix naturelle & pleine qu'un, deux ou trois Tons au plus, & cette voix a ordinairement quelque chose de forcé. Mais il y a des Faussets d'une grande étenduë & d'un Son fort agreable. Tel étoit celui d'un Chantre fameux nommé le Gros, que j'ay plusieurs fois oüi avec admiration durant ma jeunesse. Sa voix naturelle alloit jusqu'au plus bas de

Le mot *Ton* signifie dans ce Memoire tantôt un intervalle Musical entre un Son & un autre Son, tantôt une difference entre un Son & un autre Son plus grave, ou plus aigu, quelque intervalle qu'il y ait de l'un à l'autre. Le sens du discours en déterminera aisément la signification.

la haute taille, & son Fausset montoit aussi haut que le second dessus. C'étoit donc un second dessus enté sur une haute taille, & partout d'un Son tres-agreable; de sorte que quand ce Musicien chantoit de toute l'étenduë de ces trois parties, on auroit dit que c'étoit une haute taille d'intelligence avec une haute contre & un second dessus, pour se succeder les unes aux autres dans l'éxecution d'un seul chant de l'étenduë de ces 3 parties. Quoique sa voix fùt belle partout, on s'appercevoit de la difference de ces deux voix. Il avoit une octave d'étenduë de cette fausse voix. J'en connois un d'une plus grande étenduë. Il a douze tons, il en sera parlé cy aprés.

Voici d'où je crois que cette espece de voix dépend. Il a été dit dans le Memoire sur la voix, que la voix résonne dans un double canal exterieur, la bouche qui fait le canal inferieur, & le nez que j'appelle canal superieur. Il a de plus été dit & prouvé dans ce Memoire, que ce qu'il y a de plus agreable dans le résonnement de la voix vient du canal superieur, c'est à dire du nez, & que le résonnement de la bouche seule est tres-desagreable, s'il n'est accompagné du résonnement des narines. Cela supposé prouvé, je dis que la voix qui résonne également dans l'un & l'autre canal exterieur, est la voix Pleine: celle qui résonne plus dans le canal superieur & moins dans le canal inferieur, est la voix de Fausset. En voici la raison.

Le Fausset ne commence ordinairement qu'au dessus de l'étenduë naturelle de la voix Pleine dans un âge fait. C'est donc une voix forcée au-delà de son étenduë naturelle. Or tous ces Tons forcez s'éxecutent presqu'en tous ceux qui ont cette Fausse voix, la tête haussée & même renversée en arriere, pour donner plus de jeu aux muscles suspenseurs du larynx qui s'éleve alors inévitablement de plus en plus pour accourcir le double canal exterieur, selon les principes posez dans le Memoire sur la voix. D'où il s'ensuit qu'en cet état le Son de la voix jetté par la glotte étrecie outre mesure, & approchée du canal superieur, enfile plus naturellement ce canal que l'inferieur, parce-

que le ſuperieur en cette attitude & par cette approche ſe trouve moins écarté qu'auparavant de la ligne du courant de l'air vocal. Ce courant porte donc preſque tout le Son de la voix au canal ſuperieur. Voilà pour le Son de cette eſpece de voix. Voici pour la diminution de la force.

Tout Fauſſet eſt une voix forcée au-deſſus de ſon Ton naturel ; de ſorte que c'eſt l'effet de la glotte d'un homme fait, réduite aux dimenſions de la glotte d'un enfant de 10 à 12 ans. Or la difference de ces deux âges à l'égard de la glotte, n'eſt pas ſeulement la difference du petit diametre ; c'eſt encore & beaucoup plus la difference du grand diametre. Ces deux diametres ſont toûjours beaucoup plus grands dans un homme fait, qu'ils n'étoient dans le même homme quand il étoit encore enfant. Cela étant, lorſque cet homme fait aprés avoir müé dans l'âge de puberté veut rappeller les Tons qu'il a perdus pour l'accroiſſement de ſa glotte, il faut ou qu'il lui rende ſes dimenſions en longueur & largeur, ou qu'il ſupplée à la longueur qui eſt alors inévitablement & invariablement augmentée par une plus grande diminution de la largeur. Il ne peut accourcir ſa glotte, car les points de concours des deux levres tant en avant qu'en arriere ſont fixes. Cette dimenſion eſt donc invariable. Il faut donc qu'il ſupplée à cette augmentation invariable de dimenſion par ſerrer ſa glotte pour les Tons du deſſus, plus qu'il ne faiſoit étant enfant pour produire les mêmes Tons. Car chaque Ton dépend de la quantité & de la vîteſſe de l'air ſonnant, comme il ſera dit & prouvé dans la ſeconde Partie de ce Supplément.

De tout cela s'enſuivent toutes les proprietez qui diſtinguent le Fauſſet de la voix Pleine. La difference du Ton réſulte du ſeul fait ; car ce fait conſiſte à dire qu'il n'y a de voix de Fauſſet qu'au deſſus de l'étenduë naturelle de la voix en hauſſant. Si on demande pourquoi il y a une fauſſe voix au-deſſus de cette étenduë en hauſſant, & jamais au-deſſous en deſcendant ; il n'y a qu'à répondre que c'eſt parcequ'une glotte dilatée outre meſure n'eſt plus en état

de jetter de Son de voix, & n'est plus en état que de dégenerer en une espece de râlement. La difference du Son est l'effet de l'inégalité du partage entre les deux canaux : la foiblesse du Fausset en comparaison de la voix Pleine, vient de l'excessive diminution du petit diametre de la glotte, qui en cet état ne peut plus jetter qu'une lame d'air tres-mince. Il faut pourtant avoüer qu'il y a au moins une exception à faire dans la theorie de cette difference de la voix naturelle & du Fausset. Car dans le Fausset extraordinaire que j'ay annoncé cy-dessus de l'étenduë de douze Tons, les 3 plus bas concourent avec les 3 plus hauts de la voix Pleine. Mais ces 3 Tons ne sont voix de Fausset que par le seul affoiblissement du Son naturel menagé. Ce n'est donc qu'un Fausset apparent dans les Tons les plus bas. Mais dans les plus hauts dont le dernier est le *b*, *fa*, *si* d'enhaut (c'est à dire la penultiéme marche du clavier) c'est un vrai Fausset, & le Son de cette voix dans ces Tons est si éclatant qu'il peut soûtenir la partie de dessus contre toutes les basses d'un grand chœur de Musique. C'est pourtant dans ce Ton & dans plus d'une octave entiere au-dessous un vrai Fausset, & cependant ce Ton si élevé qu'à peine les dessus les plus naturels peuvent y atteindre en haut, se produit sans hausser ni renverser la tête. Tout cela semble fort opposé à la theorie cy-dessus. Il est vrai que ces deux circonstances, l'une de l'attitude du Chantre, l'autre de la force du Son, sont si rares dans les Faussets, qu'à peine en trouveroit-on un autre exemple en tout un siecle. Mais quand il n'y auroit jamais eu que cet exemple, & quand on seroit assuré qu'il n'y en aura jamais d'autre, ce seul exemple suffiroit pour renverser toute la theorie cy-dessus. Il faut donc voir si on peut concilier ensemble la theorie & l'exemple. Ces deux circonstances bien examinées n'ont rien d'incompatible avec la theorie de cette difference de voix, ni pour la force du Son, ni pour l'attitude du Chantre, dans la production de l'espece du Son dans ces Tons si élevez. Car pour l'attitude, le Musicien dont il s'agit aïant bien

voulu entonner ces Tons du haut deſſus en ma preſence à gorge nuë, je me ſuis apperçû que le larynx montoit plus haut qu'à l'ordinaire ſans y emploïer l'attitude ordinaire en renverſant la tête, & il s'élevoit ſi haut ſans cette attitude, qu'il imprimoit une foſſe au-deſſous de la gorge du Chantre, comme pour s'approcher du canal ſuperieur ſuppléant au défaut de l'attitude par cette approche extraordinaire cauſée par la force des muſcles élevateurs, & faiſant par cet effet ce que les autres Chantres de cette eſpece empruntent des muſcles flechiſſeurs de la tête en arriere pour approcher la glotte du canal ſuperieur. Voilà pour l'attitude de ce Chantre à l'égard des Tons de ſa Fauſſe voix.

Quant à la force ſi extraordinaire de la même voix dans les Tons d'*a*, *mi*, *la* & *b*, *fa*, *ſi* du haut du clavier, ſi les principes de la voix ſont bien poſez dans le Memoire du 13 Novembre 1700, la force vient de l'ouverture extraordinaire de la glotte dans cette eſpece de Fauſſet, & le Ton de l'extraordinaire vîteſſe de l'air pouſſé pour la production de ces Tons par cette ouverture, & de l'extraordinaire contention des levres de la glotte pour contrebander les dilatateurs du larynx, & produire les vibrations proportionnées à ces Tons. Et c'eſt en effet ce qui arrive juſqu'à un certain point dans les flutes ordinaires, mais ſurtout dans la flute Allemande, qui hauſſe de Ton ſur chaque trou ſuivant la force dont on pouſſe le vent; de ſorte que du foible au fort on peut monter de Ton de tout l'intervalle d'une octave & des autres accords qu'elle contient, & cela, par la même ouverture & ſur le même trou.

Cette explication d'un cas ſi ſingulier eſt d'autant plus probable, que les Tons dont il s'agit ſont dans le ſujet en queſtion l'effet d'un tres-grand effort dont on s'apperçoit à la vûë, quoique l'oreille ne s'en apperçoive pas dans le concert. Mais ce n'eſt pas la ſeule merveille Phyſique que j'ay obſervée en cette voix, dont j'auray encore occaſion de parler dans la ſeconde Partie de ce Supplément. Voilà

ce que j'avois à dire pour expliquer les causes de la premiere difference de voix distinguée en voix Pleine ou Naturelle & Fausse voix, vulgairement nommée *Fausset*.

Aprés avoir expliqué la Fausse voix, il faut tacher d'expliquer la voix fausse. C'est à dire,

ARTICLE II.

Quelle est la cause de la difference de la voix Juste & de la voix Fausse.

Il y a bien de la difference entre *Fausse voix* & *voix Fausse*. La seule connoissance de la langue suffiroit pour faire cette distinction : mais il n'y a pas d'inconvenient d'avertir icy que la voix Fausse est celle qui n'entonne presque jamais précisément au Ton qu'elle devroit par rapport à celui qui précede, & à ceux qui suivent dans l'execution de quelque chant que ce soit.

Chacun sçait que la voix dépend de l'oreille, ou plutôt du sens de l'ouïe, non comme d'une cause principale, mais comme d'une cause sans laquelle les causes principales & prochaines de la voix sont privées de leur effet. On sçait encore que la justesse de la voix dépend de la justesse de l'oreille. Mais cependant il faut avoüer aussi que l'oreille la plus juste, mal servie par des organes mal constituez pour la justesse de la voix, n'en tirera que des Tons faux. Je connois un homme de consideration, fort sçavant en Musique, qui compose bien, & qui fait bien executer sa composition : mais il executeroit fort mal sa partie s'il vouloit s'en mêler. C'est de la cause de cette espece de voix Fausse par le défaut des organes de la voix qu'il s'agit icy, & non de celle qui n'est fausse que par le vice de l'organe de l'ouïe.

La cause de la voix Fausse par le vice de son propre organe, doit résulter surtout du principe de la voix de l'homme, tel qu'il a été posé dans le Memoire sur la voix. Car si les deux levres de la glotte sont également capables de se bander également ; si les esprits s'y distribuënt éga-

lement, la voix doit être juſte; mais s'il y a dans les levres de la glotte chacune en particulier ou entr'elles de l'inégalité en quelques-unes de ces circonſtances ou en toutes, la voix doit être fauſſe à proportion, comme le Son d'une corde de Luth eſt faux quand la corde eſt fauſſe, c'eſt à dire inégale à elle-même en quelques-unes de ces parties, ou mal accordée avec celle du même rang à l'uniſſon. Ce n'eſt pas que les deux levres ſoient capables de ſonner par elles-mêmes, mais elles ſont capables de fremir, & ce fremiſſement eſt la cauſe formelle du Son, & le Son ne ſçauroit être juſte qu'autant que le fremiſſement eſt égal à lui-même en chaque levre & entre les deux lévres de la glotte. Or l'égalité du fremiſſement dépend de l'uniformité de chaque levre en toute ſon étenduë, & de toutes deux entr'elles à l'égard des circonſtances exprimées cy-deſſus, c'eſt à dire, tenſion, diametre, diſtribution d'eſprits, &c.

ARTICLE III.

Des cauſes de la difference entre la voix de la Parole & la voix du Chant.

La voix de la Parole eſt tres-differente de celle du Chant dans la même perſonne. En voici les preuves.

On voit ſouvent des perſonnes qui ont la voix belle pour le Chant, & qui ne l'ont pas agreable pour la Parole. Toute la Cour en a vû un exemple ſurprenant en la perſonne d'un Seigneur decedé depuis environ 4 ans: & réciproquement on connoît des voix agreables pour la Parole, qui n'ont pas un Son agreable pour le Chant. Il faut donc qu'au moins dans ces perſonnes l'ouverture de la glotte ſoit autrement conſtituée dans la Parole que dans le Chant.

On diſtingue les perſonnes ſans les voir au ſeul Son de la voix de la Parole. Les brutes domeſtiques ne s'y méprennent pas. On peut auſſi diſtinguer les perſonnes au ſeul Son de leur voix de Chant, mais avec beaucoup plus de difficulté. Il y a donc au moins beaucoup d'apparence

qu'il y a une difference ſenſible entre le Son de la voix de la Parole & celui de la voix de Chant, même entonné ſur le Ton de la Parole. La queſtion eſt de trouver la cauſe de la difference de ces deux voix, & de dire en quoi elle conſiſte.

Les longues tenuës ſur une même note dans la Muſique peuvent ſervir à cette découverte. C'eſt à cette occaſion que je me ſuis apperçû dans la voix de Chant d'une certaine ondulation qui n'eſt pas dans la voix de la Parole. Cette ondulation eſt aſſez ſemblable aux vibrations qu'on remarqueroit dans un poids ſuſpendu au milieu d'une corde bandée horizontalement, ſi aïant tiré ce poids en embas ou en enhaut, on l'abandonnoit au reſſort de cette corde bandée. Car alors ce poids auroit un branle haut & bas, plus ou moins preſſé ſelon que la corde ſeroit plus courte ou plus longue, plus ou moins bandée. Tout le monde ne s'apperçoit pas de cette eſpece de branle flottant dans les belles voix, qui ſuppoſent un degré de force ſuffiſant pour donner lieu à la cauſe de la difference du Son de la voix de Chant & de la voix de Parole par une ondulation moderée & ſoûtenuë: mais tout le monde s'en apperçoit dans les voix de Chant foibles & naturellement tremblantes. On voit bien que je ne parle pas du tremblement des cadences, puiſque ces tremblemens ſont compóſez de l'intervalle d'un Ton ou d'un demi Ton, ce qui ne ſe trouve pas dans l'ondulation dont je parle.

Je dis donc que ces voix naturellement tremblantes dans le Chant, ne ſont pas toûjours tremblantes pour la Parole. En voici la raiſon. Tout tremblement involontaire vient de foibleſſe. Il doit donc paroître dans tous les mouvemens volontaires qui éxigent plus de force qu'il n'y en a dans l'organe du mouvement, & le tremblement ne doit point paroître dans les mouvemens qui ſont proportionnez à la force. La voix de la parole ne tremble pas ordinairement dans ceux qui ont la voix de Chant tremblante. Il y a donc apparence que la voix de Chant éxige plus de force que la voix de la Parole, même dans le Ton

de

de la Parole. Ce qui eſt tremblement par foibleſſe involontaire dans la voix de Chant naturellement tremblante, cela même eſt cette eſpece de flottement volontaire & ſoûtenu, dans le Son de la voix de Chant en ceux qui ont la voix agreable. Mais dans le Chant tremblant c'eſt une chûte peſante & frequente, & dans le Chant agreable c'eſt comme une eſpece de vol, aiſé, temperé, & ſoûtenu. D'où je me perſuade qu'il s'enſuit que la difference du Son de la voix de la Parole & de la voix de Chant dans ceux-cy, vient de la difference qu'il y a entre le larynx aſſis ſur ſes attaches en repos pour la voix de Parole, & le larynx ſuſpendu ſur ſes attaches en action, par une eſpece de balancement volontaire qui s'enſuit, ſans qu'on y faſſe reflexion de la ſeule volonté de paſſer de la voix de la Parole à celle du Chant. ſur le ton de la Parole. J'ajoûte ſur le ton de la Parole, afin qu'on n'ait pas lieu d'attribuer au changement de ton, ce qui n'eſt que l'effet du changement de ſon.

J'ay dit que cette difference conſiſte en ce que la voix de Chant s'execute par la glotte dans un larynx ſuſpendu & en mouvement de haut en bas & de bas en haut ſur ſes muſcles ſuſpenſeurs, & la voix de la Parole dans un larynx aſſis ſur les mêmes attaches en repos. La voix, ſoit de la Parole, ſoit du Chant, eſt toute entiere de la glotte dans le Son & dans le Ton : mais l'ondulation qui en fait la difference n'eſt ni du ſon, ni du ton, ni de la glotte, mais du larynx entier. Cette ondulation paroît dans le ſon, mais comme circonſtance du ſon, & non comme partie du ſon. En un mot elle n'eſt dans le ſon, que parceque la partie ſonante, c'eſt à dire la glotte, eſt portée dans un canal flottant, c'eſt à dire dans le larynx. On voit quelque choſe de ſemblable dans le tremblant de l'Orgue, qui ne change rien au Ton de chaque tuyau, & qui ne peut avoir été inventé que pour imiter la voix du Chant par cette circonſtance ; ce qu'il ne fait pourtant que fort imparfaitement. La glotte ne fait donc rien à cette circonſtance du ſon ; car tous les mouvemens de la glotte

ſont de ſerrer plus ou moins : or ces mouvemens feroient differens Tons. Les doigts de la main gauche des joüeurs de Luth, de Theorbe & de Viole pratiquent quelque choſe de ſemblable à ces vibrations du larynx haut & bas toutes les fois qu'ils veulent embellir leur jeu en imitant la voix. Tous ces Inſtrumens ont leur manche diviſé par des touches. Or quand le joüeur d'inſtrument veut imiter la voix, il ſoûtient de la main gauche le ſon de la chorde frapée ou pincée de la droite. Pour cet effet il agite haut & bas entre deux touches le doigt de la gauche qui preſſe ſur le manche la corde pincée, & il ſoûtient par ce mouvement alternatif un Son continué, ondoïant ſur le Ton de cet entre-touche. Ce Son eſt fort agreable, & imite fort bien un port de voix. Or un des agrémens de ce Son eſt l'ondulation, qui ne vient que de ce que le doigt de la main gauche, agité haut & bas, preſſe de moins en moins la corde contre la touche, quand il gliſſe de bas en haut, & la preſſe de plus en plus quand il gliſſe de haut en bas; d'où il arrive que la touche donnant le ton, il demeure le même quant au jugement du ſens, quoiqu'il ne ſoit pas le même mathematiquement parlant : mais paroiſſant le même, il eſt ſenſiblement varié, & par-là rendu plus agreable.

Mais d'où vient la difference qui ſe trouve entre ces deux voix, en ce qui regarde non-ſeulement cette circonſtance du ſon, mais le ſon même dans ceux en qui la voix de la Parole n'eſt pas agreable, & en qui la voix de Chant eſt belle ? C'eſt une autre queſtion. Mais comme cette queſtion ſuit naturellement la premiere inſtance, par laquelle j'ay inſinué que ces deux voix ſont differentes dans la même perſonne ; je veux bien faire plus que je ne m'étois propoſé, & tâcher de réſoudre encore cette queſtion. La ſolution dépend du principe d'une autre circonſtance de la voix de Chant ; car elle eſt non-ſeulement ondoïante, ce que la voix de la Parole n'eſt pas, m elle eſt encore plus ſonante que celle de la Parole. voici la raiſon, ſi je ne me trompe.

Il est ordinaire lorsque plusieurs mouvemens concourent à la même action, quoique differemment, que dés que l'action est commandée tous les mouvemens concurrents s'executent, & qu'ils s'executent avec plus de force quand l'action est plus difficile & demande plus d'attention. Telle est l'action du Chant à l'égard de celle de la Parole. Ainsi dés que les muscles suspenseurs du larynx sont, pour ainsi dire, avertis d'entrer en action par le Chant, les dilatateurs du larynx entrent dans celle qui leur convient pour contre-bander la glotte, les dilatateurs de la glotte entrent en mouvement pour la dilater, & les cordons tendineux de la glotte avertis par le seul contraste de leur état naturel, commencent à se bander pour soûtenir le ton de la Parole entonné en Chant. De tout cela résulte un son plus net que celui de la Parole. Car la voix de la Parole dans les Tons qui lui conviennent est plus negligée que celle du Chant; & quoique le Ton soit supposé le même, & par consequent l'ouverture la même pour les dimensions, les parties qui lui donnent ces dimensions ne sont plus au même état, étant les unes contre les autres dans un contraste plus marqué. Voilà pour ceux en qui la voix de la Parole est desagreable, & qui ne laissent pas de chanter agreablement. Pour les autres il n'est pas difficile d'imaginer qu'un contraste immoderé peut produire un Son desagreable, comme j'ay observé en quelques personnes dont la voix du Chant prend un son de canard ou de cornet, ou devient rude & tremblante, quoiqu'elle soit plus agreable dans la conversation.

Tout cela fait voir une action plus marquée dans la voix de Chant, que dans la voix de la Parole. Et cela se confirme en ce qu'une longue conversation hausse le Ton de la voix à mesure que la conversation s'anime, au lieu qu'un Chant soûtenu long-tems sur le même ton baisse presque inévitablement, comme on voit dans tous les Chœurs de plein Chant, qui ne sont soûtenus d'aucun instrument de Musique; car on est obligé pour cette rai-

ſon à remonter le ton à la fin des longs Pſeaumes ; cette précaution étant neceſſaire pour empêcher que le ton baiſſant de plus en plus, la plûpart du Chœur ne fût obligée ou de ſe taire avant la fin de l'Office, ou de prendre l'octave en haut dans les tons les plus bas de chaque verſet. Or tout cela ne vient que de la grande action qui accompagne le Chant dans toutes les circonſtances qui le rendent different de la Parole. Et comme cette action ſi marquée & ſi compoſée a été excitée à l'occaſion du mouvement imperceptible de la glotte pour entonner, qui a donné le branle à tous les autres mouvemens beaucoup plus conſiderables : tous ces mouvemens pris enſemble laſſant toute la region vocale, le relâchement des autres parties donne à ſon tour occaſion à la glotte de ſe relâcher comme les autres parties, quoique ce ſoit celle qui travaille le moins dans le plein Chant ; & c'eſt de ce relâchement que vient le baiſſement du ton.

Voilà pour le Son de ces deux differentes ſortes de voix, & ſur la cauſe probable de leurs differences.

OBSERVATIONS

DE LA COMETE

Faites depuis le 18 Mars qu'on a commencé de la voir, juſqu'au 16 d'Avril qu'elle a ceſſé de paroître.

PAR Mrs CASSINI ET MARALDI.

1706. 28. Avril. LE 18 de Mars à minuit par les alignemens que nous fîmes des étoiles de Bootes & de la Couronne à l'égard de la Comete, nous déterminâmes ſon aſcenſion droite de 237° 20′, & ſa declinaiſon ſeptentrionale de 36° 0′.

Le 19 Mars le Ciel fut couvert.

Le 20 Mars à 11h 38′ nous déterminâmes la difference d'aſcenſion droite entre l'épaule orientale de Bootes &

la Comete de 20° 23′, dont la Comete étoit plus orientale, & la difference de declinaiſon de la Comete à l'égard de cette étoile de 7′, dont la Comete étoit plus meridionale ; ce qui donne l'aſcenſion droite de la Comete de 228° 19′, & ſa declinaiſon de 34° 26′, ayant fait en deux jours 8 degrés d'un grand cercle depuis la premiere obſervation.

Le 24 Mars nous déterminâmes la ſituation de la Comete par rapport aux étoiles voiſines de Bootes : ſon aſcenſion droite étoit de 211 degrés $\frac{1}{2}$, & ſa declinaiſon de 30 degrés & demi. Ayant parcouru en 6 jours 22 degrés & demi d'un grand cercle depuis la premiere obſervation du 18.

Depuis le 24 de Mars nous ne pûmes voir la Comete que le 31 du même mois, à cauſe des nuages qui couvrirent le Ciel une partie de ce tems, & à cauſe du clair de la Lune qui ne nous permît pas de la voir le 28, le 29 & le 30 Mars, quoique le Ciel fut ſerein, & que nous l'ayons cherchée avec beaucoup de ſoin avec la Lunete à l'endroit du Ciel où elle ſe devoit trouver.

Le 31 Mars avant le lever de la Lune nous vîmes la Comete qui étoit aſſez claire : elle étoit entre la conſtellation de la Vierge & la chevelure de Berenice, proche de deux étoiles qui ne ſont point marquées dans les Catalogues, ni dans les Cartes. A 8^h 40′ nous déterminâmes la ſituation de la Comete par rapport à la plus orientale de ces étoiles qui eſt de la quatriéme grandeur. L'aſcenſion droite de la Comete étoit d'un degré & 38 minutes plus petite que celle de l'étoile, la Comete étoit plus ſeptentrionale en declinaiſon de 15′. Suivant nos obſervations l'aſcenſion droite de l'étoile eſt 193° 57′, & ſa declinaiſon ſeptentrionale eſt 19° 8′ ; donc l'aſcenſion droite de la Comete eſt 192° 29′, & ſa declinaiſon eſt 19° 23′, s'étant avancée ſur ſa route depuis la derniere fois que nous l'obſervâmes de 21 degrés.

Le premier Avril à 8^h 18′ la Comete étoit dans le parallele d'une étoile de la ſixiéme grandeur, qui eſt au-

dessus du bras de la Vierge, & qui n'est point marquée dans les Catalogues, ni dans les Cartes : l'ascension droite de l'étoile est de 188° 1', sa declinaison septentrionale est de 18° 14'. L'ascension droite de la Comete étoit de 2d 17' plus grande que celle de l'étoile, donc celle de la Comete sera 190° 18', & sa declinaison 18° 14', la même que celle de l'étoile. Le mouvement que la Comete avoit fait sur sa route depuis le 18 Mars jusqu'au soir du premier Avril fut de 46 degrés d'un grand cercle.

Le 2 Avril à 11h 46' par le passage de la Comete par le Meridien & par sa hauteur meridienne, on détermina son ascension droite de 188° 14', & sa déclinaison de 16° 50'. Le mouvement journalier de la Comete étoit alors de 2 degrés & demi. Ce jour-là la Comete étant proche de deux petites étoiles, nous observâmes proche du Meridien & à une distance de 50 degrés du Meridien la difference de l'ascension droite & de declinaison entre la Comete & les étoiles fixes pour tâcher de connoître sa parallaxe, qui ne nous parut point sensible.

Le 3 d'Avril la Comete étant proche du parallele de deux petites étoiles, qui paroissent se toucher l'une avec l'autre par la Lunete de 10 pieds, nous fîmes comme le jour précedent plusieurs observations pour la parallaxe de la Comete qui ne fut pas non-plus sensible.

A 11h 36' par le passage de la Comete par le Meridien & par sa hauteur meridienne, on détermina son ascension droite de 186° 38', & sa declinaison de 15° 46'. Le mouvement que la Comete a fait sur sa route depuis le 18 Mars jusqu'au 3 Avril est de 50 degrés.

Le 4 Avril à 11h 26' au passage de la Comete par le Meridien, l'on détermina son ascension droite de 185° 4', avec une declinaison septentrionale de 14 degrés 44 minutes.

Le 5 Avril à 11h 21' par les observations faites au Meridien, l'ascension droite de la Comete étoit de 183° 38', & sa declinaison septentrionale de 13° 46', ayant fait sur sa route 53 degrés depuis le 18 Mars.

Le 6 Avril à 11^h 10′ l'aſcenſion droite de la Comete fut de 182 degrés, & ſa declinaiſon ſeptentrionale 12° 30′. Le Ciel qui n'étoit pas bien clair ne nous permît pas de faire ces obſervations avec beaucoup d'exactitude.

Le 7 Avril la Comete ſe trouva proche du parallele d'une étoile de la ſixiéme grandeur, ſituée ſur la tête de la Vierge, qui n'eſt point marquée dans les Cartes: cette étoile vûë avec la Lunete eſt composée de pluſieurs, comme il arrive à un tres-grand nombre d'autres étoiles. A 10^h 0′ la difference d'aſcenſion droite entre l'étoile la plus claire de celles-cy & la Comete fut de 1° 46′, & la Comete étoit plus ſeptentrionale de 7′ que l'étoile. L'aſcenſion droite de l'étoile eſt de 179° 40′, & ſa declinaiſon 11° 56′. Donc l'aſcenſion droite de la Comete étoit de 181° 26′, & ſa declinaiſon 12° 3′.

Ce jour-là la Comete étoit éloignée ſur ſa route de la premiere obſervation de 56 degrés $\frac{1}{4}$.

Le 8 Avril à 9^h nous comparâmes la Comete à une étoile de la ſixiéme grandeur dans l'aîle de la Vierge, qui n'eſt point marquée dans les Cartes ni dans les Catalogues, & qui eſt auſſi composée de pluſieurs petites étoiles. La difference d'aſcenſion droite entre la Comete & l'étoile principale étoit de 7° 34′ dont l'étoile étoit plus orientale, la Comete étant plus meridionale de 6′. L'aſcenſion droite de l'étoile eſt 187° 54′, & ſa declinaiſon de 11° 22′; d'où l'on trouve l'aſcenſion droite de la Comete de 180° 20′, & ſa declinaiſon de 11° 16′.

Le 9 Avril à 9^h 46′ la difference d'aſcenſion droite entre la Comete & l'étoile plus orientale de la Vierge marquée o par Bayer fut de 1° 46′, & la difference de declinaiſon fut de 4′ dont la Comete étoit plus meridionale. L'aſcenſion droite de l'étoile eſt 137° 35′, & ſa declinaiſon 10° 24′; donc l'aſcenſion droite de la Comete étoit 179° 21′, & ſa declinaiſon 10° 20′.

Le 10 Avril à 9^h 46′ la Comete fut plus ſeptentrionale de 16′ en declinaiſon que l'étoile la plus orientale des deux qui ſont marquées *d* par Bayer dans le bras de la

Vierge. La difference d'ascension droite entre la même étoile & la Comete fut de 9° 17′ dont la Comete étoit plus occidentale. L'ascension droite de l'étoile est 187° 43′, & sa declinaison Septentrionale 9° 19′; d'où l'on calcule l'ascension droite de la Comete de 178° 26′, & sa declinaison 9° 35′.

Le 11 Avril nous comparâmes la Comete avec l'autre étoile marquée *d* dans le bras de la Vierge. Leur difference d'ascension droite se trouva de 9° 10′, & leur difference de declinaison de 25′ dont la Comete étoit plus septentrionale. L'ascension droite de l'étoile est 186° 47′, & sa declinaison 8° 28′; donc l'ascension droite de la Comete est 177° 37′, & sa declinaison 8° 53′.

Le 12 Avril à 9^h 30′ la difference d'ascension droite entre l'étoile marquée π par Bayer dans la tête de la Vierge, & la Comete fut observée de 21′ dont l'ascension droite de la Comete étoit plus grande, & la difference de declinaison étoit de 6 minutes dont la Comete étoit plus meridionale. Ayant supposé l'ascension droite de l'étoile de 176 degrés 28′, & sa declinaison de 8° 18′, on trouve l'ascension droite de la Comete de 176° 49′, & sa declinaison de 8° 12′.

Le 13 Avril nous comparâmes la Comete à une étoile de la sixiéme grandeur, qui n'est point marquée sur les Cartes ni dans les Catalogues, & qui suivant nos observations est à 178° 45′ d'ascension droite, avec une declinaison septentrionale de 7° 29′. La difference d'ascension droite entre la Comete qui étoit plus occidentale & l'étoile, étoit de 2° 40′, & la difference de declinaison dont la Comete étoit plus septentrionale fut de 9′; donc l'ascension droite de la Comete est 176° 6′; sa declinaison 7° 38′, ayant parcouru sur sa route 63 degrés depuis la premiere observation que nous en fîmes le 18 Mars.

Nous vîmes la Comete le 14 & le 16 d'Avril avec la Lunete; mais nous ne pûmes déterminer qu'à peu prés sa situation, à cause qu'elle étoit fort foible, & qu'il ne se rencontra point dans son parallele d'étoiles prochaines ausquelles

ausquelles on la pût comparer, comme nous avons fait dans la plûpart des autres observations. Le 16 elle nous parut environ un demi-degré plus septentrionale que l'étoile marquée β dans la tête de la Vierge, & éloignée en ascension droite d'un degré & demi de la même étoile.

Dans la suite nous n'avons pû voir la Comete, à cause qu'elle étoit fort petite & foible, & à cause de la Lune qui restoit le soir sur l'horizon.

Tous ces lieux de la Comete tombent sur une ligne qui n'est differente d'une portion d'un grand cercle que dans les dernieres observations, qui font connoître qu'elle en decline un peu vers l'Orient.

L'endroit du Ciel où nous avons cessé de voir la Comete est éloigné de l'Ecliptique 3 degrés seulement.

Si l'on continuë le grand cercle sur lequel tombent la plûpart des observations, il coupera l'Ecliptique vers le 21 degré de la Vierge. Il est vrai que comme dans les dernieres observations la Comete declinoit un peu de ce grand cercle, sa trace continuée uniformément couperoit l'Ecliptique un peu plus vers l'Orient.

La route de la Comete de l'année 1580 coupa l'Ecliptique précisément dans le degré opposé, c'est à dire en 21 des Poissons, ainsi qu'il paroît par les observations de Mestlin. Le mouvement de nôtre Comete, qui du commencement étoit de quatre degrés par jour, a été toûjours en diminuant; de sorte que les derniers jours que nous l'avons observée il étoit moindre d'un degré.

Cette Comete a été fort petite, même lorsqu'elle étoit plus proche de la terre, & que son mouvement étoit plus grand. A mesure que ce mouvement est devenu plus lent, la grandeur apparente de la Comete a aussi diminué.

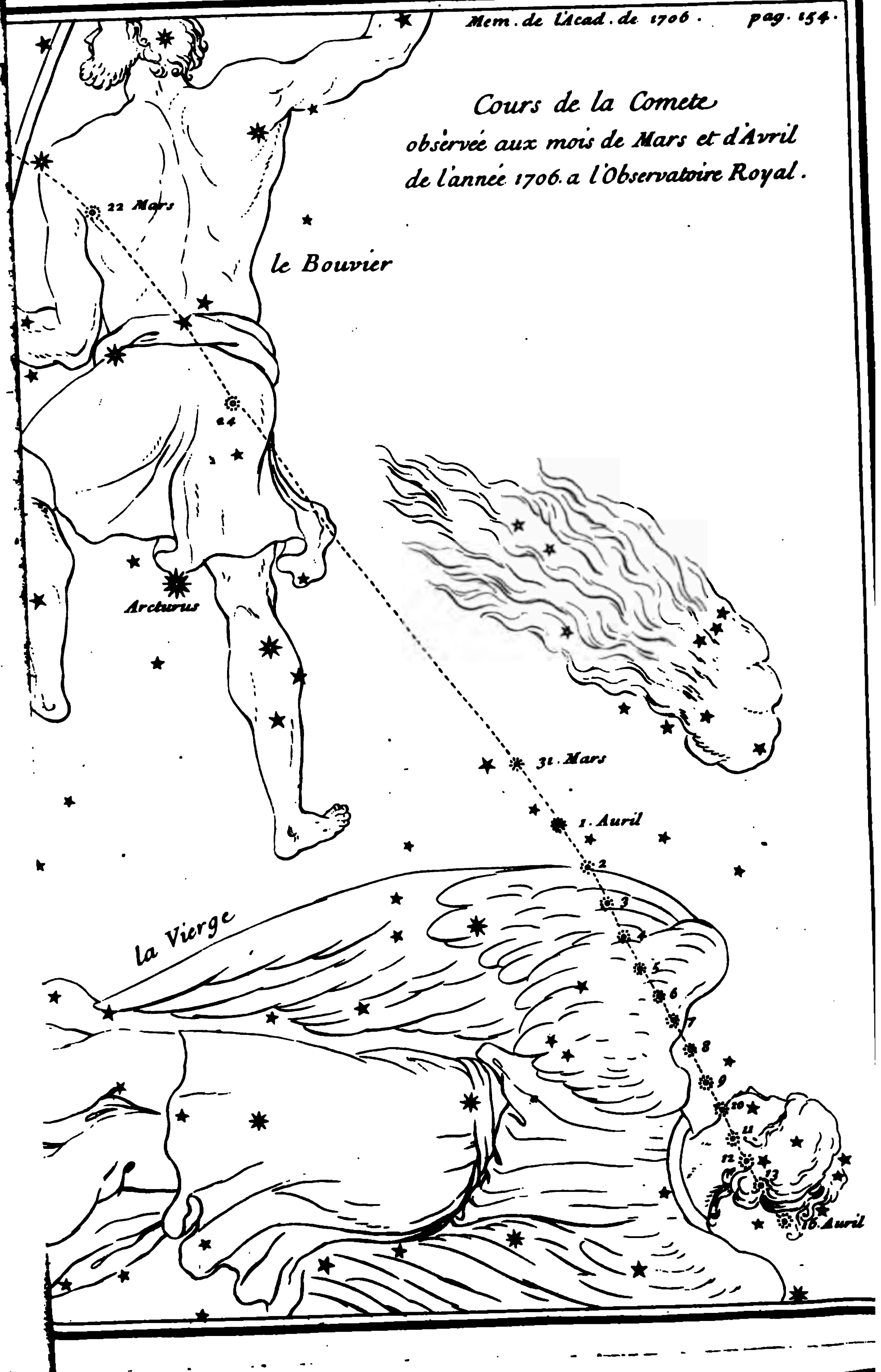
La Comete vûë avec des grandes Lunetes paroissoit mal terminée: elle étoit assez claire vers le milieu, mais plus obscure vers ses bords. On la voïoit beaucoup mieux & plus claire avec des grandes Lunetes qu'avec des petites.

Pour representer le mouvement de cette Comete par

la theorie, nous avons ſuppoſé, comme il a été déja r
porté dans le premier Memoire, qu'elle décrit par
mouvement égal une ligne un peu differente de la dro
ſur laquelle elle parcourt $\frac{7}{100}$ de ſa plus petite diſtance
la terre : mais pour repreſenter avec plus d'exactitude t
tes les obſervations, nous avons donné au Perigée,
nous prenons pour terme du mouvement de la Come
un mouvement de 4 minutes par jour ſuivant le cours
la Comete. Par cette maniere nous repreſentons tous
lieux obſervés à peu de minutes prés, ſans une plus gr
de difference des obſervations, que celle qui ſe trouve
vent entre les meilleures Tables modernes de la L
comparées entr'elles, & avec les obſervations.

Nous n'avons rien à changer à l'inclinaiſon de la ro
de la Comete à l'Ecliptique, que nous avons rappo
du commencement à l'Academie ; quoique nous aïons
obligés d'avancer le nœud de la Comete de quelques
grés plus vers l'Orient, ſoit qu'on doive attribuer ce ch
gement à un mouvement des nœuds analogue à celui
nœuds de la Lune, ſoit qu'on le doive attribuer à la g
de difficulté qui ſe rencontre à déterminer les nœuds
les obſervations qui en ſont le plus éloignées, & pro
de la plus grande latitude, où étoit la Comete du co
mencement que nous l'avons apperçûë, & par les obſ
vations faites à peu de diſtance les unes des autres dan
plus grande latitude de la Comete.




Cours de la Comete
observée aux mois de Mars et d'Avril
de l'année 1706. a l'Observatoire Royal.
22 Mars
le Bouvier
24
Arcturus
31. Mars
1. Auril
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
16. Auril
la Vierge

OBSERVATION

De l'Eclipse de Lune du 28 Avril 1706 faite à l'Observatoire Royal.

PAR Mrs CASSINI ET MARALDI.

LE Ciel qui a été couvert une partie de la nuit du 27 au 28 Avril, ne nous a pas permis d'observer le commencement de l'Eclipse, qui suivant le calcul devoit arriver 30 minutes aprés minuit, la Lune ne s'étant pas pû voir qu'à 1h 30′ au travers des nuages qui empêchoient de voir sa partie éclipsée. 1706. 5. May.

On l'a commencé de voir un peu plus distinctement à 1h 35′; mais les nuages qui passoient devant la Lune empêchoient de voir le terme de l'ombre bien distinct pour pouvoir mesurer la grandeur de l'Eclipse avec précision.

Nous avons observé en deux manieres differentes cette Eclipse, l'une par le Micrometre posé au foïer de la Lunete de 8 pieds, l'autre par la Lunete posée sur la machine parallatique, en observant le passage des bords de la Lune & des cornes par les fils qui se croisent au foïer de la Lunete.

Les nuages qui passoient souvent devant la Lune, & l'ont aussi entierement couverte plusieurs fois differentes, ont empêché de marquer exactement les phases de l'Eclipse, & l'entrée & sortie des taches de l'ombre.

à 1h 34′ ½ L'ombre éloignée de Grimaldi de la longueur de cette tache.

1 38 En mesurant avec le Micrometre la partie claire de la Lune, nous trouvâmes sa partie éclipsée d'environ 6 doits; mais cette observation nous paroît un peu douteuse.

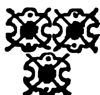
1 45 La grandeur de l'Eclipse étoit de 5doits 52′

1 47 5 48

à 1h	53 ½	La grandeur de l'Eclipse étoit de	5 doits	45'
1	55	L'ombre à Promontorium acutum.		
1	55	L'Eclipse est de	5	40
1	57	L'ombre étoit fort proche de Dionysius.		
2	0	L'Eclipse est de	5	33
2	2 ¾	L'ombre étoit à peu prés dans la même situation à l'égard de Dionysius.		
2	4	La Lune éclipsée de	5	26
2	7	La Lune se couvre.		
2	11	L'ombre quitte Mare humorum.		
2	15	La Lune s'étant éclaircie l'Eclipse est de 5 envir.		
2	20	La grandeur de l'Eclipse.	4	51
2	24	L'Eclipse est de	4	45
2	29	L'Eclipse est de	3	20
2	31	La Lune se couvre, & reste presque toûjours couverte jusqu'à 2h 59' que l'Eclipse n'étoit plus que de 3 doits 34'.		
3	2 ½	Fin de l'Eclipse.		

Par la Machine parallatique.

à 1h 42' ⅓	Grandeur de l'Eclipse.	4 doits	58'
1 48 ¾		5	12
1 58 13		5	10
2 4 40		5	7
2 24 30		3	49
3 3	Fin de l'Eclipse.		



OBSERVATION

De l'Eclipse de Lune du 28 Avril 1706 faite à l'Observatoire.

PAR Mrs. DE LA HIRE.

LE Ciel fut tout couvert, & il plut dans tout le commencement de cette Eclipse; mais vers le milieu la Lune commença à paroître entre les nuages. Nous n'en pûmes faire que les observations suivantes avec le Micrometre appliqué à la Lunete de 7 piés. 1706. 5. May.

à 1h 43′ 24″	La Lune étoit éclipsée de	5 doits	40 minutes.
46 16		5	40
2 0 44		5	27
8 12		5	19
20 38		4	34
41 46		3	15

3 4 28 Fin de l'Eclipse, mais un peu douteuse, à cause qu'on ne peut pas bien juger de l'ombre veritable qui ne paroît plus sur le disque de la Lune.

L'ombre passa un peu au-delà du *Promontorium acutum*, & il nous sembla qu'il fut tout caché à 1h 51′ 30″; mais il étoit fort difficile d'en bien juger, à cause que l'ombre paroissoit aller fort lentement en cet endroit.

Nous ne pûmes pas observer les Emersions des Taches ni même de Tycho, les nuages qui passoient continuellement sur le corps de la Lune ne le permettant pas.

L'ombre étoit fort noire, & lorsque le Ciel étoit le plus serein, on voyoit assez difficilement le bord du disque qui étoit obscurci. Elle étoit d'ailleurs assez nette & tranchée.

Nous observâmes aussi le diametre de la Lune de 29′ 37″ à la hauteur de 15° 40′.

Nous avions fait le jour précedent quelques observa-

tions de la Lune, comme son passage par le meridien, pour le comparer à celui qui précedoit l'Eclipse; mais on ne pût pas à cause du mauvais tems.

Il faut remarquer que dans les Eclipses de Lune, lorsque l'ombre est fort noire, ce qui arrive assez rarement, il est difficile de déterminer l'Emersion des Taches, qu'on ne peut pas voir avant qu'elles soient sorties; car on ne distingue pas facilement les Taches dans l'ombre.

OBSERVATIONS SUR LE FER AU VERRE ARDENT.

PAR M. HOMBERG.

1706. 8. May. LE Fer forgé étant exposé au verre ardent en petits morceaux, comme sont les pointes de clous de Maréchal ou des broquettes de Tapissier, s'y fond assez vîte, mais d'une maniere differente des autres metaux. Tous les metaux quand ils commencent à fondre, c'est toute la masse ensemble qui se liquefie peu à peu, comme l'on voit le plomb se fondre ou l'étain au feu ordinaire: mais le fer se fond au Soleil tout autrement. Voici comment.

D'abord il paroît sur la superficie du fer une matiere fonduë comme de la poix noire, qui se distingue fort bien d'avec une autre substance du fer qui est blanche & plus difficile à fondre, sur laquelle cette matiere noire coule & change de place comme la cire fonduë couleroit sur un metal chaud. Le fer se tient quelquefois un bon miserere dans cette situation avant que la matiere blanche commence à se fondre, laquelle paroît inégale & raboteuse sous cette matiere noire, jusqu'à ce que toute la masse du fer soit fonduë: alors si le fer est soûtenu d'un charbon, la matiere noire se joint au charbon, s'enflamme, le creu-

se fort vîte & saute en étincelles, qui petillent comme le fer qui brûle dans la forge d'un Maréchal.

Les étincelles en sortent d'abord fort grosses & en grande quantité; elles diminuënt ensuite jusqu'à ce qu'à la fin il reste une masse de fer fondu qui ne jette plus d'étincelles, & qui se tient en fonte aussi tranquilement qu'une goute d'huile se tient sur une assiete d'argent.

Pendant que le fer est dans cette fonte tranquile où il ne jette plus d'étincelles, il s'amasse sur sa superficie un verre transparent, mais qui ne s'y tient pas de la même maniere qu'il fait sur les autres metaux qui se vitrifient, où le verre nage sur le metal sans se boursouffler, comme une goute de graisse nageroit sur l'eau chaude: mais le verre du fer se boursouffle & s'éleve en écume blanche, qui de temps en temps se rabat en une goute unie & transparente, & qui un moment aprés se releve en écume; ce qui arrive successivement & souvent. Mais le fer étant refroidi, le verre n'est ni blanc ni transparent comme il paroissoit étant liquide, mais fort noir comme seroit un émail noir.

Pendant le temps que le fer petille & que les étincelles en sautent, il s'attache sur toute la superficie du charbon qui soûtient le fer, une tres-grande quantité de petites boulettes, qui ne sont autre chose que la partie inflammable du fer qui s'en separe en forme d'étincelles, & qui tombe sur le charbon. Si l'on remuë un peu le charbon pendant la fonte tranquile du fer, ensorte que ces petites boulettes des étincelles puissent retomber sur ce fer fondu; alors ce fer recommence à jetter des étincelles jusqu'à ce que la matiere étincelante en soit entierement ressortie.

Il y a beaucoup d'apparence que la matiere qui fournit ces étincelles, ou la matiere inflammable du fer, est cette matiere noire qui se fond d'abord que le fer paroît au foyer du verre ardent; puisque le fer ne commence à jetter des étincelles, que lorsque cette matiere noire commence à toucher le charbon, & que la partie du fer qui se

tient en une fonte tranquile ſans étinceler, eſt cette matiere blanche du fer qui fond la derniere ; que la premiere eſt une matiere non encore metallique, & que la derniere eſt le vrai fer ou la partie metallique du fer.

Le hazard nous a découvert que dans toutes les cendres il ſe trouve une poudre noiratre qui eſt un vrai fer: ce que l'on peut verifier de cette maniere. Brûlez en cendres quelle ſorte d'herbes ſeches ou du bois que vous voudrez: prenez les précautions neceſſaires pour qu'il ne s'y puiſſe mêler quelque matiere ferrugineuſe: puis foüillez dans ces cendres avec une lamme de coûteau bien nette & qui ſoit aimantée d'un Aimant vigoureux; vous trouverez au bout de vôtre coûteau une barbe d'une poudre noiratre comme ſi vous l'aviez trempé dans de la limaille de fer. Ramaſſez cette poudre: faites cela tant de fois que vous en aïez aſſez pour la pouvoir fondre; ce que vous ferez aiſément au verre ardent: il vous en viendra une grenaille de fer, qui jettera des étincelles ſur le charbon comme fait un morceau de fer qu'on rougit fortement à la forge.

Cette experience nous marque avec beaucoup d'évidence que dans le brûlement ou dans l'incineration de toute matiere vegetale il ſe compoſe du fer, puiſqu'il s'attache au bout du coûteau aimanté en forme d'une poudre noiratre; ce qui n'arrive à aucune autre matiere qu'au fer ou à l'acier, qui eſt du fer purifié: Et comme dans le brûlement de quelque matiere vegetale que ce ſoit, les cendres qui en proviennent conſiſtent en une partie de ſel fixe de la plante, en un peu d'huile fetide & en un peu de terre; il pourroit fort bien être que la ſubſtance du fer conſiſte de même en une partie de terre & de ſel fixe de la plante, dont les parties ſont ſi fortement collées enſemble & envelopées dans le feu par l'huile fetide du vegetal brûlé, que la flamme a de la peine à les ſeparer les unes des autres, & qu'elles s'y fondent plutôt enſemble pour produire un corps dur & cependant malleable que nous appellons du fer.

Nous

Nous avons obſervé que la matiere noire du fer eſt une matiere huileuſe, qui s'enflamme avec le charbon ou ſemblable & non autrement. Il pourroit bien être que cette matiere huileuſe ou noire du fer ſoit un reſte ſuperflu de l'huile du bois ou d'autre vegetal, qui par ſon incineration a produit le fer, & qui ne s'eſt pas joint aſſez intimement ou en trop grande quantité avec les autres principes qui entrent dans la compoſition du fer, & qui ſe rejoint dans l'occaſion aux parties huileuſes ou inflammables du charbon comme à ſon ſemblable, & y produit cette inflammation ou étincellement comme la matiere huileuſe vegetale ou animale en ſe joignant à quelque ſel qui donne le caractere du ſalpetre, & qui s'en détache en s'enflammant à chaque fois qu'elle touche à un charbon ardent.

L'étincellement du fer n'arrive ordinairement que lorſqu'on le fond ſur un charbon : car ſi on le fond ſur quelqu'autre metal, dans un creuſet ou ſur de la porcelaine ; le fer n'étincelle point, & alors la matiere blanche du fer ſe ſepare de la noire dans la fonte, & fait un culot à part, ſur lequel nage la matiere noire, comme les ſcories ſurnagent un metal fondu. La matiere blanche eſt dure comme l'acier trempé ; & étant caſſée, elle eſt jaunâtre en dedans, & quelquefois blanche comme de l'argent. La matiere noire, étant réduite en ſcories, eſt tendre & friable comme du verre outré au Soleil.

Le fer joint aux autres metaux par la fonte produit des effets differens ſelon les metaux auſquels on le joint, & ſelon le temps qu'on le joint à ces metaux. Quand on fond le fer avec quelque metal ſulphureux, comme avec l'or, avec le cuivre ou avec l'étain ; la matiere blanche du fer ſe mêle avec ces metaux, & la matiere huileuſe ou noire les ſurnage comme une ſcorie qui s'en ſepare fort aiſément par un coup de marteau, comme toutes les ſcories ſe ſeparent de deſſus les metaux ſur qui elles tiennent.

Quand on fait fondre le fer le premier ſur un charbon, & qu'enſuite on met l'autre metal ſur ce fer fondu ; alors

le fer continuë à jetter des étincelles jusqu'à sauter presqu'entierement de dessus le charbon en petits grains, qui sont d'abord comme de la poussiere, ensuite comme du sable, & à la fin comme des têtes d'épingles; & il emporte avec lui presque toute la masse de l'autre metal. Mais quand on fait fondre l'autre metal le premier & qu'on met le fer dessus ce metal fondu; alors tres-souvent il ne se fond que seulement la matiere noire du fer, sans qu'on puisse faire fondre la matiere blanche, laquelle nage sur l'autre metal, ou s'y enfonce selon que le fer est plus ou moins pesant que l'autre metal, & la matiere noire du fer leur sert de scories. Dans cette situation le fer ne petille & n'étincelle jamais, même avec les metaux sulphureux, comme nous allons voir dans le détail suivant.

Quand on fait fondre du fer jusqu'à ce qu'il ait cessé de jetter des étincelles, & jusqu'à ce qu'il se tienne en une fonte tranquile; si pour lors on met un morceau d'argent dessus, l'argent se fond & les deux metaux se confondent en une masse, sans que le fer recommence à jetter des étincelles: mais si l'on fait fondre l'argent le premier, & si l'on met un morceau de fer sur cet argent fondu, l'argent se tiendra en fonte, & le fer ne se fondra pas. Il arrivera pour lors un effet qui m'a paru particulier à l'argent, qui est que la partie huileuse du fer se fondra d'abord seule; elle coulera de dessus le fer, & entrera dans la masse de l'argent fondu, comme l'eau entre dans une éponge, laissant la partie du fer la plus blanche & la plus metallique destituée de son soufre brûlant qui lui sert ordinairement de fondant: & c'est-là la raison pourquoy le fer pour lors ne se fond que tres-difficilement. L'argent qui a bû ce soufre devient noiratre & fort cassant; il le faut mettre à la coupelle de plomb pour l'en separer.

Voilà l'effet du mélange du fer avec l'argent, qui est le metal le moins sulphureux que nous aïons. Il n'arrive pas la même chose quand on mêle le fer avec un metal sulphureux, comme est l'or, le cuivre & l'étain; soit qu'on les fasse fondre devant le fer, ou qu'on fasse fondre le fer

le premier: parceque ces metaux aïant d'eux-mêmes beaucoup de ſoufre, ils ne boivent pas le ſoufre brûlant du fer comme faiſoit l'argent qui a fort peu de ſoufre.

Le fer fondu avec l'un de ces trois metaux produit encore des effets differens. Etant mêlé avec l'or, il continuë à petiller comme ſi on l'avoit fondu ſeul, ſans jetter une plus grande quantité d'étincelles: ce qui marque que le ſoufre de l'or n'eſt pas un ſoufre brûlant comme celui du fer; car il en auroit augmenté les étincelles.

Quand on fond un morceau de fer juſqu'à la ceſſation du petillement; ſi l'on met pour lors une plaque de cuivre rouge deſſus, il arrive premierement que le cuivre devient blanc comme de l'argent, aprés quoy il devient noir & luſtré comme du vernis noir de la Chine, troiſiémement il ſe ride comme une pomme fort ridée reſtant toûjours noir, & un moment aprés il ſe fond & ſe confond avec le fer: mais comme le fer eſt plus leger que le cuivre, il monte ſur la ſuperficie du cuivre comme une ſcorie blanchatre, & s'étant joint au ſoufre du cuivre, il recommence à jetter des étincelles en plus grande quantité qu'auparavant, & beaucoup plus larges & plus brillantes que lorſqu'il petilloit ſeul & ſans le cuivre; ce qu'il ne faiſoit pas avec l'or: marque évidente que le cuivre contient un ſoufre brûlant auſſi-bien que le fer, & que l'or n'en contient pas. Ces étincelles brillantes durent long-temps: à la fin elles ceſſent, & la maſſe fonduë continuë à jetter une tres-grande quantité de petits grains de metal ſans étincelles. Ces petits grains ſont d'abord fort menus, & ne s'élevent pas plus de quatre ou cinq pouces; mais à la fin ils deviennent auſſi gros que des têtes des plus groſſes épingles, & ils s'élancent en l'air de la hauteur d'un pied ou d'un pied & demi. Quand on met quelque baſſin au-deſſous du charbon qui tient cette maſſe petillante; on reçoit ces petits grains qui ſautent en l'air, que l'on reconnoît fort bien & ſans loupe, les uns de cuivre pur, les autres de fer fondu, & d'autres de fer mêlé de cuivre.

L'étain ayant été mis en fonte au Soleil; ſi l'on y ajoûte

du fer, le fer ſe fond promptement & ſe mêle parfaitement avec l'étain, & mieux qu'aucun autre metal. Ils ſe tiennent tranquilement en fonte, ſans que le fer petille ou jette des étincelles : ce qui marque que le ſoufre de l'étain approche de celui de l'or, & qu'il n'eſt pas brûlant comme celui du fer ou du cuivre. Ils fument un peu enſemble, & ſe vitrifient en un émail noir. Le metal qui ſe trouve ſous l'émail, eſt blanc comme de l'argent de coupelle, & dur & caſſant comme du fer fondu.

Si à cet étain & fer fondu enſemble on ajoûte du plomb de chacun parties égales, la matiere ſe fondra difficilement; & en la laiſſant refroidir, la maſſe fonduë produit ſur le champ une eſpece de vegetation, & jette ſur toute ſa ſuperficie une poudre jaune de l'épaiſſeur d'un doigt; en ſorte que la poudre qui ſort de la maſſe fonduë, paroît le double de celle qui l'a produite, & la maſſe fonduë qui étoit fort boſſuë devient plate & même creuſe. Cette poudre ſort d'abord en forme de champignons ſur la ſuperficie de la maſſe fonduë, qui tombent enſuite en une poudre jaune. Si l'on ajoûte un peu de cuivre à ce mélange de fer, d'étain & de plomb; il ne produit plus de champignons ni de poudre.

L'étain étant fondu le premier, & les clous de fer mis ſur cet étain fondu pour ſe fondre enſuite; il ne ſe fait point de petillement ni d'étincelles, tres-peu de fumée, & la fonte eſt tranquile, comme nous venons de le voir. Mais ſi l'on fond le fer le premier, & ſi l'on met l'étain ſur ce fer fondu; l'étain ſe calcine dans un moment en une chaux blanche, & auſſi-tôt aprés il ſe fond & ſe confond avec le fer : il en ſort une prodigieuſe quantité de fumée : le fer & l'étain petillent enſemble ſans jetter d'étincelles, & chaque grain qui en ſaute en tres-grand nombre, entraîne avec lui un filet de fumée blanche, laquelle ſe durcit en l'air & tient enſemble comme de la toile d'araignée, & remplit l'air de flocons & de fils blanchatres qui couvrent tout ce qui ſe trouve alentour. Chaque grain de ce metal qui s'élance en l'air, & qui for-

me un fil blanc depuis la masse du metal d'où il sort jusqu'à la hauteur où il peut aller, monte jusqu'à douze, quinze & dix-huit pouces; ce qui fait un mouvement fort agreable aux yeux, qui ressemble à une grande quantité de fusées volantes & de serpentaux qu'on lâcheroit en même temps.

L'étain fin mis seul au verre ardent fume beaucoup, & s'en va enfin entierement en fumée, ne laissant aucun residu. L'étain de vaisselle fume plus que l'étain fin, s'en va plus vîte en fumée, & laisse à la fin une matiere terreuse qui ne change plus. L'étain & le plomb, parties égales, fument beaucoup, & se vitrifient à la fin. Ce verre fume encore quelque temps, puis il cesse de fumer, & se change à la fin en une matiere terreuse.

OBSERVATION DE L'ECLIPSE DU SOLEIL

Faite à Marly le 12 May 1706, en presence du ROY, *de* MONSEIGNEUR, *& de* MONSEIGNEUR LE DUC DE BOURGOGNE.

MOnsieur l'Abbé Bignon ayant communiqué à l'Academie une Lettre qu'il avoit reçûë de M. le Comte de Pontchartrain, par laquelle il lui mandoit que le Roy vouloit qu'on choisît quelques Astronomes de l'Academie Royale des Sciences pour aller observer à Marly en sa presence l'Eclipse du Soleil, pendant que les autres resteroient à l'Observatoire pour y faire les observations de cette Eclipse. Mrs Cassini le fils & de la Hire le fils furent choisis pour aller à Marly, & ils porterent avec eux un Quart de cercle de deux pieds de rayon, une Pendule 1706. 15. May.

à ſeconde, une à demi-ſeconde, & pluſieurs Lunetes de diverſes grandeurs.

On avoit attaché à deux de ces Lunetes, dont l'une étoit de neuf & l'autre de ſept pieds, deux ſupports qui portoient une planchette perpendiculaire à l'axe de la Lunete, à la diſtance de l'oculaire d'environ deux pieds, & l'on avoit tracé ſur un carton poſé ſur cette planchette un cercle égal à l'image que le Soleil paſſant par la Lunete formoit ſur ce carton. Ce cercle étoit diviſé par des cercles concentriques en doits & demi-doits.

On avoit placé au foyer commun des deux verres d'une autre Lunete de cinq pieds, un chaſſis avec des fils de ſoïe ſimple paralleles entr'eux, dont les deux extrêmes comprenoient exactement l'image du Soleil. Les autres fils diviſoient cet eſpace en douze parties égales.

Ils arriverent à Marly le 11 May aprés midy, où M. le Comte de Pontchartrain les ayant preſenté au Roy, Sa Majeſté leur ordonna de choiſir un lieu propre pour faire exactement l'obſervation de cette Eclipſe.

Monſeigneur le Duc de Bourgogne jugea à propos de mettre les Inſtrumens dans le Salon de Marly qui regarde la Caſcade que l'on appelle ordinairement la Riviere, lequel eſt expoſé au Midy avec un peu de declinaiſon vers l'Orient. On y plaça le ſoir la Pendule à ſeconde, & l'on obſerva en ſa preſence & de toute la Cour des hauteurs du cœur du Lion avec le Quart de cercle pour regler la Pendule.

Le lendemain matin 12 May l'on obſerva dans le Salon du Château où étoient les Inſtrumens quelques hauteurs du Soleil pour ſçavoir l'état de la Pendule; & ayant placé les trois Lunettes dont on a parlé cy-deſſus ſur la terraſſe qui eſt prés de ce Salon, on attendit le moment de l'Eclipſe.

Monſeigneur le Duc de Bourgogne fut le premier qui l'apperçût entre les nuages à 8^h 28′ 57″ lorſqu'elle étoit éclipſée d'environ un demi doit, & jugea qu'il y avoit au moins deux minutes qu'elle avoit commencé; de ſorte

que l'on peut déterminer ſon commencement à $8^h\ 26'$. Le Soleil étant encore entre des nuages rares, l'on détermina les premieres Phaſes avec les reticules qui étoient placez au foyer de la Lunete de cinq pieds que l'on avoit attachée ſur le Quart de cercle ; & lorſque le Soleil fut entierement dégagé des nuages, on l'obſerva par le moïen de ſon image qui ſe peignoit ſur le carton expoſé aux Lunetes.

Monſeigneur le Duc de Bourgogne détermina lui-même la plûpart des Phaſes lorſque l'Eclipſe arrivoit à differens doits, & l'on marquoit au même inſtant à la Pendule le temps de l'obſervation. Il détermina auſſi en même temps la grandeur de l'Eclipſe & la diſtance des cornes pour trouver la proportion du diametre apparent du Soleil à celui de la Lune, & il trouva le diametre apparent de la Lune plus grand que celui du Soleil, de même qu'il eſt marqué dans les Tables.

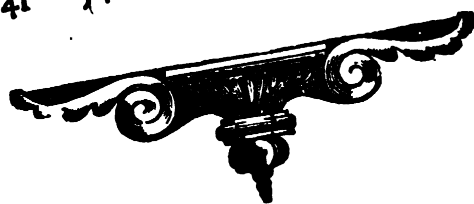
Le Roy vint voir l'Eclipſe lorſqu'elle augmentoit encore, & faiſoit marquer à la Pendule l'heure des Phaſes differentes & le temps de la plus grande Eclipſe. Sa Majeſté y demeura encore long-temps aprés qu'elle eut commencé à diminuer. Monſeigneur, Madame la Ducheſſe de Bourgogne, Monſeigneur le Duc de Berry, Madame, Monſieur le Duc d'Orleans, Monſieur le Duc & Monſieur le Prince de Conty & toute la Cour aſſiſterent à l'obſervation, & eurent le plaiſir de déterminer eux-mêmes le temps des Phaſes.

L'aprés-midy on obſerva des hauteurs correſpóndantes à celles du matin, & Monſeigneur le Duc de Bourgogne ſe fit expliquer la methode dont l'on ſe ſert pour déterminer les Eclipſes par la projection de la terre dans l'orbe de la Lune.

Observation de l'Eclipse du Soleil à Marly.

Le 12 May à 8h 28′ 57″ du matin Monseigneur le Du[c] de Bourgogne observa que le Soleil étoit déja éclips[é] d'environ un demi doit, & qu'il y avoit au moins deu[x] minutes que l'Eclipse avoit commencé.

8h	38′	25″	Deux doits & demi.
8	40	28	Trois doits.
8	51	58	Cinq doits.
8	56	45	Six doits.
9	3	31	Sept doits.
9	13	2	Huit doits & demi.
9	15	33	Neuf doits.
9	22	27	Dix doits.
9	33	7	Prés de onze doits.
9	38	36	Dix doits & demi.
9	41	36	Dix doits.
9	48	7	Neuf doits.
9	53	38	Huit doits.
9	56	18	Sept doits & demi.
10	6	11	Six doits.
10	12	23	Cinq doits.
10	18	11	Quatre doits.
10	27	42	Deux doits & demi.
10	36	48	Un doit.
10	41	54	Fin de l'Eclipse.



OBSERVATION

De l'Eclipse de Soleil faite le 12 May 1706 dans l'Appartement inferieur de l'Observatoire.

PAR Mrs. CASSINI ET MARALDI.

ON a observé en deux manieres differentes l'Eclipse de Soleil qui est arrivée le 12 de ce mois au matin. On avoit mis au foïer de la Lunete de 34 pieds, placée sur la terrasse de l'Observatoire, un papier bien tendu sur lequel se peignoit l'image du Soleil, dont le diametre étoit presque de quatre pouces. On avoit divisé ce diametre en 12 parties par six cercles concentriques qui representoient les douze doits, dont chacun étoit un peu moins de quatre lignes. 1706. 15. May.

Pour observer les doits de l'Eclipse par cette Lunete, on faisoit concourir l'image du Sòleil avec le cercle exterieur, & dans cette situation on observoit quand la concavité de l'Eclipse arrivoit à une de ces circonferences qui déterminoient les doits qui restoient éclairez, & à cet instant on marqua l'heure & la minute. M. Coustard & M. Butterfield, qui sont exercez dans ces sortes d'observations, eurent soin d'observer les doits de l'Eclipse avec cette Lunete.

On a aussi observé l'Eclipse dans la Tour orientale & dans la Salle, en presence de Monsieur le Nonce, de plusieurs Princesses, de plusieurs Messieurs de l'Academie, & d'un grand nombre d'autres personnes considerables.

Les Phases de l'Eclipse ont été observées par un Micrometre posé au foïer de la Lunete de 8 pieds, par le moïen duquel on a mesuré vers le commencement & vers la fin la distance des cornes. Dans la suite de l'Eclipse on a observé la partie claire du Soleil, d'où l'on a conclu les doits éclipsez & la plus grande obscurité.

Les nuages qui couvroient presque tout le Ciel le matin avant l'Eclipse, ne permettoient pas de voir le Soleil

que par intervalles. Nous le vîmes à 8^h 23' lorsque l'Eclipse n'avoit point commencé. Le Soleil se couvrit aussi-tôt ; & s'étant découvert deux minutes aprés, nous vîmes à 8 heures 25' 38" le bord occidental du Soleil qui manquoit déja, de sorte que l'Eclipse avoit commencé un peu auparavant. Le Soleil se couvrit de nouveau, & ne parut que vers les 8^h 40' lorsque l'Eclipse paroissoit déja grande. Durant le reste de l'Eclipse le temps a été plus favorable, principalement vers le milieu & vers la fin.

Observations faites par le Micrometre.			*Par la Lunete de 34 pieds.*	
8^h 25' 38" L'Eclipse avoit commencé.				
43 L'Eclipse étoit de	3 doits	48'		
49	4	30		
8 55 20	6	16		doits
9 1 30	7		9^h 4' 0"	7
9 0	8	0	9 8 0	8
12 20	8	40		
14 0	9	18		
19	9	23	9 20	10
9 23	10	48		
27	10	48		
9 28 55	10	48		
34 45	10	50	9^h 32' Le temps de la plus grande obscurité.	11

L'Eclipse a augmenté jusqu'à present, dans la suite elle va en diminuant.

9 40	10	14	9 42 0	10
9 58	7	21	9 54	8
10 0 0	6	56	10 0	7
10 0	4	45	10 7 30	6
13 30	4	37		
10 16	4	14	10 19 0	4
24	2	42	10 29	2
10 28 40	2	6	10 34	1
10 30 46	1	36	10 40 49 Fin de l'Eclipse par la Lunete de 34 pieds.	
10 34 10	1	9		
10 36 30	0	40		

10 40 47 Fin de l'Eclipse par la Lunete de 8 pieds.

Quoique la partie lumineuse du Soleil qui est restée dans la plus grande obscurité n'ait été qu'environ sa douziéme partie de son diametre, sa lumiere étoit encore assez grande : elle paroissoit seulement plus foible & plus rougeâtre.

Quelques minutes avant la fin de l'Eclipse, nous étions attentifs à observer avec la Lunete de 8 pieds le moment qu'elle finiroit. Nous remarquâmes que la commune section de l'obscurité & de la lumiere n'étoit pas une portion de cercle bien terminée, mais qu'elle étoit inégale, & qu'il y avoit des pointes obscures, une principalement plus considerable que les autres, qui restoient dans le Soleil plus que le reste de la circonference. Ces pointes obscures sont des montagnes qui se rencontrent dans la circonference de la Lune. On voit quelquefois avec les Lunetes de semblables pointes lumineuses sur la circonference du disque de la Lune, lors même qu'elle est exposée directement au Soleil.

Cette Eclipse de Soleil est arrivée 14 jours $7^{h}\frac{3}{4}$ aprés l'Eclipse de Lune que nous observâmes le 27 d'Avril dernier. En raison de 29 jours 12 heures & trois quarts, qui est le temps moïen du retour de la Lune au Soleil, il devoit y avoir entre l'Eclipse de la Lune & celle du Soleil 14 jours 18 heures & un peu plus d'un tiers. La difference entre l'intervalle moïen & le veritable est 10 heures & un tiers, dont l'intervalle veritable est plus court que le moïen. Cette difference vient en partie du mouvement de la Lune, qui a parcouru dans ce temps son demi-cercle plus proche de la terre, où est son Perigée & son mouvement plus vîte, & en partie de la parallaxe de la Lune, & elle est assez bien representée par les hypotheses Astronomiques.



OBSERVATION

De l'Eclipse de Soleil du 12 May 1706 au matin à l'Observatoire Royal dans la Tour orientale à la hauteur de la grande Salle.

PAR M. DE LA HIRE.

1706. 15. May. J'Ay observé cette Eclipse de la même maniere que j'ay accoûtumé de les observer. Le Micrometre dont je me sers pour prendre la plus grande largeur ou le diametre de la partie du Soleil qui reste éclairée, est appliqué à sa Lunete ordinaire qui a 7 piés de foyer. Chaque intervalle des filets qui separent la longueur de l'ouverture du Micrometre vaut 12′ 45″, comme je l'ay verifié par des methodes tres-sûres, & dix tours de la grosse vis dont le pas est tres-fin, & qui conduit le curseur qui est un filet parallele aux autres, remplissent exactement un intervalle des filets. Ce Micrometre est le même dont M. Picard se servoit, & qu'il avoit construit avec un tres-grand soin, comme il est rapporté dans le Livre des Ouvrages de plusieurs Academiciens que j'ay fait imprimer en 1693 page 413 sur l'imprimé de M. Auzout.

Dans cette Eclipse j'ay observé le tems des Phases pour chaque demi-tour de la vis qui méne le curseur, ou pour chaque 20e. d'un intervalle des filets paralleles, ce qui vaut 38″$\frac{1}{4}$ de degré, & ce qui me donnoit pour chaque observation prés de la cinquiéme partie d'un doit; mais ces observations ont été faites sans avoir aucun égard aux doits, d'où il m'a été facile de les conclure & leurs minutes, par les parties proportionnelles entre le grand nombre des observations que j'ay faites.

Mais comme je sçay par experience que lorsqu'on regarde avec le verre noir les filets hors du disque du Soleil, on ne peut qu'avec peine les appercevoir ; ce q'

empêche de juger si l'un des filets rase exactement le disque apparent du Soleil, & c'est ce qui arrive ordinairement quand le Ciel est bien pur ; je me suis servi du moïen que j'ay expliqué dans mes Tables Astronomiques pour prévenir cet inconvenient. J'ay tendu au-devant du verre objectif sur le bout du tuyau de la Lunete, une toile de soye blanche fort fine & assez claire, ce qui n'empêche pas de voir le Soleil tres-distinctement, & ce qui donne en même tems une blancheur dans toute l'ouverture de la Lunete qui fait appercevoir facilement les filets hors du disque du Soleil, comme s'il y avoit un leger broüillard au-devant du Soleil. Cette methode est aussi tres-commode pour les observations de la Lune dans le même cas.

Le Ciel étoit fort broüillé avant le commencement de l'Eclipse ; mais comme il y avoit de tems en tems quelques intervalles entre les nuages, j'étois attentif à observer le Soleil, lorsque je m'apperçûs qu'il y avoit une tres-petite partie de son disque où la Lune commençoit à entrer, & je jugeay que l'Eclipse pouvoit avoir commencé 10″ ou 12″ plutôt. Il étoit alors 8^h 25′ 52″, c'est-pourquoy je marque le commencement à 8^h 25′ 42″. Ensuite le Ciel se couvrit & ne laissoit voir le Soleil que par des intervalles trop petits pour pouvoir faire quelques observations exactes, jusques vers les $8^h \frac{3}{4}$ où il commença à devenir serein, ou en partie jusqu'à la fin de l'Eclipse. Voici les observations que j'en ay faites. J'avois observé exactement le diametre du Soleil de 31′ 45″, d'où j'ay réduit la partie restante éclairée du disque du Soleil, à la partie éclipsée, comme je la donne ici, & au lieu des minutes & secondes de degré que j'ay observées, j'y ay substitué les doits & les minutes qui leur répondent.

Il faut remarquer qu'il y a toûjours beaucoup de difficulté à observer les phases de ces Eclipses, à cause du mouvement continuel du Soleil, & qu'il faut en même tems être attentif aux deux filets qui renferment la partie éclairée & qui la traversent de biais, ce qui empêche

qu'on ne puiſſe déterminer la grandeur de l'Eclipſe ſans erreur de quelques ſecondes. Il n'en eſt pas de même de l'obſervation du diametre ; car on diſpoſe le Micrometre de telle maniere que le diſque du Soleil ſe meut entre deux filets paralleles.

H.	′	″	*Doits.*	*M.*	*Doits entiers.*				
8	25	42	0	0	Commencement.				
	48	42	4	27	4½	à	8h	48′	57″
	52	42	5	15	5	à	8	51	27
	55	42	5	44	6	à	8	57	7
	58	17	6	13					
9	0	52	6	42	7	à	9	2	5
	6	47	7	41					
	7	57	7	55	8	à	9	8	25
	9	22	8	10					
	10	42	8	25					
	12	7	8	39					
	13	32	8	53	9	à	9	14	4
	14	52	9	8					
	16	14	9	22					
	17	47	9	36					
	19	15	9	51	10	à	9	20	21
	20	57	10	5					
	22	47	10	19					
	24	47	10	34					
	26	47	10	46					
	31	42	10	58	La plus grande obſcurité.				
	34	57	10	46					
	36	57	10	34					
	39	8	10	19					
	40	42	10	5	10	à	9	41	17
	42	17	9	51					
	43	50	9	36					
	45	22	9	22					
	46	52	9	8					
	48	20	8	53	9	à	9	47	39

'	"	Doits.	M.	Doits entiers.	
49	47	8	39		
51	12	8	25		
52	42	8	10		
54	12	7	56	8	à 9h 53' 46"
55	37	7	41		
57	4	7	27		
58	32	7	12		
0	2	6	57	7	à 9 59 44
1	32	6	42		
3	2	6	28		
4	27	6	13		
5	57	5	59	6	à 10 5 51
7	27	5	44		
8	57	5	29		
10	27	5	15		
11	57	5	2	5	à 10 12 8
13	22	4	47		
14	42	4	33		
15	57	4	19		
17	12	4	5	4	à 10 17 40
18	37	3	50		
20	2	3	36		
21	32	3	21		
22	57	3	7	3	à 10 23 37
25	47	2	37		
27	7	2	22		
28	37	2	7		
29	52	1	53	2	à 10 29 14
31	7	1	39		
32		1	25		
33	57	1	10		
35	28	0	56	1	à 10 35 2
36	57	0	41		
38	22	0	27		
41	6	0	0	Fin de l'Eclipse observée fort exactement.	

A la fin de l'Eclipse il paroissoit au bord de la Lune deux petites ondes ou éminences.

On doit remarquer que dans le fort de cette Eclipse on ne laissoit pas de voir fort clair, quoiqu'il n'y eut que la douziéme partie du Soleil qui fut découverte ; mais il sembloit que le Ciel fut fort couvert de tous côtés à l'horizon, quoiqu'il fut fort serein.

Aprés avoir construit mes Tables Astronomiques sur toutes les observations que j'avois faites depuis un grand nombre d'années, & sur celles dont l'exactitude m'étoit connuë, je n'ay donné pour exemple des Eclipses que celles qui devoient arriver depuis 1702, qui est l'année où elles ont été imprimées, afin d'éviter le reproche qu'on fait à quelques Astronomes, de ne rapporter pour exemple que quelques-unes de celles qui sont passées, ausquelles ils font convenir leurs hypotheses.

Cette Eclipse de Soleil est une de celles dont j'ay donné le calcul dans mes Tables, où j'avois trouvé qu'elle devoit commencer à $8^h\ 27'\ 11''$, & finir à $10^h\ 45'\ 37''$, & que sa quantité seroit de 10 doits 48'. Mais la Connoissance des Tems que M. Lieutaud de l'Academie calcule toûjours sur mes Tables, comme on fait aussi nos Ephemerides, marque le commencement de cette Eclipse à $8^h\ 27'\ 4''$, la fin à $10^h\ 45'\ 49''$ & la quantité de 11 doits 8'. Je ne parle point du milieu de l'Eclipse, dont le tems ne peut pas être observé exactement.

La difference de quelques secondes qui se trouvent entre nos calculs, peut venir des parties proportionnelles où l'on peut faire quelque erreur, ce qui ne merite pas d'y avoir égard.

J'ay voulu faire cette observation avec un tres-grand soin ; & pour ce sujet je me suis retiré tout seul dans la Tour orientale de l'Observatoire, afin de n'être point interrompu par une foule de curieux, qui ne nous permettent pas le plus souvent de donner toute l'attention necessaire dans ces rencontres ; & j'ay trouvé que l'Eclipse avoit commencé à $8^h\ 25'\ 42''$, qu'elle avoit fini à 10^h

41′ 6″, & que la quantité avoit été de 10 doits 58′, comme je l'ay rapporté cy-devant.

Ceux qui ne sçavent pas qu'il y a de grandes difficultez, & qu'il faut emploïer beaucoup d'élemens dans la construction des Tables, pourront s'étonner de voir que mon calcul ne s'accorde pas exactement avec l'observation; mais au contraire les Sçavans seront surpris qu'on ait pû arriver à une si grande justesse, & admireront la connoissance qu'on a acquise du mouvement des corps celestes; car il paroît que les anciens Astronomes étoient fort éloignés de prétendre à une aussi grande précision.

Chacun pourra faire la comparaison de mon observation avec les Ephemerides qui sont publiques, & qui ont été calculées par des particuliers sur des Tables dont la plûpart laissent à juger qu'ils sont les Auteurs.

Cette Eclipse a été observée au Château de Marly en presence du Roy & de toute la Cour, par deux Astronomes de l'Academie qui y avoient été mandés par Sa Majesté.

La hauteur du Pole au Château de Marly est de 48° 51′ 35″, & la difference des meridiens entre ce Château & l'Observatoire Royal est de 14′ 18″ de degré ou de 57″ d'heure, comme je l'ay conclu des observations qui en ont été faites.



COMPARAISON

Des Forces centrales avec les Péſanteurs abſoluës des corps mûs de viteſſes variées à diſcrétion le long de telles Courbes qu'on voudra.

PAR M. VARIGNON.

1706. 24. Avril. ON ſçait que tout corps qui ſe meut en rond, ou en ligne courbe quelconque, eſt dans un effort continuel pour s'échaper ſuivant la tangente de cette Courbe à chaque point où il ſe trouve : de maniére qu'il s'échaperoit effectivement ſuivant cette touchante, s'il n'étoit inceſſamment retiré ou repouſſé vers le dedans de cette même Courbe.

De cet effort pour s'échaper ſuivant la touchante de la Courbe que ce corps décrit, à chaque point où il ſe trouve, il en réſulte neceſſairement un autre effort en vertu duquel ce même corps tend à s'éloigner de cette Courbe. C'eſt ce dernier effort que ſent la main qui fait tourner une pierre attachée au bout d'une corde qu'elle retient ; ſoit que cette main lui faſſe décrire un cercle, en ne lui permettant qu'une certaine longueur, toûjours la même, de cette corde ; ou qu'elle lui faſſe décrire quelqu'autre Courbe que ce ſoit, ſelon qu'elle lui en lâchera plus ou moins : c'eſt auſſi ce même effort qu'on appelle d'ordinaire la *Force centrifuge* de cette pierre, ou de tout autre corps qui ſe meut en ligne courbe. Mais comme il y en a auſſi de *centripetes*, telles que celle qu'il faudroit pour décrire une Hyperbole par raport au foyer de ſon oppoſée, vers lequel le corps qui la décriroit, tendroit toûjours à s'aprocher ; nous les avons appelées juſqu'ici du nom commun de *Forces centrales*, de même que celles que le corps *Décrivant* doit avoir en ſens contraire (ſoit qu'on le tire ou qu'on le pouſſe) vers le dedans de la Courbe qu'il décrit ; leſquelles Forces

doivent toûjours être égales à celles-là (chacune à celle qui lui eſt diréctement oppoſée) pour les contre-balancer, & pour empêcher ainſi ce corps de s'écarter de cette Courbe. L'égalité de ces Forces-ci avec les centrales qu'elles contre-balancent, fera que dans la ſuite on les prendra indifféremment les unes pour les autres ſelon qu'il ſera plus facile de les exprimer.

J'ay déja donné pluſieurs Regles générales pour connoître le raport de ces forces entr'elles, dans les Mémoires de 1700. J'ay même donné la maniére d'en trouver à l'infini dans ceux de 1701. J'ay donné encore en 1703 la maniére d'en trouver auſſi une infinité de pareille étenduë pour le cas où pluſieurs de ces forces centrales agiroient toutes à la fois ſur le corps *Décrivant*, quelles que fuſſent leurs diréctions & la Courbe réſultante de leur concours d'action. De ſorte que pour rendre cette Theorie complette, il ne reſte plus (ce me ſemble) qu'à trouver de pareilles Regles pour connoître abſolument ces forces, c'eſt à dire, pour connoître leur raport à quelque force connuë, telle qu'on ſuppoſe d'ordinaire la péſanteur des corps : En voici encore à l'infini, & toutes auſſi générales que les précédentes, dans la Solution du Problême ſuivant, & dans les conſéquences qui s'en tirent.

Avertiſſement.

Pour démêler les Forces centrales des Corps d'avec leurs Péſanteurs, on ſuppoſera par tout dans la ſuite, que les Courbes qu'on leur fera décrire, ſeront toutes ſur des ſurfaces mathematiques horizontales, leſquelles rendent ces corps comme ſans péſanteur, en ſoûtenant ce qu'ils en ont.

PROBLÊME.

Trouver le raport des Forces centrales (tant centrifuges que centripetes) aux Pésanteurs absoluës des Corps mûs de vitesses variées à discrétion le long de telles Courbes qu'on voudra.

SOLUTION.

Construction & définitions. FIGURE I.

I. Soit une Courbe quelconque *MLN* décrite par le corps *L* mû suivant *MLN* avec telle variation de vitesses qu'on voudra, en tendant toûjours vers un point quelconque *C* du plan de cette Courbe, ou diréctement à contre-sens : On demande le raport de la pésanteur absoluë de ce corps, avec ce qu'il fait d'effort à chaque point *L* de cette Courbe pour s'en écarter en suivant la tangente *LQ*, ou (ce qui revient au même) avec les forces qui égales à ces efforts, le retiennent toûjours sur cette Courbe, en l'attirant ou en le repoussant incessamment & diréctement contr'eux suivant *LC*. Le point *C* s'appellera le *Centre* de ces forces ; & les droites *LC*, *lC*, &c. leurs *Rayons*.

Soit l'arc *Ll* indéfiniment petit, des extrémités duquel partent les rayons *LC*, *lC*, avec la petite droite *lP* parallele à *LC*, & qui rencontre en *P* la tangente *LQ*. Soit de plus *HL* la hauteur de laquelle le corps *L* tombant par sa pésanteur, il aquieroit en *L* en vertu de cette seule pésanteur, la vitesse qu'il a efféctivement en ce point suivant *Ll*, ou pour suivre *LP* : Cette hauteur s'appellera dans la suite *Déterminatrice* de cette vitesse, pour n'être pas obligé de répéter cette grande phrase toutes les fois qu'on en parlera.

Expression des tems requis au corps Décrivant pour acquerir en tombant la vitesse qu'il a le long de chaque élément de la Courbe qu'il

II. Cela posé, il est visible que si l'on prend la tangente *LQ* double de la verticale *HL*, & qu'on imagine le corps *L* se mouvoir uniformément de cette vitesse suivant *LQ* ; non-seulement il parcourra cette longueur *LQ* dans un tems égal à celui qu'il auroit mis à tomber de *H* en *L*, en commençant en *H* ; mais encore si l'on prend la partie

indéfiniment petite LP de cette tangente pour le tems qu'il mettroit à parcourir de cette même viteſſe cet élément LP, c'eſt à dire (*hyp.*) pour le tems qu'il met à parcourir effectivement Ll, l'on aura auſſi LQ pour celui qu'il employeroit à parcourir ainſi cette même LQ, ou à tomber de H en L par ſa ſeule péſanteur.

décrit, & pour parcourir cet élément de cette même viteſſe.

III. Cela étant, ſi l'on ſuppoſe que la force centrifuge ou centripete (qui feroit parcourir lP au corps L dans le tems qu'abandonné à lui-même il parcourroit LP, ou que retenu ſur la Courbe il parcourt effectivement l'élément Ll) agit inceſſamment & uniformément ſur le corps L ſuivant Pl, de même que la péſanteur fait de haut en bas dans l'hypothêſe de Galilée; on verra que puiſque cette force centrale en L, eſt capable de lui faire parcourir Pl dans le tems LP; ſi l'on fait cette analogie $\overline{LP}^2 . \overline{LQ}^2 :: Pl . \frac{\overline{LQ}^2 \times Pl}{\overline{LP}^2}$. Ce quatriéme terme ſera l'eſpace que cette force centrale inhérente comme une eſpece de péſanteur dans le corps L, lui feroit parcourir dans le tems LQ que ſa péſanteur (*art.* 2.) le fait tomber de même de H en L; puiſqu'alors les eſpaces feroient comme les quarrés des tems.

Expreſſion de l'eſpace que le corps Décrivant parcourroit en vertu de ſa force centrale conſtante pendant un tems égal à celui qu'il lui faudroit pour acquerir en tombant en vertu de ſa péſanteur une viteſſe égale à ce qu'il en a au point de la courbe où il a cette force centrale.

IV. Donc HL & $\frac{\overline{LQ}^2 \times Pl}{\overline{LP}^2}$ ſont les eſpaces que la péſanteur du corps L, & ſa force centrale en L ſuivant LC, lui feroient parcourir de la même maniére en tems égaux. Par conſéquent ces deux forces doivent être entr'elles comme ces eſpaces : c'eſt à dire que ſi l'on prend p pour la péſanteur de ce corps, & f pour ſa force centrale en L par raport au centre C, l'on aura $f . p :: \frac{\overline{LQ}^2 \times Pl}{\overline{LP}^2} . HL$ (à cauſe que ſuivant l'art. 2. LQ eſt $= 2HL$, & $LP = Ll$) $:: \frac{4\overline{HL}^2 \times Pl}{\overline{Ll}^2} . HL$. Ce qui donne $f = \frac{4p \times HL \times Pl}{Ll \times Ll}$ (en prenant auſſi h pour HL) $= \frac{4ph \times Pl}{Ll \times Ll}$ pour une Regle générale de comparaiſon entre les forces centrales & les péſanteurs des corps. *Ce qu'il falloit trouver.*

Regle de comparaiſon des forces centrales avec les péſanteurs des corps.

Autre maniére de démontrer la même Regle.

V. *Autrement.* Puisqu'on suppose (*art.* 1.) l'élément Ll de la Courbe MLN, parcouru d'une vitesse égale à ce que le corps L qui la décrit, en auroit aquis en L en vertu de sa chute de H en L, & que d'ailleurs ce corps mû de cette vitesse uniforme parcourroit le double de HL dans le tems de cette chute ; ce tems de sa chute de H en L, sera au tems qu'il met à parcourir Ll :: $2HL$. Ll. Donc en appellant dt la durée de l'instant que ce corps emploie à parcourir l'élément Ll, l'on aura $\frac{2HL \times dt}{Ll}$ pour le tems de sa chute faite de H en L en vertu de sa seule pésanteur. Par conséquent les espaces ainsi parcourus en vertu des forces constantes & incessamment appliquées, telles qu'on suppose d'ordinaire la pésanteur, & que toute force centrale l'est à chaque instant, étant en raison composée de ces forces & des quarrés des tems emploïés à parcourir ces espaces ; l'on aura aussi (en prenant encore f pour la force centrale du corps L suivant Pl ou LC, & p pour sa pésanteur) $Pl. HL :: fdt^2. p \times \frac{4\overline{HL}^2 dt^2}{\overline{Ll}^2}$. Ce qui donnera encore $f = \frac{4p \times HL \times Pl}{Ll \times Ll}$ (en prenant aussi h pour HL) $= \frac{4ph \times Pl}{Ll \times Ll}$, ainsi qu'on le vient de trouver dans l'art. 4.

Troisiéme maniére de démontrer la même Regle.

VI. *Autrement encore.* Toutes choses demeurant les mêmes que dans l'art. 2. si l'on prend $H\lambda$ pour ce que le corps tombant de H parcourroit de la hauteur HL en vertu de sa seule pésanteur dans l'instant que sa force centrale lui fait faire Pl ; cette force centrale (f) se trouvera pour lors être à la pésanteur (p) de ce corps :: Pl. $H\lambda$. Mais ce tems par Pl, ou par $H\lambda$, étant (*art.* 2.) à celui de la chute de H en L :: LP (Ll). LQ ($2HL$). L'on aura de plus $H\lambda. HL :: Ll \times Ll. 4HL \times HL$. ou $H\lambda = \frac{Ll \times Ll}{4HL}$. Donc on aura aussi pour lors $f. p :: Pl. \frac{Ll \times Ll}{4HL}$. Ce qui donne encore $f = \frac{4p \times HL \times Pl}{Ll \times Ll} = \frac{4ph \times Pl}{Ll \times Ll}$, comme dans les art. 4. & 5.

Quatriéme maniére de dé-

VII. *Autrement encore.* Dans la Remarque des Memoi-

res de 1700. pag. 234. en supposant les Courbes *MLN*, *ZEY*, décrites par deux corps *L*, *E*, dont les masses étoient m, μ; leurs forces centrales f, φ, vers *C*, *D*; les longueurs parcouruës en vertu de ces forces à chaque instant, étoient *Pl*, *Fe*, paralleles à *LC*, *ED*; enfin ces instans étoient dt, $d\theta$: Cela (dis-je) supposé dans cette Remarque, on y a conclu de la page 111. des Mem. de 1693. cette Regle générale $Pl \times m\varphi d\theta^2 = Fe \times \mu f dt^2$, ou $\frac{fdt^2}{m \times Pl} = \frac{\varphi d\theta^2}{\mu \times Fe}$, laquelle sera encore démontrée cy-aprés dans l'art 10. *montrer la même Regle par une autre des Mem. de 1700.* FIG. I. IV.

VIII. Soit présentement p la véritable pésanteur du corps *E*, telle qu'on la suppose d'ordinaire dans l'hypothese de Galilée, & h une hauteur finie que ce corps parcoure en vertu de cette pésanteur dans un tems quelconque θ, au lieu de tourner autour du point *D* sur la Courbe *ZEY*, comme ci-dessus art. 7. Il est visible qu'en substituant p au lieu de φ, h au lieu de *Fe*, & θ^2 au lieu de $d\theta^2$, dans la derniére équation de cet art. 7. Lon aura ici $\frac{fdt^2}{m \times Pl} = \frac{p\theta^2}{\mu h}$. *Comment la Regle en question se déduit de celle des Mem. de 1700. rapportée dans le précédent article 7.*

Mais si l'on suppose que la vitesse instantanée, & par conséquent uniforme pendant son instant, avec laquelle l'élément *Ll* est parcouru par le corps *L*, soit égale à ce que la pésanteur (p) du corps *E* en donneroit à ce même corps *E* à la fin de sa chute faite de la hauteur quelconque h, & qu'on prenne cet élément *Ll* pour le tems ou l'instant (dt) emploïé par le corps *L* à le parcourir: l'on aura aussi $2h$ pour le tems (θ) emploïé par le corps *E* à tomber de la hauteur h; puisque (suivant Galilée) dans ce même tems cette même vitesse aquise (*hyp.*) à la fin de la chute de ce corps, faite de la hauteur h, demeurant uniforme, lui feroit parcourir le double de h; & que d'ailleurs on sçait que les tems sont toûjours comme les espaces parcourus avec des vitesses uniformes & égales.

Donc en substituant $2h$ pour θ, ou $4hh$ pour θ^2, & $\overline{Ll}^2$ pour dt^2, dans l'équation $\frac{fdt^2}{m \times Pl} = \frac{p\theta^2}{\mu h}$ trouvée au commencement de cet article-ci, l'on aura encore ici $\frac{f \times \overline{Ll}^2}{m \times Pl} = \frac{4ph}{\mu}$. Par conséquent en supposant le corps *L* égal au corps *E*,

c'eſt à dire $m = \mu$, & ſa péſanteur auſſi $= p$, l'on aura de même $\frac{f \times \overline{Ll}^2}{Pl} = 4ph$ par raport au ſeul corps L, ou bien encore $f = \frac{4ph \times Pl}{Ll \times Ll}$, comme dans les art. 4, 5, & 6.

Introduction du rayon oſculateur dans la précédente Regle de comparaiſon des forces centrales avec les péſanteurs des corps, en conſiderant les élémens des Courbes que ces corps décrivent, comme Courbes eux-mêmes.

FIG. I.

IX. Il eſt ici à remarquer qu'en regardant (ainſi qu'on l'a fait par tout cy-deſſus) Pl comme parcouruë d'un mouvement acceleré pendant que LP eſt parcouruë d'un mouvement uniforme, l'élément Ll décrit par le concours de ces deux mouvemens, doit être ici regardé comme courbe, & comme un véritable arc dans lequel la Courbe MLN eſt baiſée par ſon cercle oſculateur en cet endroit; & par conſéquent comme un véritable arc de ce cercle, & non comme un côté droit de Polygone, ainſi qu'on le ſuppoſe d'ordinaire, & qu'on l'a ſuppoſé juſqu'ici dans la recherche des Rayons des Dévelopées. Donc en prenant R pour le centre de ce cercle oſculateur en Ll; LR pour celui de ſes rayons qui eſt perpendiculaire à la touchante en L; & Rl pour un autre de ſes rayons infiniment prés de celui-là, & qui prolongé rencontre en E cette même touchante LQ; la Prop. 36. du Liv. 3. d'Euclide donnera $LE \times LE = El \times \overline{ER + lR} = 2LR \times El$, ou $El = \frac{LE \times LE}{2LR} = \frac{Ll \times Ll}{2LR}$.

Or en faiſant lF perpendiculaire en F ſur la tangente LQ, & LD perpendiculaire en D ſur l'ordonnée Cl, laquelle prolongée rencontre en S cette même tangente LQ; les triangles réctilignes ſemblables EFl, ELR, & SPl, SLC, donneront $El. Fl :: ER. LR$. Et $Sl. Pl :: SC. LC$. Et par conſéquent auſſi $El = Fl$, & $Sl = Pl$, à cauſe que l'arc indéfiniment petit Ll rend $ER = LR$, & $SC = LC$. De plus les triangles réctilignes ſemblables SFl, SDL donneront pareillement LS ou $Ll. LD :: Sl$ ou $Pl. lF$ ou $El = \frac{LD \times Pl}{Ll}$.

Donc ayant déja $El = \frac{Ll \times Ll}{2LR}$, l'on aura enfin $\frac{LD \times Pl}{Ll} = \frac{Ll \times Ll}{2LR}$, ou $Pl = \frac{Ll \times Ll \times Ll}{2LR \times LD}$. Donc auſſi en ſubſtituant cette valeur

valeur de Pl dans la formule générale $f = \frac{4ph \times Pl}{Ll \times Ll}$ des art. 4, 5, 6, & 8. l'on aura $f = \frac{2ph \times Ll}{LR \times LD}$. De forte que si préfentement on appelle LR, r; Ll, ds; & LD, dx; l'on aura de même en général $f = \frac{2phds}{rdx}$ pour la Regle de comparaifon des Forces centrales avec les pésanteurs des corps. *Ce qu'il falloit trouver.*

SCHOLIE.

X. Afin de n'être pas obligé de recourir aux Mémoires de 1700. ni de 1693. qu'ils fuppofent pour la preuve de la Regle de l'art. 7. où l'on vient de les citer, voici encore une autre démonftration de cette Regle. *Démonftration de la Regle des Memoires de 1700. raportée ci-deffus art. 7.*

Toutes chofes demeurant les mêmes que ci-deffus art. 8. foient de plus les Courbes GHI, OVW, décrites par les corps H, V, mûs fuivant Hh, Vu, en tendant toûjours aux centres A, B, avec des forces lefquelles les empêchent de fuivre les tangentes HK, VT, en les retirant ou repouffant inceffamment vers ces Courbes, de maniére à leur faire parcourir Kh, Tu, paralleles à AH, BV, dans les inftans qu'ils parcourent effectivement les élémens Hh, Vu, de ces mêmes Courbes. Tout le refte demeurant comme on le voit dans les Figures 1,2,3,4. foient donc FIG. I. II. III. IV.

Les corps mûs en lignes courbes . . . L, H, V, E.

Les quantités dont ils s'approchent de ces Courbes en s'éloignant de leurs tangentes à chaque inftant. } Pl, Kh, Tu, Fe.

Ces mêmes inftans . . . . . dt, dt, $d\theta$, $d\theta$.

Les Forces centrales en vertu defquelles fe font ces approches inftantanées . . . . } f, φ, φ, φ,

Les maffes de ces corps . . . . m, m, m, μ.

Ces noms fuppofés, l'on aura $\begin{cases} Pl. \; Kh :: f. \; \varphi. \\ Kh. \; Tu :: dt^2 \; d\theta^2. \\ Tu. \; Fe :: \mu. \; m. \end{cases}$

Donc en multipliant ces trois analogies par ordre, l'on

aura aussi $Pl.Fe :: \mu f dt^2 . m\varphi d\theta^2$. Et par conséquent $Pl \times m\varphi d\theta^2 = Fe \times \mu f dt^2$, ou $\frac{fdt^2}{m \times Pl} = \frac{\varphi d\theta^2}{\mu \times Fe}$, ainsi que dans l'art. 7.

On ne s'arrêtera point ici aux Corollaires qu'on pourroit tirer de cette Regle, ne s'agissant ici que de celle qu'on vient de trouver dans l'art. 9. En voici encore deux Démonstrations différentes dans les deux Solutions suivantes.

AUTRE SOLUTION.

Regle de comparaison des forces centrales entr'elles.

FIG. I.

XI. Toutes choses demeurant les mêmes que dans les art. 4, & 9. les triangles réctilignes semblables RLE, lFE, donneront $RL. RE :: lF. lE$. De sorte que l'angle (*hyp.*) infiniment petit LRE rendant $RL = RE$, l'on aura pareillement $lF = lE$. Donc la nature du cercle osculateur en Ll, comme de tout autre, donnant $lE = \frac{LE \times LE}{ER + Rl} = \frac{Ll \times Ll}{2RL}$, l'on aura de même $lF = \frac{Ll \times Ll}{2RL}$ (*art.* 9.) $= \frac{ds^2}{2r}$. Donc les triangles réctilignes semblables SDL, SFl, donneront aussi SL ou lL (ds). DL (dx) :: $Sl. Fl :: f$ (force suivant SC ou LC). $\frac{fdx}{ds}$ (force suivant Fl). De sorte que l'espace Fl $\left(\frac{ds^2}{2r}\right)$ est ce qu'il y en a de parcouru en vertu de cette force $\left(\frac{fdx}{ds}\right)$ pendant l'instant dt que le corps L décrit l'arc élémentaire Ll au lieu de suivre la tangente LQ, comme il auroit fait sans cette force ou sans f. Donc cette force instantanée $\left(\frac{fdx}{ds}\right)$ lui ayant été continuellement appliquée pendant ce tems dt, & d'ailleurs étant constant (*art.* 10.) que des espaces ainsi parcourus par un même corps en vertu de forces toûjours les mêmes le long de chacun de ces espaces, & toûjours appliquées (ainsi qu'on le pense ordinairement de la pésanteur), sont comme les produits de ces forces par les quarrés des tems de leur application non interrompuë; l'on aura déja $\frac{ds^2}{2r} = \frac{fdx}{ds} \times dt^2$, ou $f = \frac{ds^3}{2rdxdt^2}$, pour une Regle générale du raport des forces centrales entr'elles, tendantes vers C ou diréctement à con-

tre-sens, quelques variées qu'elles soient sur une même Courbe quelconque MLN, en conséquence de la varieté des vitesses avec lesquelles cette Courbe peut être décrite par un même corps.

Autre démonstration de la même Regle.

XII. *Autrement.* Soient de plus les ordonnées CL, Cl, &c. appellées y; & par conséquent $Dl = dy$. Les triangles réctilignes semblables SDL, SFl, donneront ici LD (dx). SD ou lD (dy) :: lF $\left(\frac{ds^2}{2r}\right)$. $SF = \frac{dyds^2}{2rdx}$. Et SL ou lL (ds). SD ou lD (dy) :: Sl. SF :: f (force suivant SC ou LC). $\frac{fdy}{ds}$ (force suivant SF). Donc on aura encore (comme cy-dessus art. 11.) $\frac{dyds^2}{2rdx} = \frac{fdy}{ds} \times dt^2$, ou $f = \frac{ds^3}{2rdxdt^2}$, c'est à dire, encore la même Regle que dans le précédent art. 11.

Troisiéme démonstration de la même Regle.

XIII. *Autrement encore.* Les triangles réctilignes semblables SDL, SFl, donneront aussi DL (dx). SL ou Ll (ds) :: Fl $\left(\frac{ds^2}{2r}\right)$. $Sl = \frac{ds^3}{2rdx}$. Donc on aura encore (comme ci-dessus art. 11.) $\frac{ds^3}{2rdx} = fdt^2$, ou $f = \frac{ds^3}{2rdxdt^2}$, c'est à dire, encore la même Regle que dans les deux derniers art. 11, & 12.

Regle de comparaison des forces centrales avec les pésanteurs des corps, tirée de la précédente en considerant encore les elémens des Courbes que ces corps décrivent, comme Courbes eux-mêmes.

XIV. Concevons présentement comme dans la premiére Solution, art. 1, 2, & 3. que HL est une hauteur d'où le corps L tombant, il aquieroit en L une vitesse égale à ce que sa rotation suivant MLN lui en donne en L suivant LQ. Cela étant, si l'on suppose aussi LQ double de HL, non-seulement cette vitesse demeurant uniforme pourroit porter ce corps de L en Q suivant LQ dans le tems qu'il auroit mis à tomber de H en L en vertu de sa seule pésanteur; mais encore ce tems seroit à ce qu'il en auroit mis à parcourir LF ou LS de cette même vitesse uniforme, c'est à dire, à ce qu'il en met à parcourir effectivement Ll, comme LQ est à LF ou LS ou Ll: de sorte qu'en prenant LQ pour le tems que le corps L mettroit à tomber de H en L, l'on aura aussi Ll pour l'instant qu'il emploïe à parcourir cet élément de la Courbe MLN

qu'on le ſuppoſe décrire. Donc ſi l'on prend cet inſtant pour le premier de ſa chute, pendant lequel il parcoure $H\lambda$, l'on aura $\overline{LQ}^2 . \overline{Ll}^2 :: HL . H\lambda = \frac{HL \times \overline{Ll}^2}{\overline{LQ}^2}$ (à cauſe qu'on ſuppoſe ici $Ll = ds$, & $LQ = 2HL = 2h$) $= \frac{ds^2}{4h}$.

Mais cet inſtant que le corps L emploïe à parcourir Ll, eſt auſſi celui que ſes forces (*art.* 11, 12, 13.) $\frac{fdx}{ds}$, $\frac{fdy}{ds}$, f, emploïent à lui faire parcourir Fl, SF, Sl, d'un mouvement accéléré à la maniére de celui que ſa péſanteur lui donneroit de H en λ pendant ce même inſtant. Donc ſa péſanteur (appellée p) eſt à chacune de ces forces, comme $H\lambda \left(\frac{ds^2}{4h}\right)$ eſt à chacune des longueurs $Fl \left(\frac{ds^2}{2r}\right)$, $SF \left(\frac{dyds^2}{2rdx}\right)$, $Sl \left(\frac{ds^3}{2rdx}\right)$, qui leur répōdent dans les art. 11, 12, 13. c'eſt à dire,

$$1^{\circ}.\ p . \frac{fdx}{ds} :: H\lambda \left(\frac{ds^2}{4h}\right) . Fl \left(\frac{ds^2}{2r}\right).$$

$$2^{\circ}.\ p . \frac{fdy}{ds} :: H\lambda \left(\frac{ds^2}{4h}\right) . SF \left(\frac{dyds^2}{2rdx}\right).$$

$$3^{\circ}.\ p . f :: H\lambda \left(\frac{ds^2}{4h}\right) . Sl \left(\frac{ds^3}{2rdx}\right).$$

Et toutes ces Analogies donnent également chacune $f = \frac{2hpds}{rdx}$, qui eſt la même Regle de comparaiſon des forces centrales des corps avec leurs péſanteurs, qu'on a déja trouvée dans la Solut. 1. art. 9. *Ce qu'il falloit encore trouver.*

SCHOLIE.

Identité de la précédente Regle de comparaiſon des forces centrales entr'elles, trouvée dans les art. 11, 12, & 13. avec celle qui ſe trouve pour le même ſujet dans les Memoires de 1701.

XV. On voit dans cette ſeconde Solution, non ſeulement (*art.* 14.) le raport de la péſanteur d'un corps quelconque aux forces centrales qu'il auroit ſur une Courbe auſſi quelconque qu'il décriroit de telle viteſſe qu'on voudroit, c'eſt à dire, uniforme, ou variée à diſcrétion, en tendant toûjours vers un même point (quel qu'il fût) du plan de cette Courbe; mais encore (*art.* 11, 12, 13.) le raport de ces mêmes forces entr'elles, lequel s'exprimant ici par $f = \frac{ds^3}{2rdxdt^2}$, marque que ces forces centrales (f

doivent toûjours être entr'elles comme les fractions correſpondantes $\frac{ds^3}{rdxdt^2}$; ce qui s'accorde avec la Regle $f = \frac{ds^3}{rdxdt^2}$ que j'ay donnée de ce dernier raport dans les Mem. de 1701. pag. 21. & 22. où l'on appelloit n, y, dz, ce que l'on appelle ici f, r, dx. Le ſigne d'égalité dans les choſes diſparates & hétérogenes (telles que ſont ces forces & les grandeurs qui les expriment ici) ne ſignifiant que des égalités de raports. De ſorte que $f = \frac{mds^3}{rdxdt^2}$ ne ſignifie autre choſe non-plus, ſinon que le raport des forces centrales f entr'elles, eſt toûjours le même que celui qui ſe trouve entre les fractions correſpondantes $\frac{ds^3}{rdxdt^2}$, quelque nombre (entier ou rompu, &c.) ou quelqu'autre grandeur conſtante que m puiſſe ſignifier: ſoit que m ſignifie l'unité, comme dans la formule $f = \frac{ds^3}{rdxdt^2}$ de 1701. ou qu'elle ſignifie un demi, comme dans la formule $f = \frac{ds^3}{2rdxdt^2}$ des articles 11, 12, 13. ſans qu'il s'enſuive $\frac{ds^3}{rdxdt^2} = \frac{ds^3}{2rdxdt^2}$, ou $1 = \frac{1}{2}$, quoique la force f ſoit ici la même de part & d'autre; parceque ce ne feroient plus ici des égalités de raports, mais de grandeurs homogenes entr'elles. Auſſi cette expreſſion $f = \frac{mds^3}{rdxdt^2}$ du raport des forces centrales entr'elles, ſe trouvera-t-elle comme les précédentes $f = \frac{ds^3}{rdxdt^2}$, $f = \frac{ds^3}{2rdxdt^2}$.

Car puiſque les eſpaces Fl $\left(\frac{ds^2}{2r}\right)$ parcourus (*art.* 11.) en vertu des forces inſtantanées $\frac{fdx}{ds}$, continuellement appliquées chacune ſuivant le ſien, & toûjours les mêmes chacune pendant l'inſtant dt de ſon application non interrompuë, ſont entr'eux (*art.* 10.) comme les produits $\frac{fdx}{ds} \times dt^2$ de chacune de ces forces par le quarré de ſon inſtant; & que d'ailleurs ces eſpaces $\frac{ds^2}{2r}$ ſont auſſi entr'eux comme leurs

produits $\frac{mds^2}{r}$ par quelque grandeur conſtante $2m$ que ce ſoit ; l'on aura auſſi ces produits $\frac{mds^2}{r}$ en même raiſon que les autres $\frac{fdx}{ds} \times dt^2$: ce qui donnera $\frac{mds^2}{r} = \frac{fdx}{ds} \times dt^2$, ou $f = \frac{mds^3}{rdxdt^2}$, par la même raiſon qu'on a trouvé ci-deſſus (*art.* 11.) $\frac{ds^2}{2r} = \frac{fdx}{ds} \times dt^2$, ou $f = \frac{ds^3}{2rdxdt^2}$, & dans les Mem. de 1701. $\frac{ds^2}{r} = \frac{fdx}{ds} \times dt^2$, ou $f = \frac{ds^3}{rdxdt^2}$; tout cela ne ſignifiant autre choſe ſinon que les forces centrales f tendantes ſuivant des lignes qui paſſent toutes par un point quelconque du plan de quelque Courbe que ce ſoit, décrite avec telle variation de viteſſe qu'on voudra, ſeront par tout entr'elles comme les fractions correſpondantes $\frac{ds^3}{rdxdt^2}$, ainſi qu'on le vient de dire, & qu'on l'avoit déja dit dans les Mem. de 1701.

Solution de l'art. 14. ſans toucher au raport des forces centrales entr'elles.

XVI. La ſeconde Solution précédente ſe peut encore trouver ſans toucher à ce raport des forces centrales entr'elles, en reprenant ſeulement ici quelque choſe de ce qui y a conduit dans l'art. 12. Et comme il y a peu de choſe à répéter de cet article, nous l'allons faire pour rendre ici cette Solution complette, en appliquant ſeulement l'art. 14. à ce que nous allons démontrer, comme il ſe trouve appliqué à l'art. 12.

Toutes choſes demeurant donc encore les mêmes que dans les art. 4. & 9. les triangles réctilignes ſemblables RLE, lFE, donneront $RL . RE :: lF . lE$. De ſorte que l'angle (*hyp.*) infiniment petit LRE rendant $RL = RE$, l'on aura pareillement $lF = lE$. Donc le cercle oſculateur de la Courbe MLN en ſon élément Ll pris, non comme un côté droit de polygone, mais comme un véritable arc de cercle, donnant (par ſa nature de cercle) $lE = \frac{LE \times LE}{ER + RL} = \frac{Ll \times Ll}{2RL}$, l'on aura de même $lF = \frac{Ll \times Ll}{2RL}$ (*art.* 9.) $= \frac{ds^2}{2r}$.

De plus les triangles réctilignes ſemblables SDL, SFl,

donneront aussi $DL\ (dx)$. SD ou $lD\ (dy) :: Fl\ \left(\frac{ds^2}{2r}\right)$. $SF = \frac{dyds^2}{2rdx}$. Et SL ou $Ll\ (ds)$. SD ou $lD\ (dy) :: Sl. SF ::$ f (force suivant SC ou LC). $\frac{fdy}{ds}$ (force suivant SF).

Ajoûtez à ceci l'art. 14. & il en résultera, comme de l'art. 12. La formule $f = \frac{2hpds}{rdx}$ trouvée dans ce même art. 14. & dans l'art. 9.

Cet art. 16. n'est que pour faire sentir comment on auroit pû se passer de la Regle des forces centrales entr'elles, pour trouver les trois Solutions de l'art. 14. Ce qu'on vient de dire de la seconde, se dira de même de la premiére & de la troisiéme, en se servant des art. 11. & 13. comme l'on vient de faire de l'art. 12.

TROISIÉME SOLUTION.

XVII. Jusqu'ici nous avons regardé la force centrale du corps L en chaque point L de la Courbe MLN qu'on le suppose décrite de telle vitesse qu'on voudra, comme une espece de pésanteur ou de force constante tendante vers C, laquelle agissant incessamment sur ce corps, lui feroit parcourir d'un mouvement arithmetiquement accéléré le côté LK du parallelogramme PK, ou son opposé Pl, pendant l'instant que libre en L, sa vitesse de rotation en ce point L suivant LQ, lui feroit parcourir d'un mouvement uniforme la partie infiniment petite LP de cette tangente; & le mouvement résultant de ces deux-là suivant l'élément Ll, devant se faire en ligne courbe, nous avons été obligés de regarder cet élément & les autres de la Courbe MLN, comme véritablement courbes en ces endroits, & la tangente ILQ au seul point L, comme celle suivant laquelle la vitesse de rotation du corps L tend à l'emporter.

Démonstration de la même Regle de comparaison des forces centrales avec les pésanteurs des corps, tirée présentement de la considération des Courbes sous la forme de polygones infiniti-lateres rectilignes.

FIG. V.

Mais si l'on veut regarder cette Courbe MLN comme un polygone infiniti-latere, dont les élémens ML, Ll, &c. soient autant de petits côtés droits les plus petits qui se puissent supposer; en ce cas le petit côté ML prolongé vers T, devenant la tangente suivant laquelle la vitesse

de rotation en L du corps *décrivant*, tend à l'emporter d'un mouvement uniforme ; il lui faut supposer encore une autre force suivant LC, capable de lui faire parcourir aussi d'un mouvement uniforme le côté LG du parallelogramme YG, ou son opposé Yl, pendant le même instant que sa vitesse de rotation emploïeroit à lui faire parcourir LY, ou qu'il emploïe effectivement à parcourir Ll. Or si l'on considére que la vitesse précédente (*Solut.* 1. *&* 2.) de ce corps L, accélérée de P en l à la maniére de celle des chutes des corps pésans, devroit lui donner en l une vitesse qui uniforme seroit capable de lui faire parcourir Yl double de Pl, dans un instant égal à celui qu'il auroit mis à tomber (pour ainsi dire) de P en l en vertu de sa seule force centrale regardée comme une espece de pésanteur tendante en C, ou qu'il a effectivement mis à parcourir Ll; on verra que du concours de cette vitesse uniforme en L suivant LG, avec celle de rotation suivant LY, ce corps non-seulement parcourroit la diagonale Ll du parallelogramme YG pendant ce même instant ; mais aussi qu'il arriveroit en l avec la même vitesse que s'il y arrivoit (comme cy-dessus Solut. 1. & 2.) par le concours de sa vitesse de rotation suivant LQ, avec la précédente vitesse accélérée de P en l. Donc ce corps L décrira l'élément Ll dans des instans égaux, & avec une même vitesse en l, soit qu'il le décrire par le concours de cette vitesse accélérée de P en l avec sa vitesse uniforme de rotation suivant LQ, ou qu'il le décrive par le concours de cette vitesse uniforme suivant LT avec une autre pareillement uniforme suivant LG ou Yl, égale à l'aquise en l par cette accélération. Donc aussi les deux côtés LY, LG, du parallelogramme YG, sont entr'eux comme ces deux vitesses uniformes, ou (ce qui revient au même) comme les forces productrices de ces vitesses: c'est à dire que LY est à LG, comme la force acquise en L par la chute de H en L du corps L en vertu de sa seule pésanteur, est à sa force acquise en l par une semblable chute de P en l en vertu de sa seule force centrale.

XVIII.

XVIII. Or il eſt manifeſte que la péſanteur d'un corps agiſſant également ſur lui dans tous les inſtans de ſa chute, & tous ces efforts égaux chacun à ſa péſanteur, ſe conſervant & s'accumulant (pour ainſi dire) dans toute la durée de ſa chute, leur nombre à chaque inſtant doit être comme le nombre des inſtans écoulés depuis le commencement de cette même chute juſqu'à cet inſtant; & par conſéquent leur ſomme, c'eſt à dire, la force aquiſe de ce corps à chaque inſtant doit être égale au produit de ſa péſanteur par le nombre de ces inſtans, ou par la durée de ſa chute juſqu'à ce même inſtant. *Continuation de la même démonſtration.*

On ſçait auſſi que la force totale de ce corps en *L*, aquiſe par ſa chute de *H* en *L* en vertu de ſa ſeule péſanteur, ſeroit ſeule capable de lui faire parcourir *LT* double de *HL* d'une viteſſe uniforme égale à ce qu'il en auroit aquis en *L* en vertu de ſa chute, & dans un tems égal à celui de cette chute de *H* en *L*. Donc la force totale de ce corps à la fin de ſa chute en *L* en vertu de ſa ſeule péſanteur, eſt égale au produit de ſa péſanteur par le tems qu'il emploïeroit à parcourir *LT* double de *HL* d'une viteſſe uniforme égale à ce qu'il en auroit ainſi aquis en *L*, c'eſt à dire (*hyp.*) égale à ſa viteſſe de rotation en *L*.

On prouvera de même que la force de ce corps aquiſe en *l* par ſon eſpece de chute de *P* en *l* en vertu de ſa ſeule force centrale, doit auſſi être égale au produit de cette force centrale par le tems qu'elle emploïeroit à le faire ainſi tomber de *P* en *l*, ou (*hyp.*) que ſa viteſſe uniforme de rotation emploïeroit à lui faire parcourir *LP* ou *LY*.

Donc en prenant les longueurs *LT*, *LY*, pour les tems que le corps *L* emploïeroit à les parcourir de cette viteſſe uniforme de rotation; *p*, pour la péſanteur de ce corps; & *f*, pour ſa force centrale en *L* ſuivant *LC*; l'on aura $p \times LT$ pour la force totale de ce corps aquiſe en *L* par ſa chute de *H* en *L* en vertu de ſa ſeule péſanteur; & $f \times LY$ pour ſa force totale pareillement aquiſe en *l* par une ſemblable chute de *P* en *l* en vertu de ſa ſeule force centrale. Donc auſſi

(*art.* 17.) $LY.LG :: p \times LT.f \times LY.$ ou $f = \frac{p \times LT \times LG}{LY \times LT}$ (à cause qu'on suppose ici $LT = 2HL$, & $LG = Yl$) $= \frac{2p \times HL \times Yl}{LY \times LY}$ $= \frac{2p \times HL \times Yl}{Ll \times Ll}$.

Conclusion. XIX. Cela étant, si l'on prend (comme l'on vient de faire art. 17.) la Courbe MLN pour un polygone infinitilatere, dont RL, Rl, soient deux rayons de sa Dévelopée, & que lZ soit un arc de cercle décrit du centre L; la ressemblance des triangles LRl, lLZ, donnera $RL.Ll ::$ $Ll.lZ = \frac{Ll \times Ll}{RL}$. Et si l'on prolonge Cl jusqu'à la rencontre en X de la tangente LT, la ressemblance des triangles XDL, XZl, donnera aussi $DL.LX$ ou $Ll :: Zl$ $\left(\frac{Ll \times Ll}{RL}\right)$. $Xl = \frac{Ll \times Ll \times Ll}{RL \times DL}$. Mais les triangles XYl, XLC, que Yl (*hyp.*) parallele à LC, rend semblables, donnant $Xl.Yl :: XC.LC$. Et l'angle XCL (*hyp.*) infiniment petit, rendant de plus $XC = LC$; l'on aura pareillement $Xl = Yl$. Donc aussi $Yl = \frac{Ll \times Ll \times Ll}{RL \times DL}$. Par conséquent en substituant cette valeur de Yl dans la formule $f = \frac{2p \times HL \times Yl}{Ll \times Ll}$, qu'on vient de trouver à la fin de l'art. 18. l'on aura de même $f = \frac{2p \times HL \times Ll}{RL \times DL}$. Donc en appellant encore HL, h; RL, r; Ll, ds; & DL, dx; l'on aura encore ici $f = \frac{2phds}{rdx}$ pour Regle générale de comparaison des forces centrales avec les pésanteurs des corps, comme dans les art. 9. & 14. *Ce qu'il falloit encore trouver.*

SCHOLIE.

Regle générale du raport des forces centrales entr'elles. XX. Puisque (*art.* 18.) $f \times LY$ est la force totale du corps L, aquise en l par sa chute (pour ainsi dire) de P en l en vertu de sa seule force centrale f, & que LY exprime l'instant que cette force centrale emploïeroit à lui faire parcourir Yl d'un mouvement uniforme, ou que ce même corps emploïe à parcourir effectivement Ll; si l'on prend dt pour cet instant, l'on aura fdt pour la force qui

pourroit lui faire parcourir ainſi Yl d'un mouvement uniforme pendant ce même inſtant; & par tout de même. Or on ſçait qu'en ce cas le produit fdt^2 d'une telle force fdt par ſon inſtant dt, eſt toûjours proportionel à cette Yl correſpondante. Donc ici $\frac{fdt^2}{Yl}$ eſt une fraction conſtante égale, par exemple, à telle grandeur conſtante m qu'on voudra, c'eſt à dire $\frac{fdt^2}{Yl}=m$; & par conſéquent auſſi $f=\frac{m\times Yl}{dt^2}$. Mais on vient de trouver (*art.* 19.) $Yl=\frac{Ll\times Ll\times Ll}{RL\times DL}$. Donc enfin $f=\frac{m\times Ll\times Ll\times Ll}{RL\times DL\times dt^2}$: de ſorte qu'en appellant encore RL, r; DL, dx; & Ll, ds; l'on aura de même $f=\frac{mds^3}{rdxdt^2}$ pour la Regle générale du raport des forces centrales entr'elles, ainſi qu'on l'a déja trouvée ſur la fin de l'art. 15. Ce qui fait voir ici, comme là, que les forces centrales d'un même corps quelconque ſuivant des ordonnées concourantes en quelque point que ce ſoit du plan d'une Courbe auſſi quelconque qu'il décriroit avec telle variation de viteſſes que ce fût, doivent toûjours être entr'elles comme les fractions $\frac{ds^3}{rdxdt^2}$ correſpondantes.

XXI. Il eſt encore à remarquer que cette même Regle du raport des forces centrales entr'elles, ſe peut encore tirer de celle du raport de ces forces aux péſanteurs des corps qui en ſont affectés, trouvée cy-deſſus art. 9. 14. & 19. Car $2p$ étant conſtant dans cette Regle $f=\frac{2phds}{rdx}$, elle fait déja voir que ſur une même Courbe quelconque décrite par un même corps auſſi quelconque avec telle variété ou variation de viteſſes que ce ſoit, les forces centrales (f) doivent toûjours être entr'elles comme les fractions correſpondantes $\frac{hds}{rdx}$. Mais les hauteurs h d'où ce corps devroit tomber pour aquerir à la fin de ſes chutes les mêmes viteſſes qu'il a à chaque point de la Courbe qu'il décrit, étant (ſuivant Galilée) comme les quarrés vv de ces viteſſes que j'appelle v; ſi l'on ſubſtituë vv au

La même Regle tirée de celle du raport de ces mêmes forces centrales aux péſanteurs des corps où ces forces ſe trouvent.

lieu de h dans la fraction précédente $\frac{hds}{rdx}$, il en résultera celle-ci $\frac{vvds}{rdx}$ qui suivra aussi toûjours la raison de celle-là. Donc les forces centrales (f) seront de même ici toûjours entr'elles comme les fractions $\frac{vvds}{rdx}$ correspondantes. Mais on sçait d'ailleurs que les vitesses (v) avec chacune desquelles chaque élément Ll (ds) est parcouru pendant chaque instant (dt), sont aussi toûjours entr'elles comme les fractions $\frac{ds}{dt}$ correspondantes. Donc en substituant cette fraction dans la presente à la place de v, on trouvera encore ici les forces centrales (f) en raison des fractions correspondantes $\frac{ds^3}{rdxdt^2}$, ou $\frac{ds^3}{2rdxdt^2}$, ou $\frac{mds^3}{rdxdt^2}$, ainsi que les donnent les Regles $f=\frac{ds^3}{rdxdt^2}$, $f=\frac{ds^3}{2rdxdt^2}$, & $f=\frac{mds^3}{rdxdt^2}$, trouvées dans les Mem. de 1701. pag. 21. 22. & ci-dessus art. 11, 12, 13, 15, & 20. lesquelles ne signifient toutes que le même raport de forces centrales entr'elles.

Pour ce qui est de la Regle $f=\frac{2phds}{rdx}$ *du raport de ces mêmes forces centrales avec la pésanteur de ce corps, trouvée ci-dessus dans les art.* 9. 14. 19. *on la trouvera encore de deux autres maniéres ci-aprés dans les art.* 47. *&* 56. *En attendant en voici seulement quelques Corollaires où ces pésanteurs seront prises à l'ordinaire pour des forces finies.*

COROLLAIRES.

De la Regle $f=\frac{2phds}{rdx}$ *trouvée dans les art.* 9, 14, *&* 19. *Fig.* 1, *&* 5.

XXII. *Corol.* 1. Il suit en général de cette Regle,

Premier cas où les forces centrales doivent être infinies par raport aux pésanteurs.

1°. Que lorsque les forces centrales agissent suivant des rayons ou des diréctions qui touchent les Courbes qu'elles font décrire aux corps où elles se trouvent; alors ds se trouvant infinie par raport à dx qui pour lors devient nulle par raport à cet élément ds de la Courbe en question, la valeur $\frac{2phds}{rdx}$ de la force centrale (f) du corps qu'on sup-

FIG. I. V.

-lantes suivant ces mêmes rayons, seront égales en-
-es : puisque le raport de h à $\frac{1}{2} r$, se trouvant alors con-
celui de f à p constante le seroit de même.

-. *Corol.* 4. D'où il suit de plus que toutes ces for-
-rps L seroient non seulement égales entr'elles,
-gales chacune à la pésanteur de ce corps, si ce
-ant des hauteurs (h) aux moitiés des rayons
-dans de la Dévelopée de la Courbe MLN
-se décrire avec les vitesses que ces hauteurs
étoit un raport d'égalité : c'est à dire, si
hauteurs (h) étoit égale à la moitié de
correspondant de la Dévelopée de cette
-u (ce qui revient au même) si les vitesses
-e point L suivant cette Courbe, étoient
-ue celle qu'il aquieroit en vertu de sa
-nbant de la hauteur de la moitié du
-spondant. Et réciproquement, &c.

Cas où les forces centrales d'un même corps sur une même Courbe, seroient non-seulement égales entr'elles, mais aussi à la pésanteur de ce corps.

-uit de tout cela que la Dévelopée
-toute au centre de ce même cer-
... la force centrale du corps qui le dé-
... de quelque vitesse que ce soit, en tendant toûjours
suivant des lignes qui passent toutes par ce point, c'est à dire, suivant les rayons de ce cercle, sera toûjours à la pésanteur de ce même corps, comme la hauteur déterminatrice de sa vitesse en chaque point de la circonférence de ce cercle, sera à la moitié du rayon de ce même cercle ; mais aussi que lorsque cette hauteur se trouvera égale à la moitié de ce rayon, la force centrale du corps qui décrira ainsi ce cercle, devra être de même égale à sa pésanteur, ainsi que M. *Hugens* l'a trouvé, & plusieurs autres aprés lui.

Sur un cercle les forces centrales dirigées suivant ses rayons, seroient à la pésanteur du corps qui le décriroit, comme chacune des hauteurs déterminatrices des vitesses correspondantes de ce corps sur ce cercle, seroit au demi-rayon de ce même cercle ; & par conséquent égales à cette pésanteur, quand cette hauteur le seroit à ce demi-rayon.

Il suit réciproquement que lorsque ces deux forces seront égales entr'elles, cette hauteur déterminatrice de la vitesse du corps *décrivant*, sera aussi égale à la moitié du rayon du cercle qu'on le suppose décrire.

XXVII. *Corol.* 6. Puisque (*art.* 24.) les forces centrales suivant les rayons d'un cercle, qu'auroit un corps qui

Ces forces centrales ainsi dirigées sur un

cet écrit. Je dis tant que les pésanteurs (p) & les hauteurs (h) seront finies: parceque quand il n'y auroit qu'une de ces deux grandeurs p ou h qui fût infinie dans la Regle $f = \frac{2phds}{rdx}$, il est manifeste que le rayon (r) de la Dévelopée de la Courbe en question, y devroit être infini pour que la force (f) y demeurât finie. Et si les deux grandeurs p & h sont toutes deux infinies dans cette Regle, il n'est pas moins clair que la force centrale (f) du corps *décrivant* où cela se trouveroit, seroit infinie dans tous les points de la Courbe qu'il décriroit, même en ceux où le rayon (r) de sa Dévelopée seroit infini, dx ne pouvant jamais être infinie par raport à ds.

Raport des forces centrales aux pésanteurs des corps, lorsque les directions de ces forces sont suivant les rayons osculateurs des Courbes que ces corps décrivent.

XXIII. *Corol.* 2. Il suit de la même Regle $f = \frac{2phds}{rdx}$ que lorsque le centre C des forces est en R, c'est à dire, lorsque les forces centrales du corps L qu'on suppose décrire la Courbe MLN, tendent suivant les rayons RL correspondans de la Dévelopée de cette Courbe, ou que leur centre C est sur cette Dévelopée; alors LD se confondant avec Ll, & rendant par là $dx = ds$, l'on aura $f = \frac{2ph}{r}$, ou $f.p :: 2h.r :: h.\frac{1}{2}r$. C'est à dire en général, qu'alors en chaque point L de quelque Courbe MLN que ce soit, la pésanteur du corps L qu'on suppose la décrire en tendant toûjours suivant le rayon LR correspondant de la Dévelopée de cette Courbe, sera à sa force centrale ou de tendance suivant LR, comme la moitié de ce rayon de Dévelopée, à la hauteur d'où ce corps tombant auroit aquis à la fin de sa chute en vertu de sa seule pésanteur, une vitesse égale à celle (quelle qu'elle soit) qu'il a effectivement en chaque point L suivant l'élément correspondant Ll de cette même Courbe MLN.

Cas où les forces centrales dirigées suivant les rayons osculateurs des Courbes en question, sont égales entr'elles.

XXIV. *Corol.* 3. Donc lorsque de telles hauteurs (h) seront comme les correspondans des rayons (r) de la Dévelopée de cette Courbe MLN, c'est à dire, lorsque les vitesses le long de cette Courbe MLN seront comme les racines de ces rayons correspondans; les forces centrales

tendantes ſuivant ces mêmes rayons, ſeront égales entr'elles : puiſque le raport de h à $\frac{1}{2}r$, ſe trouvant alors conſtant, celui de f à p conſtante le ſeroit de même.

Cas où les forces centrales d'un même corps ſur une même Courbe, ſeroient non-ſeulement égales entr'elles, mais auſſi à la péſanteur de ce corps.

XXV. *Corol.* 4. D'où il ſuit de plus que toutes ces forces du corps L ſeroient non-ſeulement égales entr'elles, mais auſſi égales chacune à la péſanteur de ce corps, ſi ce raport conſtant des hauteurs (h) aux moitiés des rayons (r) correſpondans de la Dévelopée de la Courbe MLN qu'on le ſuppoſe décrire avec les viteſſes que ces hauteurs déterminent, étoit un raport d'égalité : c'eſt à dire, ſi chacune de ces hauteurs (h) étoit égale à la moitié de chaque rayon (r) correſpondant de la Dévelopée de cette Courbe MLN ; ou (ce qui revient au même) ſi les viteſſes de ce corps à chaque point L ſuivant cette Courbe, étoient chacune la même que celle qu'il aquieroit en vertu de ſa ſeule péſanteur en tombant de la hauteur de la moitié du rayon oſculateur correſpondant. Et réciproquement, &c.

Sur un cercle les forces centrales dirigées ſuivant ſes rayons, ſeroient à la péſanteur du corps qui le décriroit, comme chacune des hauteurs déterminatrices des viteſſes correſpondantes de ce corps ſur ce cercle, ſeroit au demi-rayon de ce même cercle ; & par conſéquent égales à cette péſanteur, quand cette hauteur le ſeroit à ce demi-rayon.

XXVI. *Corol.* 5. Il ſuit de tout cela que la Dévelopée du cercle ſe réüniſſant toute au centre de ce même cercle, non-ſeulement la force centrale du corps qui le décrira de quelque viteſſe que ce ſoit, en tendant toûjours ſuivant des lignes qui paſſent toutes par ce point, c'eſt à dire, ſuivant les rayons de ce cercle, ſera toûjours à la péſanteur de ce même corps, comme la hauteur déterminatrice de ſa viteſſe en chaque point de la circonférence de ce cercle, ſera à la moitié du rayon de ce même cercle ; mais auſſi que lorſque cette hauteur ſe trouvera égale à la moitié de ce rayon, la force centrale du corps qui décrira ainſi ce cercle, devra être de même égale à ſa péſanteur, ainſi que M. *Hugens* l'a trouvé, & pluſieurs autres aprés lui.

Il ſuit réciproquement que lorſque ces deux forces ſeront égales entr'elles, cette hauteur déterminatrice de la viteſſe du corps *décrivant*, ſera auſſi égale à la moitié du rayon du cercle qu'on le ſuppoſe décrire.

Ces forces centrales ainſi dirigées ſur un

XXVII. *Corol.* 6. Puiſque (*art.* 24.) les forces centrales ſuivant les rayons d'un cercle, qu'auroit un corps qui

cercle, doivent aussi toûjours être entr'elles comme les quarrés des vitesses du corps décrivant.

le décriroit avec quelque variété de vitesses que ce fût, seroient toûjours chacune à la pésanteur de ce corps, comme la correspondante des hauteurs déterminatrices de ses vitesses aux différens points de ce cercle, seroit au demi-rayon de ce même cercle, il suit encore delà que ces forces centrales du corps *décrivant* doivent toûjours être entr'elles comme les correspondantes des hauteurs déterminatrices de ses vitesses sur le cercle qu'il décrit ; & par conséquent aussi comme les quarrés de ces mêmes vitesses, puisque ces quarrés suivent toûjours la raison de ces hauteurs dans l'hypothêse de pésanteur constante dont il s'agit ici.

Maniére de rendre la Regle de comparaison des forces centrales aux pésanteurs des corps, trouvée dans les art. 9, 14, & 19. facilement applicable à toutes sortes de Courbes.

FIG. I.

XXVIII. *Corol.* 7. Pour rendre présentement la Regle générale $f = \frac{2phds}{rdx}$ des art. 9, 14, & 19. facilement applicable à toutes sortes de Courbes, soit geométriques, soit mécaniques, ensorte qu'il suffise d'y introduire l'équation de chacune de ces Courbes pour avoir tout d'un coup le raport des forces centrales à la pésanteur absoluë du corps qui la décrit ; il y faut substituer les six valeurs infiniment générales du rayon (r) de la dévelopée de la Courbe *MLN* en question, lesquelles se trouvent dans les Mem. de 1701. art. 10. & 14. pag. 27. & 29. où ce rayon s'appelle n. Pour cela outre $Ll = ds$, & $LD = dx$, il faut aussi supposer $LC = y$, avec l'arc circulaire $MG = z$ décrit du centre C, & d'un rayon quelconque $MC = a$; ce qui donnant $CG\ (a).\ CL\ (y) :: Gg\ (dz).\ LD\ (dx) = \frac{ydz}{a}$. changera déja cette équation $f = \frac{2phds}{rdx}$ en $f = \frac{2aphds}{rydz}$. Alors ces six valeurs de r substituées dans ces deux équations, sçavoir les trois premiéres dans la premiere, & les trois autres dans la seconde, les changeront en autant de Formules ou Regles toutes aussi générales pour comparer les forces centrales avec les pésanteurs absoluës des corps mûs en lignes courbes quelconques, & avec telle variété de vitesses qu'on voudra : Les voici ces six Regles.

FORMULES

FORMULES OU REGLES

Infiniment générales des raports des Forces centrales avec les Pesanteurs absoluës des corps mûs de vitesses variées à discrétion le long de telles Courbes qu'on voudra.

$$1^{o}.\ f = \frac{dxdyds + ydsddx - ydxdds}{ydydxds} \times 2ph.$$

$$2^{o}.\ f = \frac{dsdx^{2} + ydydds - ydsddy}{ydsdx^{2}} \times 2ph.$$

$$3^{o}.\ f = \frac{dxds^{2} + ydyddx - ydxddy}{ydxds^{2}} \times 2ph.$$

$$4^{o}.\ f = \frac{2dzdyds + ydsddz - ydzdds}{ydydzds} \times 2ph.$$

$$5^{o}.\ f = \frac{ydsdz^{2} + aadydds - aadsddy}{yydsdz^{2}} \times 2ph.$$

$$6^{o}.\ f = \frac{dzds^{2} + dzdy^{2} + ydyddz - ydzddy}{ydzds^{2}} \times 2ph.$$

XXIX. *Corol.* 8. Ces six Formules ou Regles des forces centrales comparées aux pesanteurs des corps mûs en lignes courbes, se diversifiront à l'infini selon ce qu'on leur supposera de constant, ainsi que celles des rayons osculateurs des art. 10. & 14. pag. 27. & 29. des Mem. de 1701. qu'on y vient d'introduire, se diversifient dans les art. 11. & 15. pag. 27. 28. 29. & 30. de ces mêmes Mem. Par éxemple,

Maniére de détailler les six Regles précédentes en une infinité d'autres, selon la variété infinie de tout ce qu'on y peut supposer de constant.

1°. Si l'on suppose dx constante, c'est à dire $ddx = o$, la premiére de ces Formules du précédent art. 28. donnera $f = \frac{dyds - ydds}{ydyds} \times 2ph$; & la troisiéme, $f = \frac{ds^{2} - yddy}{yds^{2}} \times 2ph$.

2°. Si l'on fait dy constante, c'est à dire $ddy = o$, la seconde de ces mêmes Formules générales du précédent article 28. donnera $f = \frac{dsdx^{2} + ydydds}{ydsdx^{2}} \times 2ph$; la troisiéme, $f = \frac{dxds^{2} + ydyddx}{ydxds^{2}} \times 2ph$; la cinquiéme, $f = \frac{ydsdx^{2} + aadydds}{yydsdx^{2}} \times 2ph$; & la sixiéme, $f = \frac{dzds^{2} + dzdy^{2} + ydyddz}{ydzds^{2}} \times 2ph$.

3°. Si l'on fait ds constante, c'est à dire $dds = o$, la premiére des mêmes Formules générales de l'art. 28. don-

nera $f = \frac{dxdy + yddx}{ydydx} \times 2ph$; la seconde, $f = \frac{dx^2 - yddy}{ydx^2} \times 2ph$; la quatriéme, $f = \frac{2dydz + yddz}{ydydz} \times 2ph$; & la cinquiéme, $f = \frac{ydz^2 - aaddy}{yydz^2} \times 2ph$.

4°. Si l'on fait dz constante, c'est à dire $ddz = 0$; ce qui est la même chose (*art.* 28.) que $\frac{dx}{y}$ constante, ou $yddx - dxdy = 0$: la premiére & la quatriéme des mêmes Regles du précédent art. 28. donneront $f = \frac{2dyds - ydds}{ydyds} \times 2ph$, la troisiéme & la sixiéme donneront pareillement aussi $f = \frac{ds^2 + dy^2 - yddy}{yds^2} \times 2ph$.

5°. Si l'on fait présentement le produit ydx constant, c'est à dire $dxdy + yddx = 0$, ou $ddx = -\frac{dxdy}{y}$; la substitution de cette valeur de ddx dans la premiére & dans la troisiéme des Formules générales du précédent art. 28. changera la premiére en $f = -\frac{dds}{dyds} \times 2ph$, & la troisiéme en $f = \frac{dx^2 - yddy}{yds^2} \times 2ph$.

6°. De même si l'on fait le produit $dxdy$ constant, c'est à dire, $dxddy + dyddx = 0$, ou $ddx = -\frac{dxddy}{dy}$; la substitution de cette valeur de ddx dans la troisiéme des Formules générales du précédent article 28. donnera $f = \frac{ds^2 - 2yddy}{yds^2} \times 2ph$.

Cette même Formule se trouvera encore si l'on considére que cette hypothêse de $dxdy$ constant, donnant aussi $dds \left(\frac{dxddx + dyddy}{ds}\right) = \frac{-dx^2ddy + dy^2ddy}{dyds}$, la substitution de cette valeur de dds, & de la valeur précédente de ddx dans la premiére des Formules générales du précédent article 28. la changera encore de même en celle-ci: $f = \frac{dxdy^2ds^2 - ydxds^2ddy + ydx^3ddy - ydxdy^2ddy}{ydxdy^2ds^2} \times 2ph$ (à cause de $-ds^2 + dx^2 = -dy^2$) $= \frac{dxdy^2ds^2 - 2ydxdy^2ddy}{ydxdy^2ds^2} \times 2ph = \frac{ds^2 - 2yddy}{yds^2} \times 2ph$, comme cy-dessus nomb. 6.

C'eſt ainſi que les ſix Regles génerales de l'art. 28. en produiront de nouvelles à l'infini, ſelon la variété infinie des termes conſtans que peut fournir $z^l y^m s^n dz^\lambda dx^\pi dy^q ds^r$; ce qui eſt préſentement trop viſible pour s'y arrêter davantage. Paſſons donc à quelques éxemples qui en faſſent voir l'uſage : la ſeconde des Formules de cet article-ci nous ſuffira; on ſe ſervira de même des autres à l'infini.

EXEMPLE I.

FIG. VI.

Sur la Spirale logarithmique les forces centrales dirigées ſuivant les ordonnées ou par le centre de cette Courbe, ſont à la péſanteur du corps qui la décrit, comme les hauteurs déterminatrices de ſes viteſſes à chaque point, ſont à la moitié des ordonnées correſpondantes.

XXX. Soit la Spirale logarithmique ordinaire MLN, dont C ſoit le centre auquel tende ſans ceſſe le corps qui la décrit de quelque viteſſe que ce ſoit. Toutes choſes demeurant les mêmes que cy-deſſus art. 28. ſçavoir $CL = y$, $LD = dx$, &c. la nature de cette Courbe étant de faire par tout des angles égaux avec ſes ordonnées LC, & par conſéquent de rendre par tout la fraction $\frac{dy}{dx}$ conſtante; ſi l'on ſuppoſe de plus chaque dx conſtante par raport aux immédiatement ſuivantes de part & d'autre; cette hypothêſe de $ddx = o$, rendra pareillement ici $ddy = o$. Donc cette même hypothêſe de dx conſtante donnant d'ailleurs (*art.* 29. *nomb.* 1.) $f = \frac{ds^2 - yddy}{yds^2} \times 2ph$ pour toutes ſortes de Courbes, l'on aura pour celle-ci $f = \frac{ds^2}{yds^2} \times 2ph = \frac{2ph}{y}$, ou $f.p :: h. \frac{1}{2}y$. C'eſt à dire que les forces centrales du corps L ſuivant LC, doivent être ici à ſa péſanteur, comme les hauteurs (h) déterminatrices de ſes viteſſes en chaque point L ſuivant Ll, ſont à la moitié de chacune des ordonnées correſpondantes LC (y).

M. *De Fontenelle* a remarqué en faiſant l'extrait de ceci, que la même choſe ſe peut encore tirer immédiatement de la troiſiéme des Regles générales de l'art. 28. ſans y ſuppoſer de conſtant que la fraction $\frac{dy}{dx}$ renduë telle par la nature de la Courbe en queſtion. En effet cette fraction donnant ici $dxddy = dyddx$, ſi l'on ſubſtituë un des membres de cette équation à la place de l'autre dans cette troiſiéme Regle, cette même Regle ſe chan-

gera pour ici en $f = \frac{dxds^2}{ydxds^2} \times 2ph = \frac{2ph}{y}$: D'où résulte $f.p :: h.\frac{1}{2}y$. comme cy-dessus.

Les forces centrales dirigées suivant une ordonnée quelconque de Spirale logarithmique, & ensuite suivant son rayon osculateur correspondant, sont égales entr'elles tant que les hauteurs déterminatrices des vitesses correspondantes du corps Décrivant seront comme ces lignes.

XXXI. Mais on a vû dans l'art. 23. que si les forces centrales du corps L, tendoient suivant les rayons correspondans LR de la Dévelopée PR de la Spirale logarithmique MLN dont il est ici question, l'on auroit aussi pour lors $f.p :: h.\frac{1}{2}LR$. Donc sçachant d'ailleurs (*Anal. des Infin. petits*, *art.* 91.) que les ordonnées LC de cette Spirale sont toutes proportionelles aux rayons correspondans LR de sa Dévelopée, il est visible qu'à chaque point L les forces centrales du corps L tendant successivement suivant l'ordonnée LC & suivant le rayon LR correspondans, seront égales entr'elles, tant que les hauteurs (h) déterminatrices des vitesses en ce point pour l'un & pour l'autre de ces cas, seront comme ces lignes : c'est à dire, tant qu'au même point L la vitesse (suivant Ll) de ce corps tendant vers C, sera à la vitesse de ce même corps tendant vers R, comme la racine quarree de LC à une pareille racine de LR; & ces hauteurs seront aussi proportionelles entr'elles.

Nouvelle preuve des art. 26. & 27.

XXXII. Il est ici à remarquer que le cercle pouvant passer pour une espece de Spirale logarithmique perpendiculaire à toutes ses ordonnées, lesquelles seront ici tout à la fois les rayons de la Dévelopée de cette Spirale logarithmique & ceux de ce cercle au centre duquel toute cette Dévelopée se réüniroit; il suit encore de l'art. 30. ce qui a déja été trouvé dans l'art. 26. sçavoir que les forces centrales d'un corps quelconque suivant les rayons d'un cercle qu'il décriroit avec telle varieté ou variation de vitesses qu'on voudroit, seroient toûjours chacune à sa pesanteur, comme la hauteur déterminatrice de sa vitesse en chaque point correspondant de ce cercle, seroit au demi-rayon de ce même cercle; & conséquemment aussi que lorsque cette hauteur se trouvera égale à ce demi-rayon de cercle, cette force centrale le sera pareillement égale à la pesanteur du corps qui le décrira.

Delà suit encore l'art. 27. ainsi qu'on l'a déja conclu de l'art. 26. qu'on voit renfermé dans celui-ci.

EXEMPLE II.

XXXIII. Soit en général *CLMLN* une Spirale Fermatienne quelconque, dont *C* soit le centre, aussi-bien que de l'arc infiniment petit *LD*, & du cercle *MEFM* répondant à telle révolution qu'on voudra de cette Spirale. Toutes choses demeurant les mêmes que ci-dessus art. 28. sçavoir $CL = y$, $LD = dx$, $Ll = ds$; soit la circonference $MEFM = c$, & son rayon CM ou $CE = a$.

Raport général des forces centrales aux pesanteurs des corps sur toutes sortes de Spirales Fermatiennes suivant les ordonnées desquelles ces forces seroient dirigées.

FIG. VII.

L'on aura la somme ($\int Ee$) des Ee, pour l'abscisse de cette circonférence depuis le commencement des révolutions jusqu'en E; ce qui donnera $c. \int Ee :: a^m . y^m$. D'où résulte $cy^m = a^m \times \int Ee$ pour l'équation de ces Spirales en général. Donc $mcy^{m-1}dy = a^m \times Ee$. Mais $CL(y). CE(a) :: LD(dx). Ee = \frac{adx}{y}$. Donc aussi $mcy^{m-1}dy = \frac{a^{m+1}dx}{y}$, ou $dy = \frac{a^{m+1}dx}{mcy^m}$; ce qui donne $\frac{a^{2m+2}dx^2}{mmccy^{2m}} + dx^2 = dy^2 + dx^2 = ds^2$, ou $ds^2 = \frac{a^{2m+2} + mmccy^{2m}}{mmccy^{2m}} \times dx^2$; & de plus (en faisant dx constante) l'on aura $ddy = \frac{-a^{m+1}y^{m-1}dydx}{cy^{2m}} = \frac{-a^{m+1}dydx}{cy^{m+1}}$ (à cause de $dy = \frac{a^{m+1}dx}{mcy^m}$) $= \frac{-a^{2m+2}dx^2}{mccy^{2m+1}}$. Donc cette hypothêse de dx constante, donnant (*art.* 29. *nomb.* 1.) $f = \frac{ds^2 - yddy}{yds^2} \times 2ph$, la substitution de ces valeurs de ds^2 & de ddy dans cette formule, donnera aussi

$$f = \frac{\frac{a^{2m+2} + mmccy^{2m}}{mmccy^{2m}} \times dx^2 + \frac{a^{2m+2}}{mccy^{2m}} \times dx^2}{\frac{ya^{2m+2} + mmccy^{2m+1}}{mmccy^{2m}} \times dx^2} \times 2ph =$$

$$= \frac{\overline{m+1} \times a^{2m+2} + mmccy^{2m}}{ya^{2m+2} + mmccy^{2m+1}} \times 2ph:$$ c'est à dire en général pour toutes ces Spirales Fermatiennes à l'infini, $f.p ::$

$$h. \frac{ya^{2m+2} + mmccy^{2m+1}}{\overline{2m+2} \times a^{2m+2} + 2mmccy^{2m}}.$$

Il n'y a plus qu'à détailler cette Formule ou Analogie par la substitution de telle valeur qu'on voudra donner à m, pour avoir le raport de p à f, c'est à dire, de la pésanteur du corps qu'on suppose décrire la Spirase déterminée par cette valeur de m, aux forces centrales de ce même corps suivant les ordonnées de cette Spirale. Par éxemple, la Spirale d'Archimede, qui est la premiére de ces Fermatiennes, ayant $m = 1$, l'Analogie précédente donnera pour elle $f.p :: h. \frac{ya^4 + ccy^3}{4a^4 + 2ccyy}$. Au contraire la premiére des Spirales hyperboliques Fermatiennes ayant $m = -1$, l'on aura pour elle $f.p :: h. \frac{ya^0 + ccy^{-1}}{2ccy^{-2}} :: h. \frac{y^3 + ccy}{2cc}$. Et ainsi de toutes les autres Spirales Fermatiennes, tant paraboliques que hyperboliques à l'infini.

On trouvera aussi de même le raport des forces centrales aux pésanteurs des corps mûs suivant toutes les autres Spirales résultantes de la génération générale qu'on en a donné dans les Mem. de 1704. pag. 69. &c.

EXEMPLE III.

Raport des forces centrales aux pésanteurs des corps sur l'Ellipse ordinaire, par un des foyers de laquelle ces forces seroient dirigées.

FIG. VIII.

XXXIV. Soit MLN l'Ellipse ordinaire décrite par le corps L mû comme l'on voudra en tendant toûjours suivant des diréctions ou lignes droites qui passent toutes par un de ses foyers, par éxemple, par le foyer C; soit $MN = a$ le grand axe de cette Ellipse, & la distance de ses foyers entr'eux $= c$. Tout le reste demeurant le même que ci-dessus art. 28. sçavoir les ordonnées CL, Cl, indéfiniment proches l'une de l'autre; l'arc LC décrit du centre C; $CL = y$, $LD = dx$, $Ll = ds$.

La nature de cette Ellipse donnera $dy\sqrt{aa - cc} = dx\sqrt{cc - aa + 4ay - 4yy}$ pour son équation à son foyer C, ou (en prenant $bb = aa - cc$) $bdy = dx\sqrt{4ay - 4yy - bb}$. Donc $\overline{4ay - 4yy} \times dx^2 = bbdy^2 + bbdx^2 = bbds^2$, ou $ds^2 = \frac{4ay - 4yy}{bb} \times dx^2$. Or en faisant (si l'on veut) dx constante, cette même équation $bdy = dx\sqrt{4ay - 4yy - bb}$ donnera

de plus $ddy = \frac{2adydx - 4ydydx}{b\sqrt{4ay - 4yy - bb}} = \frac{2adx^2 - 4ydx^2}{bb}$. Donc cette même hypothêse de dx constante, donnant (*art.* 29. *nomb.* 1.) $f = \frac{ds^2 - yddy}{yds^2} \times 2ph$, elle donnera aussi dans le cas present $f = \frac{\overline{4ay - 4yy} \times dx^2 - \overline{2ay + 4yy} \times dx^2}{\overline{4ay - 4yy} \times ydx^2} \times 2ph = \frac{2ay}{4ayy - 4y^3} \times 2ph = \frac{aph}{ay - yy}$, ou $f . p :: h . \frac{ay - yy}{a}$. D'où l'on voit que les forces centrales tendantes suivant des diréctions ou des lignes droites qui passent toutes par un des foyers de l'Ellipse ordinaire, sont toûjours à la pésanteur du corps qui la décrit, comme les hauteurs (h) déterminatrices des vitesses de ce corps le long de cette Courbe, aux fractions $\frac{ay - yy}{a}$ faites des y (CL) correspondantes aux points où il a efféctivement les vitesses que ces hauteurs déterminent, c'est à dire, les mêmes vitesses qu'il aquieroit en tombant de ces hauteurs (h) en vertu de sa seule pésanteur.

XXXV. Si presentement on suppose que l'Ellipse précédente (*art.* 34.) se change en un cercle dont C soit le centre, & MN (a) le diametre; en ce cas CL (y) se trouvant le rayon (r) $\frac{1}{2}a$ de ce cercle, la formule $f = \frac{aph}{ay - yy}$ qu'on vient (*art.* 34.) de trouver, se changera ici en $f = \frac{aph}{\frac{1}{2}aa - \frac{1}{4}aa} = \frac{aph}{\frac{1}{4}aa} = \frac{4ph}{a} = \frac{4ph}{2r} = \frac{2ph}{r}$. Ce qui donnera ici $f . p :: h . \frac{1}{2}r$. C'est à dire que les forces centrales d'un corps qui décriroit un cercle avec telles vitesses qu'on voudroit, en tendant toûjours suivant les rayons de ce cercle, comme lorsqu'il le décrit attaché à un des bouts d'une corde non entensible & fixe par l'autre bout au centre de ce cercle, seroient à sa pésanteur en chaque point de la circonférence de ce cercle, comme la hauteur déterminatrice de sa vitesse en ce point seroit à la moitié de son rayon, ainsi qu'on l'a déja trouvé dans les art. 26. & 32. D'où l'on voit encore (comme dans ces deux articles) que lorsque cette hauteur sera égale à ce demi-rayon, la force centrifuge de ce corps sera aussi précisément égale à sa pésanteur; & réciproquement.

Nouvelle preuve des art. 26, 27, & 32.

Raport des forces centrales aux pésanteurs des corps sur l'hyperbole ordinairement par le foyer intérieur de laquelle ces forces seroient dirigées.

XXXVI. De la maniere dont on vient de trouver (*art.* 34.) $f = \frac{aph}{ay-yy}$ pour l'Ellipse, on trouvera aussi $f = \frac{aph}{ay+yy}$, ou $f.\ p :: h.\ \frac{ay+yy}{a}$. pour l'hyperbole dont le centre C des forces ou des tendances du corps Z en la décrivant, seroit le foyer intérieur; puisqu'en prenant $bb = cc - aa$, à cause que la distance (c) des foyers de cette Courbe, est plus grande que son diametre transverse (a), son équation à ce centre ou foyer C, sera $bdy = dx\sqrt{4ay + 4yy - bb}$.

Quel est ce raport lorsque ces forces sont dirigées par le foyer extérieur de l'hyperbole.

XXXVII. Mais si ce centre C des forces du corps Z, est le foyer extérieur de l'hyperbole; alors cette Courbe ayant $bdy = dx\sqrt{4yy - 4ay - bb}$ pour son équation à ce foyer, on trouvera de même pour elle $f = \frac{-aph}{yy-ay} = \frac{aph}{ay-yy}$; laquelle formule semble la même que celle qu'on vient de trouver pour l'Ellipse dans l'art 34. Mais celle-ci ayant $y > a$, elle doit être négative, au lieu que l'autre est positive: Aussi les forces centrales sont-elles ici centripetes de centrifuges qu'elles étoient-là & dans le précédent art. 36. où elles tendent suivant des diréctions qui passent par des foyers intérieurs.

Quel est aussi ce raport sur la parabole lorsque les forces centrales sont dirigées par son foyer.

XXXVIII. Dans les articles 34. & 36. si l'on suppose l'autre foyer infiniment éloigné; alors a devenant infinie, toutes ces formules se réduiront à $f = \frac{aph}{ay} = \frac{ph}{y}$ pour la Parabole; ce qui donnera $f.\ p :: h.\ y$. pour cette Courbe: c'est à dire que les forces centrales d'un corps qui décrit une Parabole en tendant toûjours suivant des diréctions qui passent toutes par son foyer, sont à la pésanteur absoluë de ce même corps, comme les hauteurs déterminatrices des vitesses de ce corps en différens points de cette Courbe, sont aux distances où il se trouve alors du foyer de cette même Parabole.

EXEMPLE IV.

XXXIX. Soit MLN un cercle décrit par le corps L mû encore comme l'on voudra en tendant toûjours suivant des diréctions LC qui passent toutes par quelque point C pris à discrétion sur le plan de ce cercle dont le centre soit F. Par ce point C soit le diametre MN avec les lignes de diréction CL, Cl, indéfiniment proches l'une de l'autre; soit aussi l'arc LD décrit du centre C, avec FG perpendiculaire sur CL. Soient enfin $CF = c$ & $FL = r$ constantes; outre $CL = y$, $LD = dx$, & $Ll = ds$, comme ci-dessus art. 9. & 28.

Rapport général des forces centrales aux pesanteurs des corps sur un cercle par quelque point du plan de ce cercle que ces forces soient dirigées.

FIG. IX. X.

Cela posé, l'on aura $Ll\,(ds).\ LD\,(dx) :: FL\,(r).\ LG = \frac{rdx}{ds}$. Et $Ll\,(ds).\ lD\,(dy) :: FL\,(r).\ FG = \frac{rdy}{ds}$. Donc $CG\,(\sqrt{\overline{FC}^2 - \overline{FG}^2}) = \sqrt{cc - \frac{rrdy^2}{ds^2}}$. Donc aussi $CL\,(y) = \frac{rdx}{ds} + \frac{\sqrt{ccds^2 - rrdy^2}}{ds}$, ou $yds - rdx = \sqrt{ccds^2 - rrdy^2}$; & en quarrant, $yyds^2 - 2rydxds = ccds^2 - rrdy^2 - rrdx^2 = ccds^2 - rrds^2$, ou $2rydx = \overline{yy + rr - cc} \times ds$ (soit $2nn = yy + rr - cc$) $= 2nnds$, ou bien encore $\frac{rryydx^2}{n^4} = ds^2 = dx^2 + dy^2$: ce qui donne aussi $\frac{rryy - n^4}{n^4} \times dx^2 = dy^2$, ou $dy = \frac{dx\sqrt{rryy - n^4}}{nn}$. Donc en faisant dx constante, l'on aura pour lors

$$ddy = \frac{\frac{rrnnydxdy - 2n^5dxdn}{\sqrt{rryy - n^4}} - 2ndxdn\sqrt{rryy - n^4}}{n^4} =$$

$$= \frac{rrnnydxdy - 2n^5dxdn - 2rryyndxdn + 2n^5dxdn}{n^4\sqrt{rryy - n^4}} = \frac{rrnnydxdy - 2rryyndxdn}{n^4\sqrt{rryy - n^4}}.$$

Mais puisque (*hyp.*) $nn = \frac{yy + rr - cc}{2}$, l'on aura $2ndn = ydy$. Donc aussi l'on aura $ddy = \frac{rrnnydxdy - rry^3dxdy}{n^4\sqrt{rryy - n^4}}$ (à cause de $dy = \frac{dx\sqrt{rryy - n^4}}{nn}$) $= \frac{rrnnydx^2 - rry^3dx^2}{n^6}$, outre $ds^2 = \frac{rryydx^2}{n^4}$. Par conséquent la presente hypothêse de dx constante, donnant aussi (*art.* 29. *nomb.* 1.) $f = \frac{ds^2 - yddy}{yds^2} \times 2ph$, l'on aura enfin $f = \frac{nnrryydx^2 - nnrryydx^2 + rry^4dx^2}{nnrry^3dx^2} \times 2ph = \frac{2yph}{nn}$ (à cause de

$nn = \frac{yy+rr-cc}{2}) = \frac{4yph}{yy+rr-cc}$, ou $f.p :: h. \frac{yy+rr-cc}{4y}$. c'est à dire (*art.* 4.) que la force centrale du corps *L* suivant *LC*, sera toûjours à sa pésanteur absoluë, en quelque point *L* de la circonférence circulaire *MLN* que ce corps se trouve, comme la hauteur d'où il aquieroit en tombant ce qu'il a de vitesse en ce point *L*, seroit à la fraction $\frac{yy+rr-cc}{4y}$ dont les *y* (*CL*) passeroient par ce même point *L*.

Nouvelle preuve des art. 26, 27, 32 & 35.

XL. On voit delà que si le centre *C* des Forces (*f*) étoit en *F* au centre de ce cercle; alors ayant $c=o$, & $y=r$, la derniére Analogie du précédent art. 39. se changeroit en $f.p :: h. \frac{2rr}{4r} :: h. \frac{1}{2}r$. c'est à dire que les forces centrales du corps *L* tendantes alors suivant *LF*, seroient à sa pésanteur en chaque point *L* de la circonférence circulaire qu'il décriroit, comme la hauteur d'où il aquieroit en tombant ce qu'il a de vitesse en ce point, seroit à la moitié du rayon de ce cercle, ainsi qu'on l'a déja trouvé dans les art. 26. 32. & 35.

Raport des pésanteurs aux forces centrales pour le cas où le centre de ces forces seroit un point quelconque de la circonférence de ce cercle.

XLI. Mais si le centre *C* des Forces (*f*) étoit à l'extrémité *M* du diametre de ce même cercle; ayant alors $c=r$, ou $rr-cc=o$, il suit de même de la derniére Analogie de l'art. 39. que ces forces centrales (*f*) tendantes alors en *M*, seroient à la pésanteur (*p*) du corps *L* en chaque point *L* de la circonférence qu'on le suppose décrire :: $h. \frac{1}{4}y$. c'est à dire, comme la hauteur d'où il aquieroit en tombant ce qu'il a de vitesse en ce point, seroit au quart de sa distance (*CL*) au centre ou foyer *C* des forces alors en *M*.

Quel seroit ce raport si le centre de ces forces étoit hors la circonférence de ce cercle sur son plan.

Fig. X.

XLII. Si presentement on suppose que le centre *C* des Forces (*f*) soit hors du cercle, comme dans la Fig. 10. Alors ayant $rr-cc$ (*art.* 39.) $= FM \times FM - FC \times FC = -MC \times NC = -LC \times \lambda C$, & $yy = LC \times LC$, ou $yy = \lambda C \times \lambda C$; la derniére Analogie de l'art. 39. se changera ici en $f.p :: h. \frac{LC \times LC - LC \times \lambda C}{4LC} :: h. \frac{LC - \lambda C}{4} :: h. \frac{1}{4}L\lambda :: h. \frac{1}{2}LG$. depuis *N* de part & d'autre jusqu'aux points *T* où *CL* & *C*λ deviennent touchantes du cercle en question; Et en

$f.\ p :: h.\ \frac{\lambda C \times \lambda C - LC \times \lambda C}{4 \lambda C} :: h.\ \frac{\lambda C - LC}{4} :: h. - \frac{1}{4} L\lambda :: h. - \frac{1}{2} LG.$ depuis *M* de part & d'autre jusqu'aux mêmes points d'attouchement.

XLIII. D'où l'on voit que lorsque le corps *L* sera en *N* ou en *M*, c'est à dire aux extrémités du diametre *MN* qui passe par le centre *C* des forces (*f*) de ce corps, l'on aura $f.\ p :: h. \pm \frac{1}{2} NF$ ($\pm \frac{1}{2} r$). sçavoir en $N :: h. + \frac{1}{2} r.$ Et en $M :: h. - \frac{1}{2} r.$ c'est à dire de part & d'autre, $f.\ p :: h.\ \frac{1}{2} r.$ par raport au centre *F* du cercle *MLN*, comme si le centre *C* des Forces (*f*) étoit en ce centre *F*, ainsi qu'on l'a trouvé pour ce cas-ci dans les art. 26. 32. 35. & 40. *Nouvelle preuve encore des art. 26. 32. 35. & 40.*

XLIV. Il suit aussi de l'art. 39. que ces forces centrales (qui sont centrifuges depuis *N* de part & d'autre jusqu'aux points d'attouchement *T*, & centripetes depuis *M* aussi de part & d'autre jusqu'à ces mêmes points d'attouchement) doivent être infinies en l'un & en l'autre de ces points *T* par raport à la pesanteur du corps où elles se trouvent; parce que *Lλ* ou *LG* devenant nulles en ces mêmes points, l'Analogie $f.\ p :: h. \pm \frac{1}{2} LG.$ commune (*art.* 41.) à ces deux cas, se changera là en $f.\ p :: h.\ o.$ sans que *h* cesse d'être réelle, le mouvement du corps *L* étant supposé se continuer toûjours en ces points d'attouchement. Ce qui s'accorde parfaitement avec l'art. 22. nomb. 1. où cela se voit convenir à toutes sortes de Courbes. *Cas où les forces centrales seroient infinies sur le cercle.*

C'est-là un Paradoxe qu'on va voir expliqué dans un éclaircissement particulier. On y verra aussi que quelque changement qu'il arrive en chacun de ces points d'attouchement T *aux forces centrales* (f) *du corps* L, *en devenant centripetes ou centrifuges, de centrifuges ou centripetes qu'elles étoient jusqu'en ce point; ce corps ne sçauroit continuer sa route suivant* NTM *ou* MTN, *c'est à dire, décrire seulement le demi cercle* NTM, *tant que le centre* C *de ses forces centrales se trouvera hors ce demi-cercle. Mais auparavant il est bon de faire les Remarques suivantes.*

REMARQUE I.

Sur l'étenduë des trois derniers articles 42. 43. *&* 44.

Regle de comparaison des forces centrales avec les pésanteurs des corps dans le cas où les directions de ces forces seroient paralleles entr'elles.

XLV. Il est premiérement à remarquer que ces trois derniers Corollaires où art. 42. 43. & 44. sont encore vrais dans le cas où le centre C des Forces est infiniment éloigné, sa distance n'y étant point déterminée. Ce qui a été démontré de ces forces pour ce cas dans les Mem. de 1700. pag. 232. Corol. 2. du Prob. 6. prouve aussi qu'elles doivent être infinies dans les points où les touchantes tirées de leur centre C, rencontrent le cercle en question. La même chose se démontrera encore par raport à toute autre Courbe dans les points où elle seroit rencontrée par des touchantes tirées d'un pareil centre de forces. La formule $f = \frac{-ddy}{ds^2} \times 2ph$, qui dans ce cas particulier du centre C des forces (f) infiniment éloigné, résulteroit de celle $\left(f = \frac{ds^2 - yddy}{yds^2} \times 2ph\right)$ dont on vient de se servir dans l'art. 39. donneroit aussi la même chose en se servant d'équations dont les ordonnées (appellées aussi y, quoique finies) suivant lesquelles tendroit le corps *décrivant*, seroient paralleles entr'elles, & terminées à un axe dont les élémens seroient dx.

Application de la précédente Regle à toutes les Sections coniques.

Par éxemple, en se servant de l'équation $yy = \frac{abx \pm bxx}{a}$ commune à toutes les Sections coniques, cette nouvelle formule $f = \frac{-2phddy}{ds^2}$ (en faisant dx constante) donnera en général $f = \frac{2aabbph}{4aay^3 + y \times \overline{ab \pm 2bx}^2}$ pour toutes les Sections coniques : c'est à dire,

1°. $f = \frac{2aabbph}{4aay^3 + y \times \overline{ab + 2bx}^2}$ pour l'Hyperbole ;

2°. $f = \frac{2aabbph}{4aay^3 + y \times \overline{ab - 2bx}^2}$ pour l'Ellipse ;

3°. $f = \frac{2aaph}{4y^3 + y \times \overline{a - 2x}^2}$ pour le Cercle en faisant $b = a$;

4°. $f = \frac{2bbph}{4y^3 + bby}$ pour la Parabole en prenant a infini.

Ce qui donne (dis-je) encore par tout là, $f = \frac{2aabbph}{o}$ (en prenant $x=o$ & $y=o$), c'eſt à dire les forces centrales (f) infinies dans les points d'attouchement des touchantes paralleles aux ordonnées (y), ou aux directions de ces forces. Et ainſi d'une infinité d'autres Courbes auſquelles on pourroit appliquer de même la formule $f = \frac{-2phddy}{ds^2}$. Mais l'uſage de cette formule d'ordonnées paralleles, de même que celui de toutes les autres formules que l'art. 29. fournit encore, & que les autres Regles de l'art. 28. pourroient fournir auſſi à l'infini pour les ordonnées concourantes, & enſuite pour les ordonnées paralleles par la ſuppoſition de y infinie, étant le même que celui qu'on vient de faire de $f = \frac{ds^2 - yddy}{yds^2} \times 2ph$, l'on ne s'y arrêtera pas davantage.

REMARQUE II.

Sur le raport de la Peſanteur aux forces centrales dont le foyer ou centre eſt différent de celui des ordonnées de la Courbe en queſtion.

XLVI. Il eſt auſſi à remarquer que ſi le centre des Forces, tant centrifuges que centripetes, du corps qui décrit une Courbe quelconque, étoit différent du centre des ordonnées de cette Courbe ſur le plan de laquelle il fût; la formule $f = \frac{4phxPl}{ds^2}$ des art. 4, 5, 6, & 8. fourniroit encore des Regles plus générales que celles de l'art. 28. puiſqu'en confondant ces deux centres en un, les Regles de cet art. 28. deviendroient autant de Corollaires de celles-là.

Regle de comparaiſon des forces centrales avec les péſanteurs des corps qui décriroient des Courbes dont le centre des ordonnées feroit différent de celui de ces forces, en conſidérant les élémens des Courbes comme Courbes eux-mêmes.

FIG. II.

Pour le voir, ſoit encore la Courbe MLN telle qu'on voudra, décrite par un corps L dont les forces centrales (f) ſoient toutes dirigées par F ſuivant LF, pendant que les ordonnées LC de cette Courbe continuënt de s'aſſembler en C. Soient auſſi $Ll = ds$, les élémens de cette même Courbe; CL ou $Cl = y$, ſes ordonnées; $LD = dx$, perpendiculaire ſur Cl, & qui prolongée rencontre Fl

en A; laquelle Fl rencontre aussi en K la tangente LQ, que Cl prolongée rencontre pareillement en S. Soient de plus FL ou $Fl = q$, les rayons des forces (f). Soient enfin lO, lP, paralleles à LD, LF; & du diametre CF, le cercle CBF que CL, Cl, rencontrent en B, b; & dont CB ou $Cb = m$, FB ou $Fb = n$, sont les cordes.

Cela fait, les triangles (*constr.*) semblables Fbl, ADl, donneront $bl\,(y-m).\ Fl\,(q) :: Dl\,(dy).\ Al$ ou $AK = \frac{qdy}{y-m}$. Et $bl\,(y-m).\ Fb\,(n) :: Dl\,(dy).\ AD = \frac{ndy}{y-m}$. Ce qui donne $AL = dx + \frac{ndy}{y-m} = \frac{ydx - mdx + ndy}{y-m}$. Mais les triangles (*hyp.*) semblables KAL, KlO, donnent aussi $AK\left(\frac{qdy}{y-m}\right).\ AL\left(\frac{yd - mdx + ndy}{y-m}\right) :: lK.\ lO = \frac{ydx - mdx + ndy}{qdy} \times lK$. De plus les triangles (*hyp.*) semblables SDL, SlO, donnent pareillement SD ou $lD\,(dy).\ DL\,(dx) :: Sl.\ lO = \frac{dx}{dy} \times Sl$. Donc $\frac{dx}{dy} \times Sl = \frac{ydx - mdx + ndy}{qdy} \times lK$; & par conséquent aussi $Sl = \frac{ydx - mdx + ndy}{qdx} \times lK$.

Or en considérant l'élément Ll de la Courbe proposée, non comme un côté droit de polygone rectiligne, mais comme un véritable arc de cercle, on a aussi trouvé ci-dessus (*art.* 13.) $Sl = \frac{ds^3}{2rdx}$. Donc on aura ici $\frac{ydx - mdx + ndy}{qdx} \times Kl = \frac{ds^3}{2rdx}$; & par conséquent $Kl = \frac{qds^3}{2r \times ydx - mdx + ndy}$. Mais on vient de supposer $q = LF = \sqrt{\overline{LB}^2 + \overline{FB}^2} = \sqrt{\overline{y-m}^2 + nn}$. Donc $Kl = \frac{ds^3}{2r} \times \frac{\sqrt{\overline{y-m}^2 + nn}}{ydx - mdx + ndy}$. Or les triangles (*constr.*) semblables KlP, KFL, donnant $Pl.\ lK :: LF.\ FK$. Et l'angle LFK (*hyp.*) infiniment petit, rendant $LF = FK$, l'on aura de même $Pl = Kl$. Donc $Pl = \frac{ds^3}{2r} \times \frac{\sqrt{\overline{y-m}^2 + nn}}{ydx - mdx + ndy}$. Donc aussi en substituant cette valeur de Pl dans la formule générale $f = \frac{4phx Pl}{ds^2}$ des art. 4, 5, 6, & 8. on aura enfin $f =$ [illegible] $\times$

$\frac{\sqrt{yy-mm+nn}}{ydx-mdx+ndy}$ pour une Regle infiniment générale de comparaison des pésanteurs des corps avec leurs forces centrales, dont le centre seroit tout autre que celui des ordonnées de la Courbe qu'il décrit. *Ce qu'il falloit trouver.*

XLVII. Si presentement on suppose que le centre de ces forces centrales devienne le même que celui des ordonnées de la Courbe en question, c'est à dire que ces forces tendent toutes suivant ces mêmes ordonnées; ces centres C & F alors confondus en un seul & même point, rendant par-là CB (m) & FB (n) nulles, c'est à dire $m=o=n$, la précédente Regle générale $f=\frac{2pbds}{r}\times\frac{\sqrt{yy-mm+nn}}{ydx-mdx+ndy}$ de l'art. 46. se changera pour lors en $f=\frac{2pbds}{r}\times\frac{\sqrt{yy}}{ydx}=\frac{2pbds}{rdx}$, qui est celle qu'on a déja trouvée pour ce cas-ci dans les art. 9, 14, & 18. *Regles des art. 9. 14. & 19. tirées de la précédente.*

XLVIII. La Regle du centre des forces différent de celui des ordonnées de la Courbe en question, qu'on vient de trouver dans l'art. 46. en considérant les élémens de cette Courbe comme Courbes eux-mêmes, se peut encore trouver en les considérant comme autant de petites lignes droites ou de côtés infiniment petits du polygone infiniti-latere réctiligne sous la forme duquel cette Courbe se peut aussi considérer. *Autre démonstration de la Regle du penultiéme art. 46. tirée presentement de la consideration des Courbes sous la forme de polygones infiniti-lateres réctilignes.*

Pour cela, supposons presentement LQ en ligne droite avec le petit côté ZL de ce polygone MLN, qui prolongé vers Q, sera ici une nouvelle tangente LQ suivant laquelle la vitesse de rotation en L du corps *décrivant* tendra à l'emporter. Tout le reste demeurant le même par raport à cette nouvelle tangente que ci-dessus (*art.* 46.) par raport à l'autre, on trouvera ici non-seulement Pl double de ce qu'elle étoit dans cet art. 46. comme l'on a trouvé dans l'art. 17. Fig. 5. Yl double de Pl; mais encore $LP.\ Pl :: p\times LQ.\ f\times LP.$ comme l'on a trouvé $LY.\ LG$ ou $Yl :: p\times LT.\ f\times LY.$ dans l'art. 18. Fig. 5. en supposant encore ici LQ double de la hauteur (b) d'où le corps

tombant aquieroit en L la viteſſe qu'il y a ſuivant LQ, de même qu'on a ſuppoſé là LT double de cette même hauteur. Donc on aura pareillement ici $LP. Pl :: p\times 2h.$ $f\times LP$. ou $f=\frac{2ph\times Pl}{LP\cdot LP}=\frac{2ph\times Pl}{Ll\times Ll}$.

Mais en prenant encore r pour le rayon oſculateur de la Courbe MLN en L, on trouvera de plus ici $Sl=\frac{Ll\times Ll\times Ll}{r\times DL}$ de la même maniére qu'on a trouvé $Xl=\frac{Ll\times Ll\times Ll}{RL\times DL}$ dans l'art. 19. Fig. 5. où cette Courbe étoit pareillement conſiderée ſous la forme de polygone infiniti-latere réctiligne. Donc ayant auſſi en général (*art.* 46.) $Sl=\frac{ydx-mdx+ndy}{qdx}\times Kl$, ſoit que cette Courbe ſoit conſiderée ſous la forme de polygone ou non, l'on aura pour ici $\frac{ydx-mdx+ndy}{qdx}\times Kl=$ $=\frac{Ll\times Ll\times Ll}{r\times DL}$ (en appellant encore Ll, ds; & LD, dx) $=$ $=\frac{ds^3}{rdx}$. Et par conſéquent $Kl=\frac{ds^3}{r}\times\frac{q}{ydx-mdx+ndy}$. Or les triangles ſemblables KlP, KFL, donnant $Pl. Kl ::$ $LF. FK$. Et l'angle LFK (*hyp.*) infiniment petit, rendant $LF=FK$, l'on aura de même $Pl=Kl$. Donc, $Pl=\frac{ds^3}{r}\times\frac{q}{ydx-mdx+ndy}$ (à cauſe que $q=\sqrt{\overline{y-m}^2+nn}$ ſuivant l'art. 46.) $=\frac{ds^3}{r}\times\frac{\sqrt{\overline{y-m}^2+nn}}{ydx-mdx+ndy}$. Donc auſſi en ſubſtituant cette valeur de Pl dans l'équation $f=\frac{2ph\times Pl}{Ll\times Ll}=$ $=\frac{2ph\times Pl}{ds^2}$ trouvée cy-deſſus, la preſente hypothêſe de la Courbe polygone donnera encore la même formule $f=\frac{2phds}{r}\times\frac{\sqrt{\overline{y-m}^2+nn}}{ydx-mdx+ndy}$ qui a été trouvée dans l'art. 46. en conſidérant cette Courbe comme faite d'élémens courbes eux-mêmes. *Ce qu'il falloit encore trouver.*

Regle du raport que doivent avoir entr'elles les forces centrales dont le centre ſeroit different de celui des ordonnées

XLIX. Puiſque l'article 46. & ce dernier 48. donnent $f=\frac{2phds}{r}\times\frac{\sqrt{\overline{y-m}^2+nn}}{ydx-mdx+ndy}$, ſoit que la Courbe MLN ſoit conſiderée ſous la forme de polygone ou non, & que $2p$ eſt (*hyp.*) une grandeur conſtante; les forces centrales dont il

s'agit

s'agit ici, seront entr'elles dans l'une & dans l'autre de ces deux hypothêses, comme les fractions correspondantes $\frac{bds}{r} \times \frac{\sqrt{\overline{y-m}^2+nn}}{ydx-mdx+ndy}$. Mais les hauteurs ($h$) d'où le corps *décrivant* devroit tomber pour aquerir les vitesses qu'il a aux differens points de la Courbe qu'il décrit, étant comme les quarrés de ces vitesses, c'est à dire (en prenant v pour le nom de chacune de ces vitesses, & dt pour celui de chacun des instans que le corps *décrivant* emploïe à parcourir chacun des élémens de la Courbe qu'il décrit) $h = vv = \frac{ds^2}{dt^2}$; ces mêmes forces seront aussi entr'elles comme les fractions $\frac{dss}{rdt^2} \times \frac{\sqrt{\overline{y-m}^2+nn}}{ydx-mdx+ndy}$ correspondantes.

de la Courbe sur laquelle elles se trouvent.

L. Pour faire usage de cette expression du raport que doivent avoir entr'elles les forces centrales dont il s'agit ici, & de la Regle $f = \frac{2phds}{r} \times \frac{\sqrt{\overline{y-m}^2+nn}}{ydx-mdx+ndy}$ de leur raport aux pésanteurs des corps, trouvée ci-dessus art. 46. & 48. il est à remarquer que ces formules en fourniront encore six autres toutes aussi générales pour le même sujet que chacune d'elles, en y substituant les six valeurs infiniment générales du rayon osculateur, qui se trouvent dans les Mem. de 1701. pag. 27. & 29. art. 10. & 14. en supposant pour les trois derniéres l'arc de cercle MG (z) décrit du centre C, & de tel rayon CM (a) qu'on voudra, ainsi qu'on les a substituées ci-dessus art. 28. dans la formule $f = \frac{2phds}{rdx}$ des art. 9. 14. & 19. pour en tirer les six autres Regles de cet art. 28. Et les six qui résulteront ainsi de l'expression $\frac{dss}{rdt^2} \times \frac{\sqrt{\overline{y-m}^2+nn}}{ydx-mdx+ndy}$ qu'on vient de trouver (*art.* 49.) du raport que doivent avoir entr'elles les forces centrales dont il s'agit ici, seront précisément les mêmes que les six qui sont aussi pour le même sujet dans les pag. 35. & 36. art. 23. de ces Mem. de 1701. le signe d'égalité n'y signifiant qu'égalité de raports. Voici donc seulement celles qui résultent de même de la précédente

Maniére de rendre les deux Regles des trois articles précédens 46, 48, & 49. facilement applicables à toutes sortes de Courbes où le centre des ordonnées seroit différent de celui des forces centrales.

$f = \frac{2phds}{r} \times \frac{\sqrt{\overline{y-m}^2+nn}}{ydx-mdx+ndy}$, où le signe d'égalité signifie égalité de grandeurs, lesquelles sont ici homogenes, au lieu que là elles sont hétérogenes.

REGLES DES FORCES CENTRALES

Comparées aux Pesanteurs des corps, plus générales encore que celles de l'article 28.

1°. $f = \frac{2pb\sqrt{\overline{y-m}^2+nn}}{ydyds} \times \frac{dxdyds+ydsddx-ydxdds}{ydx-mdx+ndy}$.

2°. $f = \frac{2pb\sqrt{\overline{y-m}^2+nn}}{ydxds} \times \frac{dsdx^2+ydydds-ydsddy}{ydx-mdx+ndy}$.

3°. $f = \frac{2pb\sqrt{\overline{y-m}^2+nn}}{yds^2} \times \frac{dxds^2+ydyddx-ydxddy}{ydx-mdx+ndy}$.

4°. $f = \frac{2pb\sqrt{\overline{y-m}^2+nn}}{adyds} \times \frac{2dzdyds+ydsddz-ydzdds}{ydx-mdx+ndy}$.

5°. $f = \frac{2pb\sqrt{\overline{y-m}^2+nn}}{aydzds} \times \frac{ydsdz^2+aadydds-aadsddy}{ydx-mdx+ndy}$.

6°. $f = \frac{2pb\sqrt{\overline{y-m}^2+nn}}{ads^2} \times \frac{dzds^2+dzdy^2+ydyddz-ydzddy}{ydx-mdx+ndy}$.

On fera sur ces nouvelles Regles du raport des forces centrales aux pesanteurs des corps, les mêmes réfléxions qui se trouvent dans les Mem. de 1701. pag. 36. & 37. art. 24. sur de pareilles Regles du raport de ces forces entr'elles. En voici seulement deux éxemples pour en faire voir l'usage.

EXEMPLE I.

Raport des forces centrales à la pésanteur d'un corps qui décriroit un cercle dont les ordonnées auroient leur centre à sa circonférence pendant que ces forces auroient le leur au centre même de ce cercle.

FIG. XII.

LI. Supposons, si l'on veut, que la Courbe proposée *MLN* soit un cercle dont *F* soit le centre, auquel tendent toutes les forces centrales (f) du corps *L* qui le décrit, pendant que les ordonnées *LC*, *lC*, concourent à la circonférence de ce cercle. Alors tout le reste demeurant le même que dans l'art. 46. Fig. 11. l'égalité des rayons *FC* & *FL* de ce cercle *MLN*, & *FB* perpendiculaire sur *LC*, donnant *BC* (m) $= \frac{1}{2}$*CL* ($\frac{1}{2}y$); & par conséquent

$\overline{y-m}^2 = \frac{1}{4}yy$; & delà $nn = rr - \frac{1}{4}yy$, ou $4nn = 4rr - yy$, en prenant r pour le nom du rayon FC de ce cercle MLN: la premiére des Regles du précédent art. 50. se changera ici en $f = \frac{2rph}{ydyds} \times \frac{dxdyds + ydsddx - ydxdds}{\frac{1}{2}ydx + ndy} =$ $= \frac{4rph}{ydyds} \times \frac{dxdyds + ydsddx - ydxdds}{ydx + 2ndy}$. Et si l'on suppose dx constante, c'est à dire $ddx = o$, cette Regle se changera même ici en $f = \frac{4rph}{ydyds} \times \frac{dxdyds - ydxdds}{ydx + 2ndy}$ (à cause que cette hypothêse de dx constante, donne aussi $dds = \frac{dyddy}{ds}$) $= \frac{4rph}{ydyds^2} \times \frac{dxdyds^2 - ydxdyddy}{ydx + 2ndy} = \frac{4rph}{ydx^2 + ydy^2} \times \frac{dx^3 + dxdy^2 - ydxddy}{ydx + 2ndy}$.

Mais la ressemblance des triangles LCD, BCE, donnera aussi BC ($\frac{1}{2}y$). LC (y) :: EB (dn). LD (dx) $= 2dn$ ($nn = rr - \frac{1}{4}yy$ donnant $dn = \frac{ydy}{4\sqrt{rr - \frac{1}{4}yy}} = \frac{ydy}{4n}$ positif, à cause que n & y croissent alternativement) $= \frac{ydy}{2n}$. Ce qui dans la presente hypothêse de dx constante, donne aussi ddx (o) $= \frac{nyddy + ndy^2 + ydndy}{2nn}$, dont le dernier terme du numerateur est positif à cause de ces mêmes accroissemens alternatifs de n & de y; d'où résulte $ddy = \frac{-ndy^2 - ydndy}{ny}$ (à cause de $dn = \frac{ydy}{4n}$) $= \frac{-4nndy^2 - yydy^2}{4nny}$ (à cause de $4nn = 4rr - yy$) $= \frac{-4rrdy^2}{4nny} = -\frac{rrdy^2}{nny}$.

Donc en substituant ces valeurs de dx & de ddy dans la précédente équation $f = \frac{4rph}{ydx^2 + ydy^2} \times \frac{dx^3 + dxdy^2 - ydxddy}{ydx + 2ndy}$, il en résultera $f = \frac{4rph}{y^3 + 4nny} \times \frac{y^3 + 4nny + 4rry}{yy + 4nn}$ (à cause de $4nn =$ $= 4rr - yy$) $= \frac{4rph}{4rry} \times \frac{4rry + 4rry}{4rr} = \frac{ph}{r} \times 2 = \frac{2ph}{r}$; ce qui donne ici $f. p :: h. \frac{1}{2}r$. comme dans les art. 26, 32, 35, 40, & 43.

LII. La même chose se peut encore trouver autrement sans rien supposer ici de constant que les rayons du cercle MLN. En effet ayant trouvé ci-dessus (*art.* 51.) *Autre maniére de démontrer le même raport.*

$f = \frac{4rph}{ydyds} \times \frac{dxdyds + ydsddx - ydxdds}{ydx + 2ndy}$, dont dx, dy, ds, ſont toutes variables ; Et les Mem. de 1701. pag. 27. art. 10. nombre 1. donnant alors $r = \frac{ydyds^2}{dxdyds + ydsddx - ydxdds}$, ou $\frac{r}{ydyds} = \frac{ds}{dxdyds + ydsddx - ydxdds}$, à cauſe que le rayon du cercle eſt celui de ſa Dévelopée, laquelle ſe confond toute en ſon centre : la ſubſtitution du ſecond membre de cette égalité pour le premier dans la précédente valeur de f, donnera $f = \frac{4phds}{ydx + 2ndy}$.

Or les triangles ſemblables Fbl, lDL, donnent Ll (ds). Dl (dy) :: Fl (r). Fb $(n) = \frac{rdy}{ds}$. Donc en ſubſtituant cette valeur de n dans l'égalité précédente, l'on aura $f = \frac{4phds^2}{ydxds + 2rdy^2}$.

Mais les mêmes triangles Fbl, lDL, donnent auſſi bl $(\frac{1}{2}y)$. Fl (r) :: LD (dx). Ll $(ds) = \frac{2rdx}{y}$. Donc en ſubſtituant cette même valeur de ds dans le diviſeur de la derniére valeur de f, l'on aura enfin $f = \frac{4phds^2}{2rdx^2 + 2rdy^2} = \frac{2ph}{r}$. Ce qui donne encore $f. p :: h. \frac{1}{2}r$. Ainſi qu'on le vient de trouver dans le précédent art. 51. conformément aux art. 26, 32, 35, 40, & 43.

EXEMPLE II.

FIG. XIII. *Quel ſeroit ce raport dans le cas où le centre des forces, & celui des ordonnées du cercle en queſtion, ſeroient aux deux extremités d'un même diametre de ce cercle.*

LIII. Si l'on veut que la Courbe propoſée MLN ſoit encore un cercle, mais qui ait preſentement le centre C des ordonnées LC, & le centre F des forces du corps *décrivant*, aux extremités d'un de ſes diametres ; & que par conſéquent elle ſe confonde ici avec le demi-cercle CBF. Alors cette Courbe ayant CB $(m) = CL$ (y), ou $y - m = 0$, la premiére des Regles infiniment générales trouvées dans l'art. 50. ſe changera ici en $f = \frac{2nph}{ydyds} \times \frac{dxdyds + ydsddx - ydxdds}{ndy} =$ $= 2ph \times \frac{dxdyds + ydsddx - ydxdds}{ydy^2ds}$. Et ſi l'on ſuppoſe dx conſtant, & par conſéquent $dds = \frac{dyddy}{ds}$, elle ſe changera même en

$f = 2ph \times \frac{dxdyds^2 - ydxdyddy}{ydy^2ds^2} = 2ph \times \frac{dxds^2 - ydxddy}{ydyds^2}$.

Mais si l'on prend $2r$ pour le nom du diametre CF, l'on aura ici $4rr - yy = nn$, ou $\sqrt{4rr - yy} = n$; ce qui donne $\frac{-ydy}{\sqrt{4rr-yy}} \left(\frac{-ydy}{n}\right) = -dn = -dx$ négatif, à cause que n & y croissent alternativement, & que EB (dn) se confond ici avec DL (dx). Et pour cette même raison l'équation résultante $ydy = ndx$ donnera aussi $yddy + dy^2 = -dndx = -dx^2$ négatif encore pour la même raison, & sans $nddx$ à cause de dx (*hyp.*) constante; d'où résulte enfin $yddy = -dx^2 - dy^2 = -ds^2$.

Donc en substituant cette valeur de $yddy$ dans la derniére équation $f = 2ph \times \frac{dxds^2 - ydxddy}{ydyds^2}$, l'on aura $f = 2ph \times \frac{dxds^2 + dxds^2}{ydyds^2} = 2ph \times \frac{2dx}{ydy}$ (à cause de $dx = \frac{ydy}{n}$) $= 2ph \times \frac{2ydy}{nydy} = \frac{4ph}{n}$. D'où résulte $f.p :: h.\frac{1}{4}n$. conformément à l'art. 41.

REMARQUE III.

Sur le raport de la Pesanteur aux Forces centrales de différens foyers ou centres.

LIV. Il est aussi à remarquer que quoique jusqu'ici nous n'aïons consideré à chaque point de la Courbe en question, qu'une seule force centrale dans le corps qui la décrit, la comparaison que nous en avons faite avec la pesanteur de ce corps, se pourra faire de même avec autant d'autres forces centrales qu'on lui en voudra supposer à la fois à chaque point de cette Courbe, par le concours desquelles il l'auroit décrite, en donnant le raport de ces forces entr'elles de chaque foyer aux autres; & cela de la même maniére que les Regles que nous avons données de ces forces en 1701. nous ont conduit à celles que nous avons données de ces forces concourantes en 1703.

Regle de comparaison des forces centrales dirigées par plusieurs centres ou foyers, avec la pésanteur du corps où elles se trouveroient.

Pour le voir, soit encore une Courbe quelconque MLN, mais décrite presentement à la maniere de M. *Tschirnhausen*, par le corps L mû suivant LN par le con- FIG. XIV.

cours de tant de forces centrales qu'on voudra, qui agiſſent toutes à la fois ſur lui ſuivant des lignes qui paſſent par leurs foyers ou centres fixes A, B, C, &c. placés d'abord comme l'on voudra dans le plan de cette Courbe. Soit ILQ la tangente de cette même Courbe en tel point L qu'on voudra, avec l'arc Ll infiniment petit, par les extremités duquel ſoient tirées des centres ou foyers A, B, C, &c. les droites AL, Al; BL, Bl; CL, Cl, &c. dont Bl, Cl, prolongées rencontrent la tangente LQ en V, S. Soient auſſi lK, LG, LD, perpendiculaires ſur AL, Bl, Cl, & dont la premiére Kl prolongée du côté de l, rencontre en O la tangente LQ, ſur laquelle ſoient pareillement lF, KT, GY, DX, perpendiculaires en F, T, Y, X. Soient de plus RL, Rl, deux des rayons oſculateurs de la Courbe MLN, dont le ſecond prolongé du côté de l, rencontre auſſi en E la tangente LQ. Soient A, B, C, &c. les noms des forces centrales dirigées ſuivant les droites LA, LB, LC, &c. qui paſſent par les foyers ou centres fixes A, B, C, &c.

Cela fait, les triangles réctangles ſemblables LKO, LTK, donneront OL ou Ll. OK ou Kl : LK. TK :: A. $\frac{A \times Kl}{Ll}$ effort de la force A ſur le corps L ſuivant TK perpendiculaire (*hyp.*) à LQ. Les triangles réctangles ſemblables LGV, GYV, donneront pareillement VL ou Ll. LG :: VG. YG :: B. $\frac{B \times LG}{Ll}$ effort de la force B ſur le même corps L ſuivant YG perpendiculaire (*hyp.*) à LQ. De même encore les triangles réctangles ſemblables LDS, DXS, donneront auſſi SL ou Ll. DL :: SD. XD :: C. $\frac{C \times DL}{Ll}$ effort de la force C ſur le même corps L ſuivant XD perpendiculaire encore (*hyp.*) à LQ. On trouvera de même les efforts perpendiculaires à LQ de tant d'autres forces centrales qu'on voudra ſuppoſer agir auſſi ſur le corps L. Donc en retranchant ce que ce corps reçoit ainſi d'impreſſion vers le dehors de ce qu'il en reçoit vers le dedans de la Courbe MLN, perpendiculairement à LQ, & en

ſuppoſant que B eſt de la premiére eſpece, & A, C, de la ſeconde ; l'on aura ici $\frac{A \times Kl}{Ll} + \frac{C \times DL}{Ll} - \frac{B \times LG}{Ll} \pm$ &c. ou $\frac{A \times Kl + C \times DL - B \times LG \pm \&c.}{Ll}$ pour tout ce que ces forces lui donnent enſemble d'effort ou d'impreſſion perpendiculaire à LQ vers le dedans de cette Courbe dans l'inſtant qu'il parcourt l'élément Ll, en vertu duquel effort il eſt attiré de la tangente LQ ſur cette même Courbe de la valeur de Fl, auſſi perpendiculaire (*hyp.*) à cette tangente, pendant le même inſtant.

Cela étant, ſi l'on prend HL pour la hauteur d'où ce corps tombant en vertu de ſa ſeule peſanteur, aquieroit en L une viteſſe égale à celle qu'il a effectivement ſuivant Ll ; il eſt viſible que le tems de cette chute de H en L, ſeroit au tems que ce même corps met à parcourir Ll : : $2HL$. Ll. puiſque cette viteſſe demeurant uniforme, lui feroit parcourir le double de HL dans le tems de cette chute ; & qu'à viteſſes égales les eſpaces ſont comme les tems emploïés à les parcourir. Donc en appellant dt l'inſtant que ce corps emploïe à parcourir Ll, l'on aura $\frac{2HL \times dt}{Ll}$ pour le tems de ſa chute faite de H en L en vertu de ſa ſeule peſanteur (p). Par conſéquent les eſpaces parcourus par un même corps en vertu de forces conſtantes & continuellement appliquées, telles qu'on ſuppoſe d'ordinaire la peſanteur, & que toute force centrale l'eſt à chaque inſtant, étant (*art.* 10.) en raiſon compoſée de ces forces & des quarrés des tems emploïés à les parcourir, l'on aura ici Fl. HL : : $\frac{A \times Kl + C \times DL - B \times LG \pm \&c.}{Ll} \times dt^2$. $p \times \frac{4HL \times HL \times dt^2}{Ll \times Ll}$. Ce qui donnera $A \times Kl + C \times DL - B \times LG \pm$ &c. $= \frac{4p \times HL \times Fl}{Ll}$.

LV. Mais en regardant (ainſi que l'on vient de faire) Fl comme parcouruë d'un mouvement accéléré pendant le tems que LF eſt parcouruë d'un mouvement uniforme, l'élément Ll décrit par le concours de ces deux mouve- *Introduction du rayon oſculateur dans la précédente Regle, en conſiderant les élémens des courbes comme courbes eux-mêmes.*

mens, doit être ici regardé comme courbe, & comme un véritable arc dans lequel la Courbe *MLN* est baisée par son cercle osculateur en cet endroit; & par conséquent comme un véritable arc de cercle dont *R* seroit le centre, & non comme un côté droit de polygone. Ce qui donnera $El = \frac{Ll \times Ll}{2LR}$ comme dans l'art. 9. De sorte que les triangles (*constr.*) réctangles & semblables *EFl*, *ELR*, donnant *Fl*. *El*:: *LR*. *ER*. Et l'élément *Ll* rendant $LR = ER$, l'on aura ici $Fl = El = \frac{Ll \times Ll}{2LR}$. Donc en substituant cette valeur de *Fl* dans la formule par où finit le précédent art. 54. l'on aura enfin $A \times Kl + C \times DL - B \times LG \pm$ &c. $= \frac{2p \times HL \times Ll}{LR}$. Et par conséquent en appellant encore *HL*, *h*; *LR*, *r*; & *Ll*, *ds*; l'on aura de même $A \times Kl + C \times DL - B \times LG \pm$ &c. $= \frac{2phds}{r}$ pour une Regle générale de comparaison de la pesanteur d'un corps avec tout ce qu'on lui peut imaginer de forces centrales conspirantes ensemble à lui faire décrire quelque Courbe que ce soit, le raport de ces forces entr'elles étant donné de chacun de leurs foyers aux autres, comme dans le Mémoire du 5. Sept. de 1703. ces efforts se faisant ici tous suivant le plan de la Courbe *MLN* qu'ils font décrire au corps *L*. Et lorsqu'ils seront dans des plans différens, cette même Regle en fournira encore une autre toute aussi générale pour ce cas, en le faisant revenir à l'autre de la maniére qu'on l'a fait dans ce Mem. du 5. Sept. 1703. Ainsi il n'est pas nécessaire de nous y arrêter davantage, ni d'avertir que le rayon (*r*) de la Dévelopée de la Courbe *MLN* doit ici être pris par raport à tous les foyers *A*, *B*, *C*, &c. Et le reste comme dans ce même Mémoire.

Regle des art. 14, 19, & 47. tirée de la précédente.

LVI. Si l'on compare cette Analyse avec celle des art. 5. & 9. on verra qu'elle n'en différe presque point. La Regle qu'elle vient de nous donner, pourroit se trouver de même en suivant l'Analyse des art. 2, 3, 4, & 6. Aussi lorsque tous les foyers qu'on y suppose, se réduisent à un sur le plan de la Courbe en question, cette même Regle du précédent

cédent art. 55. ſe change-t-elle en celle de l'art. 9. concluë de ces articles-là. En effet, ſi de tous ces foyers il ne reſtoit que C, l'anéantiſſement des autres A, B, &c. réduiroit cette Regle à $C \times DL = \frac{2phds}{r}$: De ſorte qu'en appellant la force C, f; & DL, dx; l'on auroit auſſi $fdx = \frac{2phds}{r}$, ou $f = \frac{2phds}{rdx}$, comme dans cet art. 9.

Autre démonſtration de la Regle du pénultiéme art. 55. tirée préſentement de la conſidération des Courbes ſous la forme de polygones infiniti-lateres rectilignes.

LVII. La Regle qu'on vient de trouver dans l'art. 55. en conſidérant les élémens des Courbes comme courbes eux-mêmes, ſe peut encore trouver en les conſidérant comme autant de petites lignes droites ou de côtés infiniment petits des polygones ſous la forme deſquels ces Courbes ſe peuvent auſſi conſidérer.

FIG. XIV.

Pour cela, ſoit encore une Courbe quelconque MLN décrite à la maniére de M. de *Tſchirnhauſen* par le corps L mû ſuivant LN par le concours de tant de forces centrales qu'on voudra, qui agiſſent toutes à la fois ſur lui ſuivant des directions qui paſſent par leurs centres fixes A, B, C, &c. placés comme ci-deſſus art. 54. Soient préſentement ZL, Ll, deux des côtés infiniment petits de ce polygone infiniti-latere, dont le premier ZL prolongé en devienne la tangente ſur laquelle je ſuppoſe préſentement LQ, enſorte que LQ ſoit préſentement ce petit côté lui-même prolongé. Soit auſſi préſentement lF un arc de cercle décrit du centre L par l. Soient encore LR, lR; les rayons de la Dévelopée de cette Courbe MLN. Enſuite aprés avoir encore fait les droites AL, Al; BL, Bl; CL, Cl; &c. Soient encore auſſi lK, LG, LD, &c. des perpendiculaires aux droites AL, Bl, Cl, &c. ou des arcs de cercles décrits des centres A, B, C, &c. Soit préſentement DX, &c. perpendiculaire au petit côté Ll de la Courbe.

Cela fait, les triangles ſemblables LDl, DXl, donneront $Ll . DL :: Dl . XD :: C . \frac{C \times DL}{Ll}$ effort de la force C ſur le corps L ſuivant XD perpendiculaire (*hyp.*) à Ll. On trouvera de même $\frac{A \times lK}{Ll}$, $\frac{B \times LG}{Ll}$, &c. pour ce que les

forces A, B, &c. font d'efforts perpendiculaires à Ll sur le même corps *décrivant*. Donc en retranchant encore ce que ce corps reçoit ainsi d'impression vers le dehors de ce qu'il en reçoit vers le dedans de la Courbe MLN, perpendiculairement à son petit côté Ll, l'on aura encore ici $\frac{A \times Kl}{Ll} + \frac{C \times LD}{Ll} - \frac{B \times LG}{Ll} \pm$ &c. ou $\frac{A \times Kl + C \times LD - B \times GL \pm \&c.}{Ll}$ pour tout ce que ces forces centrales A, B, C, &c. lui donnent ensemble d'effort perpendiculaire à Ll vers le dedans de cette Courbe dans l'instant qu'il en parcourt cet élément Ll, en vertu duquel effort il est encore attiré de la tangente LQ sur cette même Courbe de la valeur de Fl pendant cet instant, laquelle Fl se trouvera ici double de ce qu'elle étoit dans les art. 54. & 55. comme l'on a trouvé Yl double de Pl dans l'art. 17. Fig. 5.

Si l'on regarde présentement cette force centrale résultante du concours de toutes les autres A, B, C, &c. vers le dedans de la Courbe MLN, comme une force simple suivant Fl perpendiculaire au petit côté Ll de cette Courbe considérée sous la forme de polygone infiniti-latere réctiligne, ainsi qu'on fait ici; & qu'aprés avoir encore ici supposé LQ double de HL, on multiplie cette force par lF, & la pesanteur (p) du corps L par LQ: la raison qui a donné $LY. LG$ ou $Yl :: p \times LT. f \times LY.$ dans l'article 18. Fig. 5. donnera de même ici $LF. Fl :: p \times LQ. \frac{A \times Kl + C \times DL - B \times GL \pm \&c.}{Ll} \times LF.$ D'où résultera $A \times Kl + C \times DL - B \times GL \pm$ &c. $= \frac{p \times LQ \times Fl \times Ll}{LF \times LF}$ (à cause de $LQ = 2HL$, & de $LF = Ll$) $= \frac{2p \times HL \times Fl}{Ll}$.

Mais la Courbe MLN considérée (ainsi qu'elle l'est ici) sous la forme de polygone infiniti-latere réctiligne, donne de plus $LR. Ll :: Ll. Fl = \frac{Ll \times Ll}{LR}$. en prenant encore ici LR pour un des rayons de sa Dévelopée. Donc en substituant cette valeur de Fl dans la formule ou équation précédente, l'on aura enfin $A \times Kl + C \times DL - B \times GL \pm$ &c. $= \frac{2p \times HL \times Ll}{LR}$ (en supposant encore $HL = h$,

$LR = r$, & $Ll = ds$) $= \frac{2phds}{r}$ pour la Regle cherchée de tant de forces centrales qu'on voudra faire conspirer à la description d'une même Courbe quelconque considérée comme polygone infiniti-latere réctiligne, laquelle Regle on voit être la même que celle qui a été trouvée dans l'art. 55. en considérant cette Courbe comme faite d'élémens courbes eux-mêmes. *Ce qu'il falloit encore trouver.*

Regle du raport ou des raports que doivent avoir entr'elles les forces centrales à plusieurs centres ou foyers.

LVIII. Puisque les art. 55. & 57. donnent $A \times Kl + C \times DL - B \times GL \pm$ &c. $= \frac{2phds}{r}$, soit qu'on considére la Courbe MLN sous la forme de polygone, ou non; que $2p$ est une grandeur constante, & que les hauteurs (h) d'où le corps *décrivant* devroit tomber pour aquerir les vitesses qu'il a aux différens points de la Courbe qu'il décrit, sont comme les quarrés de ces vitesses, c'est à dire (en prenant v pour le nom de chacune de ces vitesses, & dt pour celui de chacun des instans que le corps *décrivant* emploïe à parcourir chacun des élémens ds de la Courbe qu'il parcourt) $h = vv = \frac{ds^2}{dt^2}$; l'on aura $A \times Kl + C \times DL - B \times GL \pm$ &c. $= \frac{ds^3}{rdt^2}$ pour l'expression de la raison que chacune des forces centrales A, B, C, &c. dont il s'agit ici, doit suivre pendant sa variation par les différens points de la Courbe MLN qu'elles font décrire au corps L par leur concours d'action sur ce même corps, quel que soit le raport (*hyp.*) donné de chacune de ces forces à chacune des autres: Et cette expression est précisément la même que celle que j'ai trouvée pour le même sujet dans les Mémoires de 1703. pag. 214. art. 2. Le signe d'égalité ne signifiant ici, non-plus que là, que des égalités de raports, & non de grandeurs, puisqu'elles n'y sont pas homogenes comme dans les articles précédens.

REMARQUE IV.

Touchant les Forces centrales de différens corps sur une même ou différentes Courbes, ou d'un même corps sur des Courbes différentes.

Regle de comparaison des forces centrales de différens corps sur une même ou sur différentes Courbes, ou d'un même corps sur des Courbes différentes.

LIX. Jusqu'ici nous n'avons considéré les Forces centrales que d'un même corps quelconque sur une seule & même Courbe aussi quelconque; voici présentement pour de pareilles forces de différens corps sur une même ou sur différentes Courbes, ou d'un même corps sur des Courbes différentes : Voici, dis-je, quelles doivent être aussi les Regles de comparaison de ces derniéres forces entr'elles, & avec les pesanteurs constantes de ces corps. Pour cela soient,

Les Forces centrales	f,	F,	φ.
de trois corps dont les Masses soient . .	m,	m,	μ.
Leurs Pesanteurs	p,	π,	π.
Elémens des Courbes qu'ils décrivent	ds,	$d\sigma$,	$d\sigma$.
Vitesses avec lesquelles ils parcourent ces élémens	u,	v,	v.
Hauteurs déterminatrices de ces vitesses	h,	λ,	λ.
Rayons osculateurs de ces Courbes terminés aux élémens précédens	r,	ρ,	ρ.
Elémens des abscisses de ces mêmes Courbes, tels que LD par tout ci-dessus.	dx,	dz,	dz.

Cela posé les articles 9, 14, 18, 47, & 56. donneront $f = \frac{2phds}{rdx}$, & $F = \frac{2\pi\lambda d\sigma}{\rho dz}$.

Ainsi l'on aura déja $f . F :: \frac{phds}{rdx} . \frac{\pi\lambda d\sigma}{\rho dz}$.

L'on aura aussi de plus $F . \varphi :: m . \mu$.

Donc on aura aussi $f . \varphi :: \frac{mphds}{rdx} . \frac{\mu\pi\lambda d\sigma}{\rho dz}$.

pour la Regle générale de comparaison cherchée, laquelle est aisée à détailler, quelque différens que les raports des masses des corps entr'elles, & de leurs pesanteurs

entr'elles, puiſſent être ſuppoſés lorſque ces corps ſont différens, &c. *Ce qu'il falloit encore trouver.*

Toutes ces Regles ainſi établies, il ne reſte plus (ce me ſemble) qu'à expliquer le Paradoxe marqué à la fin de l'art. 44. *En voici l'éclaircissement.*

ECLAIRCISSEMENT

Sur le Paradoxe marqué à la fin de l'art. 44.

LX. Ce Paradoxe a raport à une difficulté qui me fut faite au mois de Février ou de Mars de 1701. par M. L. C. D. L. fort habile en ces matieres. Il trouvoit étrange que les forces centrales qu'on vient de voir par tout ci-deſſus (à quelques cas prés marqués dans l'article 22.) être finies, ou de même genre que la peſanteur des corps où elles ſe trouvent, ne leur fiſſent cependant parcourir que des eſpaces infiniment petits du ſecond genre, tels que Pl, Kh, Tu, Fe, dans les Fig. 1, 2, 3, 4. ci-deſſus art. 10. pendant chaque inſtant qui eſt un tems infiniment petit du premier genre. Cette force finie, diſoit-il, doit faire parcourir un eſpace fini à un corps fini dans un tems fini. Par conſéquent elle doit auſſi lui faire parcourir un eſpace infiniment petit du premier genre dans un tems infiniment petit du premier genre, c'eſt à dire, dans un inſtant. Par éxemple, ajoûta-t-il, ſi x eſt l'eſpace fini que cette force fait parcourir à ce corps dans le tems fini t, elle devroit auſſi lui faire parcourir dx dans l'inſtant dt; cependant elle ne lui fait parcourir que ddx pendant cet inſtant : comment concilier cela ?

Quelque force centrale finie que ce ſoit, non plus que la peſanteur d'un corps fini quelconque, ne peut par elle-même, c'eſt à dire elle ſeule, lui faire parcourir qu'un eſpace infiniment petit du ſecond genre pendant chaque inſtant, par éxemple, pendant le premier inſtant qu'elle agit ſur lui.

Je lui répondis qu'il en étoit de même de la peſanteur au premier inſtant de chaque chute; & que cela venoit de ce que ſi l'on ſuppoſe l'une & l'autre de ces deux forces comme la même dans tout le tems t dés ſon premier inſtant dt, c'eſt à dire, comme conſtante & toûjours agiſſante ſur ce corps ainſi qu'on le penſe d'ordinaire de la peſanteur; les eſpaces que chacune d'elles lui doit faire parcourir pendant ces tems, doivent être comme les quarrés de ces mêmes tems à commencer dés l'origine de l'un & de l'au-

tre de ces espaces, c'est à dire : : $tt. dt^2$. Mais dt^2 est de même genre que $tddt$; puisque tous les ddt sont entr'eux de même genre, & que celui d'entr'eux qui est troisiéme proportionel à t & à dt, donne $tddt = dt^2$. Donc le genre de l'espace x que cette force fait parcourir (*hyp.*) pendant le tems t au corps sur lequel elle agit, doit être au genre de ce qu'elle lui en doit faire parcourir pendant le premier instant dt de son action sur ce corps, comme le genre de tt est au genre de $tddt$, c'est à dire, comme le genre de t est au genre de ddt, ou comme le fini à l'infiniment petit du second genre. Donc x étant (*hyp.*) l'espace fini parcouru dans le tems fini t en vertu de cette force centrale supposée finie & la même pendant tout ce tems t que dans l'instant dt, ou de la pesanteur supposée pareillement finie & constante; ddx doit être ce qu'elle en fait parcourir au même corps fini pendant l'instant dt. Mais quand ces forces de l'instant dt variroient de quelque maniére que ce fût dans le reste du tems t, cette variation ne changeant rien à leurs valeurs constantes de l'instant dt, il est visible qu'elles devroient encore faire faire à ce corps chacune le même espace pendant l'instant dt, que si elles demeuroient constantes pendant tout le tems t. Donc quelques variables que les forces centrales soient, & quand la pesanteur des corps le seroit aussi, chacune de ces forces ne feroit encore parcourir que ddx pendant le premier instant dt de leur action, c'est à dire, un espace infiniment petit du second genre à un corps fini dans un tems infiniment petit du premier genre. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Autre démonstration du précédent art. 59.

LXI. La même chose se peut démontrer encore sans calcul. Car puisque la force totale résultante de l'assemblage de tout ce que la pesanteur du corps qui tombe, lui en imprime de nouvelle à chaque instant de sa chute dans un tems fini, ne lui fait parcourir qu'un espace fini dans ce tems fini, cette même force totale ne lui doit faire parcourir qu'une infinitiéme ou différentielle du premier genre de cet espace dans une infinitiéme de ce tems, c'est

à dire, dans un instant. Donc la pesanteur de ce corps n'étant d'elle-même qu'une infinitiéme de cette force totale faite d'une infinité d'accroissemens instantanés égaux chacun à cette pesanteur, ne doit plus lui faire parcourir par elle seule à chaque instant qu'une infinitiéme de cette premiére differentielle d'espace fini, c'est à dire, seulement une différentio-differentielle ou une seconde différentielle de cet espace. Par consequent aussi la force centrale d'un corps à chaque instant pouvant être regardée comme une espece de pesanteur ou de force constante de même genre que la pesanteur de ce corps, elle ne doit non-plus lui faire parcourir qu'une différentielle d'espace du second genre pendant cet instant. *Ce qu'il falloit encore démontrer.*

Puisque (art. 60. & 61.) *la pesanteur d'un corps fini, prise comme une force constante à la maniére de* Galilée, *ne peut lui faire parcourir qu'une différentielle (d'espace) du second genre, pendant que sa force de rotation lui en fait parcourir une du premier; il suit necessairement que sa pesanteur est infiniment petite par raport à sa force de rotation, quoiqu'on regarde aussi d'ordinaire cette force de rotation comme une force finie; mais ce sont deux genres differens de forces finies, comme les lignes, les surfaces, & le corps, sont trois différens genres de grandeurs finies : De même, dis-je, que les corps, les surfaces, & les lignes, sont également appellées des grandeurs finies, quoique les lignes soient infiniment petites par raport aux surfaces, & les surfaces par raport aux corps; De même aussi les forces de rotation, les pesanteurs, & les forces centrales trouvées ci-dessus de même genre que les pesanteurs, sont également regardées comme des forces finies, quoique les deux derniéres soient infiniment petites par raport à la premiére : De sorte que lorsqu'on a dit ci-dessus* (art. 22.) *qu'il y a des cas où les forces centrales se trouvent infinies, on a seulement voulu dire qu'elles se trouvent alors infinies par raport aux pesanteurs, & de même genre que les forces de rotation. C'est ainsi que cela se doit entendre dans tout cet Ecrit.*

LXII. Des articles 60. & 61. suit nécessairement la *Solution de la premiére partie*

du paradoxe marqué à la fin de l'art. 44. Solution du Paradoxe de l'art. 44. duquel il est ici question. En effet, puisque suivant ces deux derniers art. 60. & 61. une force centrale finie ou de même genre que la pesanteur du corps fini où elle se trouve, ne peut faire parcourir à ce corps qu'un espace infiniment petit du second genre dans un instant, il est manifeste que pour lui en faire parcourir un du premier genre dans ce même instant, cette force devroit être infinie par raport à cette pesanteur; puisque cet espace seroit infini par raport à l'autre, & que les effets sont toûjours proportionels aux causes. Or c'est justement ce que font les forces centrales

Fig. XV. du corps *L* aux points *T* où les touchantes tirées du centre *C* de ces forces, rencontrent le cercle *MLN* que ce corps est supposé décrire avec telle variété ou variation de vitesse qu'on voudra: ces forces (dis-je) font parcourir chacune au corps *L* en *T*, un espace infiniment petit du premier genre dans un seul instant.

Pour le voir soit la secante *CL* infiniment proche de la tangente *CT*, avec deux autres touchantes *LP*, $\lambda\pi$, aux points *L*, λ, où cette secante rencontre le cercle, lesquelles touchantes rencontrent la premiére *CT* en *P*, π.

Cela fait, il est visible que dans l'instant que le corps *L*, venant de *N* en *T*, parcourt l'élément circulaire *LT*, il parcourroit la tangente *LP* s'il n'en étoit point empêché par la force centrale qui dans cet instant le tire vers *C* de la valeur de *PT*; & qu'ainsi *PT* est ce que cette force lui fait faire alors d'espace pendant cet instant. Or il est visible aussi que *PT*, ici égale à *LP*, est de même genre que *LP* & *LT*. Donc la force centripete de ce corps vers *C*, lui feroit parcourir alors un infiniment petit du premier genre. Par conséquent suivant le commencement de cet article-ci, cette force doit aussi être pour lors infinie par raport à la pesanteur de ce corps.

On trouvera de même que ce corps allant de *M* en *T*, sa force centrifuge suivant *CL*, doit le repousser de la valeur de πT dans l'instant qu'au lieu de parcourir la tangente $\lambda\pi$, comme il feroit sans cette force, cette même force

force l'oblige de ſuivre λT; & qu'ainſi πT étant encore un infiniment petit du premier genre, cette force centrale doit encore être infinie par raport à la peſanteur de ce corps.

Donc de quelque côté N ou M, que le corps L vienne au point d'attouchement T, ſes forces centrales ſuivant la touchante CT, doivent toûjours être infinies par raport à ſa peſanteur. Et ainſi des Forces centrales tendantes ſuivant les touchantes de toute autre Courbe, conformément à l'article 22. & à la premiére partie du Paradoxe marqué à la fin de l'art. 44.

LXIII. L'autre partie de ce Paradoxe eſt que quelque changement qu'il arrive en chaque point d'attouchement T, aux forces centrales (f) du corps L, en devenant centrifuges ou centripetes, de centripetes ou de centrifuges qu'elles étoient juſqu'à ce point; ce corps ne ſçauroit continuer ſa route ſuivant NTM ou MTN, c'eſt à dire, décrire ſeulement le demi-cercle NTM, tant que le centre C de ces forces (f) ſera hors ce demi-cercle du côté de ſa convéxité. *Solution de la ſeconde partie du même paradoxe.*

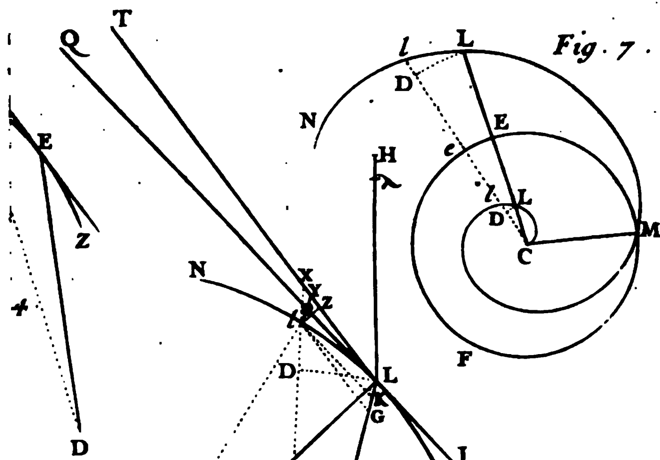
Pour le voir il faut conſidérer que puiſque le corps L venant de N en T, n'arrive en ce point d'attouchement T, qu'en ſuivant LT, & ſeulement en vertu du concours d'action de ſon effort ſuivant LP, & de ſa force ſuivant PT; ce corps abandonné à lui-même, au lieu d'aller vers M ſuivant Tλ, continuëroit ſa route ſuivant la droite LT prolongée vers ε: de ſorte que quelque changement qu'il arrive alors à ſa force centrale (f) tendante ſuivant CT, elle ne portera jamais ce mobile ſur l'arc TM; mais ſur l'arc TX, ſi elle devient centrifuge; ou ſur l'arc TV d'une Courbe qui embraſſera ou paſſera par ce point C, ſi cette force continuë d'être centripete. FIG. XVI.

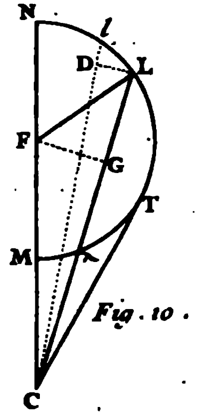
Par éxemple, en ſuppoſant $T\varepsilon = LT$, & en faiſant par ε la droite βδ parallele à CT; il eſt manifeſte que le corps L parcourroit Tε dans un inſtant égal à celui qu'il a employé à parcourir LT, ſi toute ſa force centrale ceſſoit en T; & que ſi cette force continuë d'être centripete, de

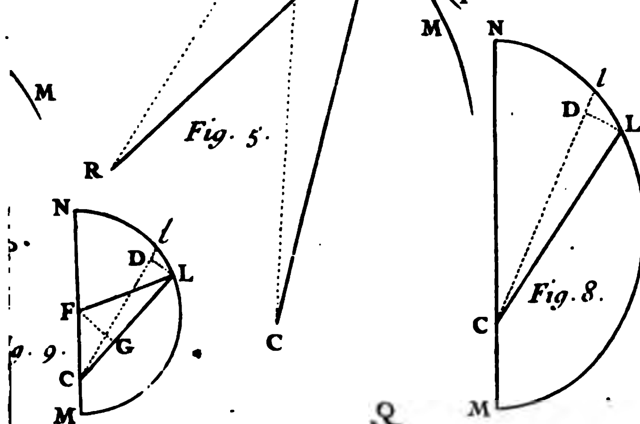
quelque valeur de $\iota\beta$ qu'elle attire ce corps vers *C*, il pourſuiura ſa route ſuivant *Tβ* élément d'une Courbe *TβV* compriſe entre *Tι* & la tangente *CT*, puiſque *βι* & *CT* ſont ſuppoſées paralleles entr'elles. Au contraire, ſi cette force centrale du mobile *L* ſe change en centrifuge en *T*, de quelque valeur de $\iota\delta$ qu'elle repouſſe ce corps parallelement à *CT*, il poûrſuivra ſa route ſuivant *Tδ* élément d'une Courbe *TδX* encore plus écartée de *CT*, cette Courbe ſe trouvant au-delà de *Tι*.

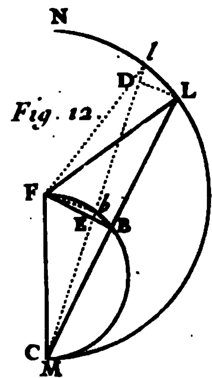
De même ſi l'on conſidére que le mobile venant de *M* en *T*, n'arrive en ce point d'attouchement *T*, qu'en ſuivant *λT*, on verra que ce corps abandonné à lui-même ſuivroit la droite *λT* prolongée vers *E*, & que quelque changement qu'il arrive là à ſa force centrale, elle ne le portera jamais ſur l'arc *TN*; mais ſur l'arc *TZ* ſi elle devient centripete, où ſur l'arc *TY* ſi elle continuë d'être centrifuge, en le tirant de la valeur de *ED* dans le premier cas, ou en le repouſſant de la valeur de *EB* dans le ſecond, le tout ſuivant *BD* auſſi parallele & infiniment proche de *CT*. De ſorte que l'arc *BY* que ce corps décrira dans ce ſecond cas, ſe trouvera entre l'arc *TN* & la droite *TE*; & l'arc *TZ* du premier cas, ſera encore plûs écarté de *TN*, cet arc *TZ* ſe trouvant en deça de *TE*.

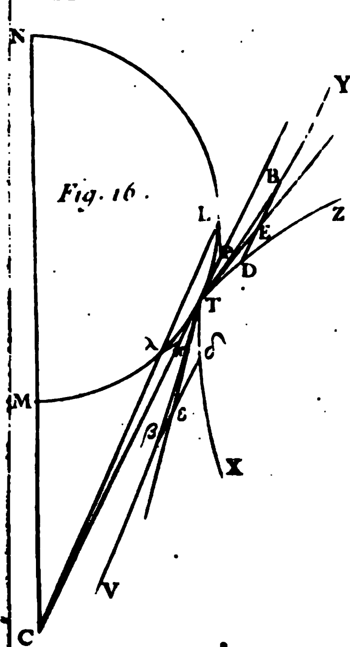
Donc quelles que ſoient les forces centrales du mobile *L*, elles ne pourront jamais lui faire parcourir le demi-cercle *NTM* entier, tant qu'elles auront pour centre un point *C* pris hors ce demi-cercle du côté de ſa convéxité, ſoit que ce corps vienne de *N* ou de *M* vers *T*, ainſi que le porte la ſeconde partie qui reſtoit à réſoudre du Paradoxe marqué à la fin de l'art. 44. Au contraire il ſuit de ce qui vient d'être démontré, qu'en ce point d'attouchement *T* ce corps, au lieu de ſuivre *TM* en venant de *N* vers *T*, continuëra ſa route ſuivant *TV* ou *TX*, ſelon que ſa force centrale en *T* continuëra d'être centripete, ou qu'elle y deviendra centrifuge. De même en allant de *M* vers *T*, au lieu de ſuivre l'arc *TN*, ce corps continuëra ſa route par une autre Courbe *TY* ou *TZ*, ſelon que ſa force

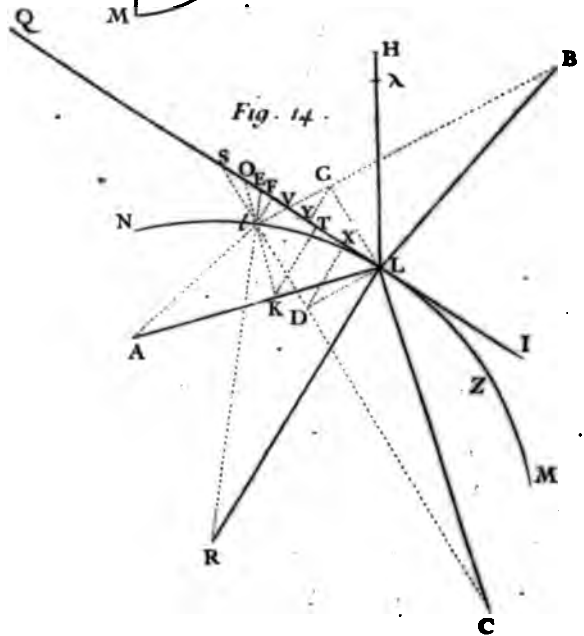

Fig. 7.
Fig. 5.


Fig. 10.


Fig. 8.


Fig. 12.


Fig. 16.


Fig. 14.

centrale en *T* continuëra d'être centrifuge, ou qu'elle y deviendra centripete. On voit aussi que ces Courbes *TV*, *TX*, *TY*, *TZ*, se diversifiront selon les différens raports des Forces centrales du corps qui les décrira. Ce que l'on voit ici du demi-cercle *NTM*, se démontrera de même de toute autre Courbe en pareilles circonstances. *Et c'est tout ce qui restoit ici à faire voir.*

SOLUTION

Du Problême proposé par M. Jacques Bernoulli dans les Actes de Leipsik du mois de May de l'année 1697. trouvée en deux maniéres par M. Jean Bernoulli son Frere, & communiquée à M. Leibnitz au mois de Juin 1698.

Cette Solution étoit Latine dans un paquet cacheté, présenté à l'Academie le 1. Fev. 1701. Il n'y fut ouvert que le 17. Avril 1706. & elle n'y fut luë que le 12. May suivant: cela pour les raisons qui se voient dans l'Histoire.

SUR LES ISOPERIMETRES.

PROBLÊME I.

FIGURE I.

De toutes les Courbes isopérimetres décrites sur un même axe déterminé BN, *trouver la Courbe* BFN *telle que ses appliquées* FP *élevées à une puissance donnée, ou généralement telle que les fonctions quelconques de ces appliquées, exprimées par d'autres appliquées* PZ, *ferment ou remplissent un espace* BZN *qui soit le plus grand de tous ceux qui peuvent être formés de la même maniére : ou bien (ce qui revient au même) une Courbe* BH, *qui ait pour axe* BG *perpendiculaire à* BN, *étant donnée, déterminer la Courbe* BFN *dont les appliquées* FP *prolongées jusqu'en* Z *ensorte que* PZ *soit égale à* GH, *fassent un espace* BZN *qui soit le plus grand de tous ceux qui peuvent être formés de la même maniére & compris par d'autres Courbes quelconques décrites sur* BN *& de même longueur que* BFN.

SOLUTION.

FIG. II.

Que $BF\varphi$ soit une partie de la Courbe cherchée, & que $BZ\zeta$ soit partie de l'autre Courbe engendrée par celle-ci

ſuivant les appliquées de la Courbe donnée BH. Je regarde $FO\varphi$ élément de la Courbe $BF\varphi$, comme composé de deux petites lignes droites FO, $O\varphi$; & de même l'élément $ZL\zeta$ de la Courbe $BZ\zeta$, comme composé de deux petites lignes droites ZL & $L\zeta$. Maintenant parceque toute Courbe qui doit donner un *maximum*, conſerve auſſi dans toutes ſes parties les loix de ce même *maximum*, il ſuit que ſi des points F & φ on mene deux autres petites lignes droites $F\omega$, $\omega\varphi$, leſquelles priſes enſemble ſoient égales à $FO+O\varphi$, & que de ces lignes on en forme par la même loi $Z\lambda$, $\lambda\zeta$, de même que de FO, $O\varphi$, on a formé ZL, $L\zeta$; il ſuit, dis-je, que l'eſpace $ZP\pi\zeta\lambda Z$ doit être plus grand que tout autre $ZP\pi\zeta\lambda Z$. Afin donc de trouver la poſition requiſe des petites lignes FO, $O\varphi$, qui doivent donner ce *maximum*, & delà de trouver la nature de la Courbe $BF\varphi$; je conçois que des foyers F, φ, & de la longueur du fil $FO\varphi$, on ait décrit une petite Ellipſe, ſur la circonférence de laquelle les deux points O, ω, ſoient infiniment proches l'un de l'autre, c'eſt à dire, dont la diſtance $O\omega$ ſoit infiniment plus petite que la diſtance des foyers F, φ, quoique la droite $F\varphi$ ſoit déja infiniment petite par elle-même, étant la ſoûtendante de l'élément $FO\omega\varphi$ de la Courbe $BF\varphi$. Donc par la nature du *maxim.* les deux eſpaces $ZP\pi\zeta LZ$ & $ZP\pi\zeta\lambda Z$ ſeront égaux entr'eux; & en ayant ôté ce qu'ils ont de commun, il reſtera le triangle ZLY égal au triangle $\zeta\lambda Y$; ou bien menant les paralleles LO, $\lambda\omega$ (en négligeant les parties infiniment plus petites LYM & $Y\lambda\mu$) le triangle ZLM ſera égal au triangle $\zeta\lambda\mu$, c'eſt à dire qu'ayant mené ZC & ζD paralleles à l'axe $B\pi$, comme auſſi FI & φK, l'on aura $ZC \times LM = \zeta D \times \lambda\mu$. Mais parceque LM eſt la différence des lignes LR, MR, de même que $\lambda\mu$ l'eſt des lignes $\lambda\rho$, $\mu\rho$; & que LR, MR, & $\lambda\rho$, $\mu\rho$, ſont les fonctions des lignes reſpectives RO, RT, & $\rho\omega$, $\rho\theta$; il eſt clair que LM repréſentera la différence des fonctions qui ſont entre RO, RT; & que $\lambda\mu$ repréſentera de même la différence des fonctions qui ſont entre $\rho\omega$, $\rho\theta$. Il faut bien remarquer que la différence des

fonctions de deux lignes comme RO, RT, qui se surpassent d'une quantité TO infiniment petite du second genre; se trouve en différentiant simplement la fonction de RO, & en multipliant par TO ce qui en vient, ayant omis les differentielles : Par exemple, si RL fonction de RO, étoit seulement la puissance n de la même RO, en quoi consiste le cas de mon Frere, c'est à dire que si la Courbe BH étoit une Parabole du degré n, alors LM ou $\overline{RO}^n - \overline{RT}^n$ seroit $= n\overline{RO}^{n-1} \times TO$; De même si la Courbe BH étoit un cercle dont le rayon fût $= a$, alors LM ou $\sqrt{2a \times RO - \overline{RO}^2} - \sqrt{2a \times RT - \overline{RT}^2}$ seroit $= \frac{a - RO}{\sqrt{2a \times RO - \overline{RO}^2}} \times TO$; & ainsi des autres. Il faut aussi remarquer qu'en général on exprimera les différences des fonctions de RO, RT, par $\Delta RO \times TO$, en prenant Δ pour le signe ou la caractéristique des différences des fonctions où l'on omet les différences des grandeurs dont elles sont fonctions. Donc ayant déja $Z\zeta \times LM = \zeta D \times \lambda\mu$, l'on aura aussi $FI \times \Delta RO \times TO = \varphi K \times \Delta\rho\omega \times \theta\omega$.

Maintenant des centres F & φ soient décrits les petits arcs OX, $\omega\xi$, lesquels par la nature de l'Ellipse sont égaux entr'eux. Donc TO est à $\theta\omega$, comme la secante de l'angle XOT ou IFO est à la secante de l'angle $\xi\omega\theta$ ou $K\varphi\omega$. Mais on a aussi $FI . \varphi K :: FO \times \text{sin.}\ FOI . \varphi\omega \times \text{sin.}\ \varphi\omega K$. Donc si à la place de FI, φK, & de TO, $\theta\omega$, on substituë les grandeurs qu'on leur voit ici proportionelles, on aura $FO \times \text{sin.}\ FOI \times \Delta RO \times \text{sec.}\ IFO = \varphi\omega \times \text{sin.}\ \varphi\omega K \times \Delta\rho\omega \times \text{sec.}\ K\varphi\omega$. Or par les loix des sinus, tangentes, & secantes, le réctangle fait du sinus de l'angle FOI par la secante de l'angle IFO, est égal au quarré du sinus total, lequel par les mêmes loix est égal au réctangle fait du sinus de $\varphi\omega K$ par la secante de $K\varphi\omega$. Donc $FO \times \Delta RO = \varphi\omega \times \Delta\rho\omega$; ou si pour RO l'on prend son équivalente PF qui lui est jointe par la petite ligne droite FO, & que pour $\rho\omega$ on prenne de même son équivalente $\pi\varphi$, l'on aura $FO \times \Delta PF = \varphi\omega \times \Delta\pi\varphi$; & par conséquent $\Delta PF . \Delta\pi\varphi :: \varphi\omega\ (\varphi O) . FO :: \text{sin.}\ OF\varphi . \text{sin.}\ O\varphi F$. Et, permutando, $\Delta PF . \text{sin.}\ OF\varphi :: \Delta\pi\varphi . \text{sin}\ O\varphi F$. Et par-

ceque $F\varphi$ eſt la ſoûtendante d'un arc infiniment petit $FO\varphi$ de la Courbe $BFO\varphi$; & qu'ainſi on peut regarder chacun des angles $OF\varphi$ & $O\varphi F$ comme la moitié de l'angle de la courbure en F & en φ; il ſuit que ΔPF eſt au ſinus de la courbure en F, comme $\Delta\pi\varphi$ eſt au ſinus de la courbure en φ, c'eſt à dire en raiſon conſtante. Ainſi ce Problême étant ainſi réduit à la pure Analyſe, on peut l'énoncer en cette ſorte.

Trouver la Courbe BFφ *dont la nature ſoit telle que le ſinus de ſa courbure dans un de ſes points quelconques* F, *ſoit à la fonction différentiée de ſon appliquée reſpective* PF (*ayant négligé la différence de cette appliquée*) *en raiſon conſtante.*

FIG. III. Voici la maniére dont on peut réſoudre ce Problême. Soit BF la Courbe cherchée, dont l'élément (que l'on prend pour conſtant) ſoit $Fl = dt$, $BP = y$, $PF = x$, $Pp = dy$, $Cl = dx$; ſoit regardée Fm comme la tangente en $F = Fl$, & par conſéquent lFm comme l'angle de la courbure, dont le ſinus eſt lm. Soit enfin le triangle réctangle mnl, dont les côtés mn, nl, ſoient paralleles aux côtés lC, CF, du triangle FCl; l'on aura $mn = ddx$, & $nl = ddy$. De plus à cauſe de ces triangles ſemblables CFl, mnl, on aura auſſi $Cl\,(dx).\ Fl\,(dt) :: nl\,(ddy).\ ml = \frac{dtddy}{dx}$. Mais par la nature de la Courbe, ml eſt à ΔPF en raiſon conſtante. Donc en faiſant $\frac{dtddy}{dx}.\ \Delta x :: dt.\ a.$ l'on aura cette équation $addy = \Delta x \times dx$. Mais comme $\Delta x \times dx$ eſt la fonction elle-même différentiée, ſi l'on intégre, l'on aura la fonction elle-même ou GH. Soit donc cette ligne $GH = X$, ayant auſſi pris l'intégrale de l'égalité qu'on vient de trouver, on aura $ady = X \pm c$; ou bien ayant multiplié les parties homogenes par la conſtante dt, on aura $ady = Xdt \pm cdt$ (il faut bien remarquer que j'entends par c une quantité conſtante & arbitraire, dont il eſt permis d'augmenter ou de diminuer l'intégrale d'une différentielle quelconque); & en quarrant de part & d'autre l'on aura auſſi $aady^2 = dt^2 \times \overline{X \pm c}^2 = \overline{dx^2 + dy^2} \times \overline{X \pm c}^2$, d'où l'on tire enfin

$dy = \frac{dx \times \overline{X \pm c}}{\sqrt{aa - \overline{X \pm c}^2}}$, qui sera l'équation générale de la Courbe cherchée, laquelle deviendra fort simple (il suffit d'en trouver une qui satisfasse) en supposant $c = o$ dans cette équation : car il en résultera $dy = \frac{X dx}{\sqrt{aa - XX}}$, dont l'intégrale sera $y = \int \frac{X dx}{\sqrt{aa - XX}}$, suivant laquelle si l'on construit une Courbe, je dis qu'elle sera celle qu'on demande.

Corol. Ayant supposé $c = o$, & conséquemment $a dy = X dt$, l'on aura $dy . X :: dt . a$. Mais en supposant dt constante, dy est le sinus de l'angle BFP. Donc le sinus de l'angle $BFP . X (GH) :: dt . a$. c'est à dire, en raison constante. Mais si BF est la Courbe *Brachystochrone*, & BH la Courbe dont les ordonnées GH expriment les vitesses aux points F, j'ay fait voir * dans le tems, que le sinus de l'angle BFP est à GH en raison constante. D'où l'on voit que la Courbe BF a en même tems ces deux proprietés ; puisqu'elle est telle que $\int X dx$ est un *maximum*, & en même tems $\frac{\int dt}{X}$ un *minimum*. Mais cette Courbe n'a pas cette proprieté lorsque c n'est pas $= o$.

* Voyez les Actes de Leipsik de 1697. pag. 208. &c.

PROBLEME II.

Les mêmes choses étant posées, si l'on suppose maintenant que PZ *soit comme la fonction donnée de l'arc* BF, *on demande la nature de la Courbe* BFN. FIG. I.

SOLUTION.

Si l'on suit la même methode que ci-dessus, on résoudra facilement ce Problême. Car le triangle ZLY sera toûjours égal au triangle $\zeta\lambda Y$ par la nature du *maximum*, ou $ZO \times LM = \zeta D \times \lambda\mu$. Mais LM ($LR - MR$) est la différence des fonctions des deux arcs BFO, BFT ; & $\lambda\mu$ ($\lambda\rho - \mu\rho$) la différence des fonctions des deux arcs $BF\omega$, $BF\theta$; & l'on trouvera la différence de ces fonctions de la même maniére que ci-dessus, en multipliant simplement la fonction différentiée (ayant négligé la différentielle de l'arc dont FIG. II.

elle est fonction) par la différence des deux arcs BFO, BFT, c'est à dire, par TX. Donc à la place de $ZC \times LM = \zeta D \times \lambda\mu$, il faut écrire $FI \times \Delta BFO \times TX = \varphi K \times \Delta BF\omega \times \theta\xi$. Maintenant par la proprieté de l'Ellipsée supposée décrite des foyers F, φ, par le moyen d'un fil $= FO + O\varphi = F\omega + \omega\varphi$, les petites lignes OX & $\omega\xi$ sont égales entr'elles. Donc $TX. \theta\xi ::$ tang. IFO. tang. $K\varphi\omega$. De plus on a encore $FI. \varphi K :: FO \times$ sin. FOI. $\varphi\omega \times$ sin. $\varphi\omega K$. Donc si à la place de FI, φK, & de TX, $\theta\xi$, on prend ces grandeurs qu'on voit leur être proportionelles, on aura $FO \times$ sin. $FOI \times$ tang. $IFO \times \Delta BFO = \varphi\omega \times$ sin. $\varphi\omega K \times$ tang. $K\varphi\omega \times \Delta BF\omega$. Mais par la proprieté des sinus, tangentes, & secantes, le sinus de $FOI \times$ tang. $IFO =$ sin. total $\times$ sin. IFO; de même le sinus de $\varphi\omega K \times$ tang. $K\varphi\omega =$ sin. total $\times$ sin. $K\varphi\omega$. On aura donc $FO \times$ sin. $IFO \times \Delta BFO = \varphi\omega \times$ sin. $K\varphi\omega \times \Delta BF\omega$; ou bien si à la place de BFO on prend son équivalente BF; & à la place de $BF\omega$, son équivalente $BF\varphi$; l'on aura $FO \times$ sin. $IFO \times \Delta BF = \varphi\omega \times$ sin. $K\varphi\omega \times \Delta BF\varphi$. Donc sin. $IFO \times \Delta BF$. sin. $K\varphi\omega \times \Delta BF\varphi :: \varphi\varphi$ (φO). $FO ::$ sin. $OF\varphi$. sin. $O\varphi F$. Et, *permutando*, sin. $IFO \times \Delta BF$. sin. $OF\varphi ::$ sin. $K\varphi\omega \times \Delta BF\varphi$. sin. $O\varphi F$. en raison constante. De sorte que ce Problême ainsi réduit à la pure Analyse, se peut proposer de cette maniére.

Trouver une Courbe BFφ *de telle nature que le sinus de sa courbure dans un de ses points quelconque* F, *soit au sinus de* IFO $\times$ ΔBF *en raison constante.*

FIG. III. Pour résoudre ce Problême soit nommée, comme cidevant BP, y; PF, x; BF, t; Pp, dy; Cl, dx; Fl ou Fm, dt; & la fonction donnée de l'arc BF, v; l'on aura $ml = \frac{dtddy}{dx}$. Donc en faisant (selon la proprieté que l'on vient de trouver de la Courbe cherchée) $\frac{dtddy}{dx}$. $dx \times \Delta v$ $\left(\frac{dxdv}{dt}\right) :: dt. a$, l'on aura cette équation $\frac{adtddy}{dx^2} = dv$, ou $\frac{adtddy}{dt^2 - dy^2} = dv$, dont l'intégrale est $v = \int \frac{adtddy}{dt^2 - dy^2}$, ou (parceque a & dt sont supposées constantes) $v = \int \frac{ddy}{dt^2 - dy^2}$;

laquelle

laquelle équation exprime la nature de la Courbe qu'on demandé.

REMARQUE.

On trouvera avec la même facilité, si on le veut, la Courbe $BF\varphi$ en prenant PZ pour quelqu'autre fonction que ce soit, composée à volonté des fonctions non-seulement de l'arc BF, ou de l'appliquée PF, mais aussi de toutes les deux ensemble de telle maniére qu'on voudra. Car on en viendra toûjours à cette proprieté que le sinus de la courbure dans un point quelconque F, est à une certaine quantité en raison constante. Ainsi ce Problême étant réduit à la pure Analyse, on trouvera facilement l'équation qui exprime la nature de la Courbe cherchée. FIG. I.

On peut aussi résoudre de la même maniére le Problême des *Catenaires* & des *Brachystochrones*, dont les Solutions s'accordent facilement avec celles que j'ay données & que j'avois trouvées par différentes methodes; ce qui ne contribuë pas peu à faire voir l'excélence de celle-ci. Au reste comme cette methode est diréćte, je vais en ajoûter une indiréćte prise de la pression des liqueurs, laquelle donnera précisément la même solution; & cet accord merveilleux de ces deux methodes, tant diréćte qu'indiréćte, nous assûrera encore de leur certitude.

Soit un linge BFN étendu par une liqueur qui le presse par dessus, dont la pesanteur soit uniforme ou non. Il est clair que ce linge prendra une courbure telle qu'elle permettra à la liqueur de descendre le plus bas qu'il est possible : & cela arrivera lorsque les *gravitations* de toutes les parties de la liqueur jointes ensemble feront un *maximum*. Il faut bien remarquer que je ne dis pas que cela arrivera lorsque le centre de pesanteur de la liqueur sera le plus bas; car on ne peut considérer ici le centre de pesanteur, puisque la courbure BFN variant (quoiqu'elle soit isopérimetre) la quantité de liqueur contenuë dans cette courbure changera aussi : ainsi le centre de pesanteur n'y seroit pas le même. Que l'on imagine donc maintenant que l'espace BFN soit divisé en ses filamens par les appliquées FIG. I.

verticales *PF*, *pf*, &c. Et ſoit la Courbe *BL* dont les ordonnées *GL* expriment les gravitations de la liqueur ſuivant la hauteur *BG* ou *PF*, c'eſt à dire, dont les appliqués *GL* & *ED* expriment le raport de ce dont la particule *FC* de la liqueur ſuivant ſa profondeur *PF* peſe plus ou eſt plus preſſée par le poids du filament ou de la colonne *PFCp*, qu'une égale particule *MN* ſuivant la profondeur *PM* n'eſt preſſée par le poids de la colonne *PMnp*: comme donc *LG* exprime la gravitation de la paricule *FC*, & de toutes les autres qui ſont à la même profondeur, ou qui ſe trouvent dans la droite *GC* prolongée; de même comme *DE* marque la gravitation de la particule *Mn* & des autres qui ſe trouvent dans la droite *EM* prolongée; il eſt clair que toutes ces appliquées priſes enſemble, c'eſt à dire les eſpaces *BLG* & *BDE* marqueront toutes les gravitations (je ne dis pas les peſanteurs) priſes enſemble de toutes les particules qui ſe trouvent dans les colonnes *PFCp*, *PMnp*. Si donc on décrit une autre Courbe *BH*, dont les appliquées *GH* ſoient reſpectivement comme les eſpaces *BLG*, & ſi à *P* on applique $PZ = GH$, l'on aura une nouvelle Courbe *BZN* dont les appliquées *PZ* exprimeront la ſomme des gravitations des particules par raport à leurs colonnes reſpectives *PFCp*; & par conſéquent la ſomme des appliquées *PZ*, c'eſt à dire, tout l'eſpace *BZN* repréſentera les gravitations de toutes les parties de la liqueur contenuë dans le linge ou la voile *BFN*. Donc puiſque la voile prend une telle figure ou courbure que toutes les gravitations priſes enſemble (c'eſt à dire l'eſpace *BZN*) font un ***maximum***, il eſt clair que ſi l'on emploïoit une liqueur d'une peſanteur continuellement différente, avec cette loi ou condition que *LG*, *DE*, ou les gravitations des particules dans les profondeurs de *F*, *M*, fuſſent dans la raiſon des différentielles des appliquées *GH* (leſquelles dans le Problême de mon Frere marquent les fonctions des mêmes *PF*) il eſt clair, dis-je, qu'alors la courbure du linge ou de la voile ſeroit la même que la courbure que mon Frere m'a

propoſée de chercher ſeulement pour les puiſſances de *PF*. Mais je l'ay réſolu ci-deſſus ce Problême par la methode diréɛte pour une fonɛtion quelconque.

Afin donc que je montre l'accord de cette methode diréɛte avec l'indiréɛte, je vas chercher la nature de la Courbe ou courbure que prend un linge ou une voile chargée d'une liqueur dont la gravitation varie ſuivant le raport que j'ay marqué : que ſi je tombe dans la même équation trouvée ci-deſſus, qui eſt-ce qui oſera douter de l'infaillibilité de ces methodes ? Il ſe préſente ici d'abord un cas fort facile, qui eſt lorſque la peſanteur de la liqueur eſt uniforme, ce qui eſt ordinaire, c'eſt à dire lorſque les gravitations *LG*, *DE*, ſont entr'elles comme les profondeurs *BG*, *BE* ; ce qui rend la Courbe *BL* une ligne droite, & la Courbe *BH* une parabole ordinaire : alors *BFN* ſera la courbure ordinaire du linge, ou de la voile, laquelle courbure mon Frere a attribuée à ſon *Elaſtique*, & dont la nature s'exprime (comme je l'ay trouvé autrefois auſſi-bien que mon Frere) par cette équation $y = \int \frac{xxdx}{\sqrt{a^4 - x^4}}$.

Maintenant ſi dans l'équation générale $y = \int \frac{Xdx}{\sqrt{aa - XX}}$ trouvée ci-deſſus (*Sol. Probl.* 1.) par la methode direɛte, on met à la place de la fonɛtion générale *X*, le cas particulier *xx* que l'on ſuppoſe ici, l'on aura $y = \int \frac{xxdx}{\sqrt{aa - x^4}}$, ou (ayant ſupléé aux termes homogenes) $y = \int \frac{xxdx}{\sqrt{a^4 - x^4}}$; ce qui fait voir déja en ceci l'accord des méthodes.

Si l'on ſuppoſe préſentement pour loi générale de la gravitation de la liqueur que la Courbe *BDL* ſoit une Courbe quelconque, & qu'on veüille trouver la nature de la courbure de la voile *BFN*, on le peut faire par la methode dont je me ſuis ſervi autrefois pour trouver la courbure de la voile enflée par le vent, laquelle conſiſte en ceci que la diréɛtion de la preſſion de la liqueur, qui eſt par tout perpendiculaire à la Courbe, ſoit regardée comme compoſée de deux preſſions collatérales, l'une ho-

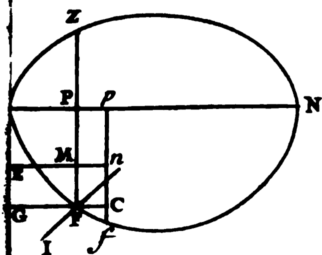
rizontale & l'autre verticale, & que par l'une & par l'autre prise séparément, on cherche quelle est la ténacité requise dans le point le plus bas; ou la force avec laquelle la voile dans le point le plus bas est étenduë suivant la tangente, *a* qui est la force absoluë étant constante dans quelque point de la courbure que la voile soit suspenduë, ou (si on l'aime mieux) qu'elle soit attachée à un clou. Ainsi formant une équation de ce qui viendra, avec une quantité constante prise à volonté, de la maniére que je l'avois fait autrefois pour les funiculaires ou catenaires, on trouvera la même équation que j'ay trouvée ci-dessus par la methode diréćte. Cette maniére d'operer, quoique legitime, est néanmoins plus longue & n'est pas si naturelle que cette autre que j'ày découverte depuis peu de tems, & que je vas rapporter ici.

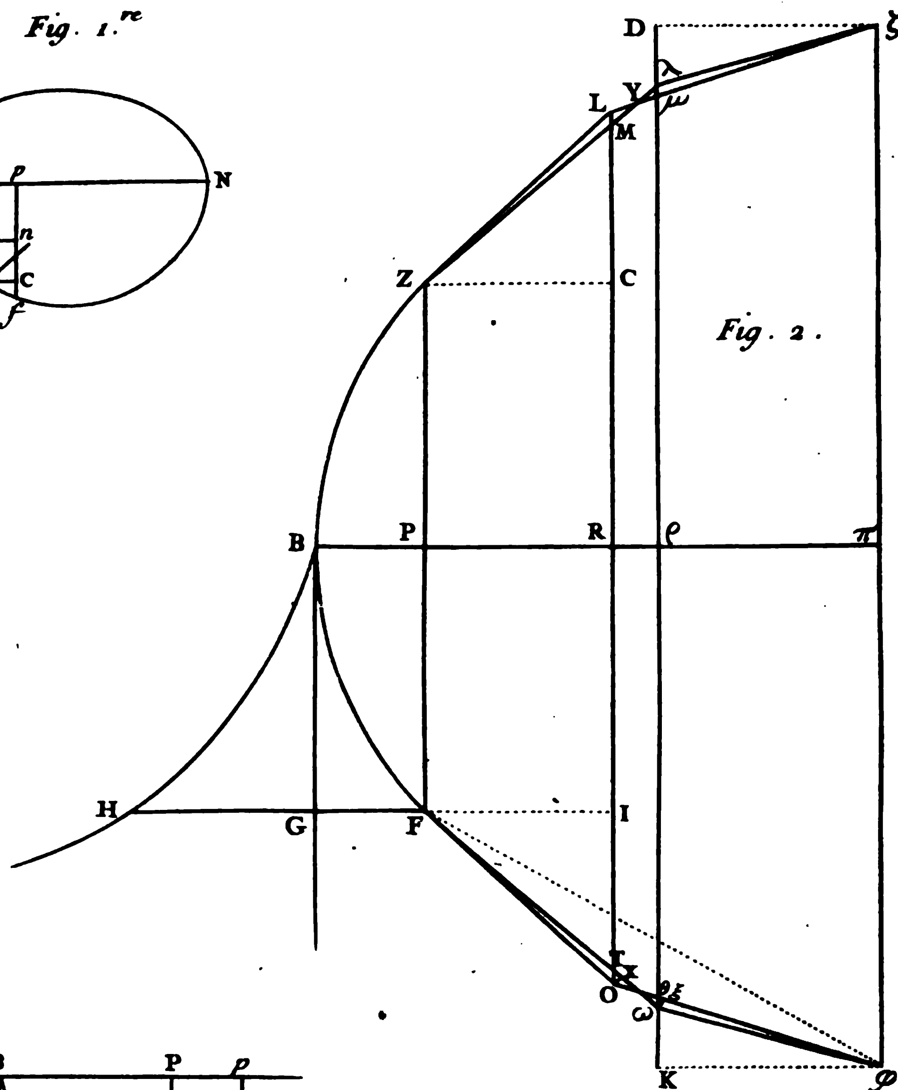
FIG. I. Parceque chaque particule *Ff* du linge ou de la voile est pressée suivant *FI*, qui est une diréćtion perpendiculaire à la Courbe, par le poids de la colonne de liqueur qui appuïe dessus, ou par la gravitation de la particule *FC* de la liqueur, laquelle gravitation est exprimée par la ligne *LG*, la Courbe sera la même que celle qui se formeroit, si je concevois que le fil *BRFST* fût étendu par des puissances *R*1, *F*2, *S*3, *T*4, &c. perpendiculairement appliquées à tous les points *R*, *F*, *S*, *T*, &c. & proportionelles aux appliquées correspondantes *FD*, *LG*, *VK*, &c. Or je vas montrer d'une maniére facile que cette Courbe, & par conséquent la courbure du linge, est la même que celle que j'ay trouvée ci dessus par la methode diréćte.

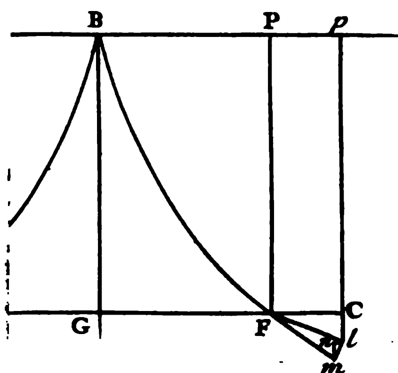
FIG. IV.

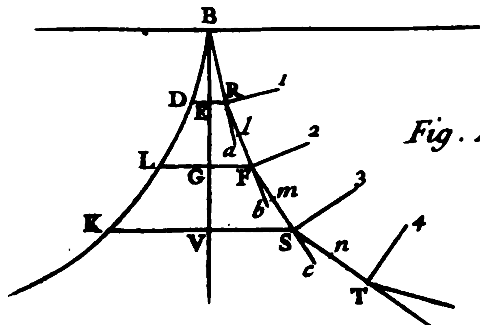
Soit la Courbe conçûë comme un polygone d'une infinité de côtés *BR*, *RF*, *FS*, *ST*, &c. lesquels étant prolongés font des angles *aRF*, *bFS*, *c T*, &c. qui marquent les courbures de la Courbe dans les points *R*, *F*, *S*, &c. Maintenant on sçait par les loix de la Mécanique que la puissance 1*R* qui pousse, est à la puissance *l* qui soûtient, ou (ce qui est la même chose) à la force de la ténacité requise du fil dans un point quelconque moïen entre

Fig. 1.re

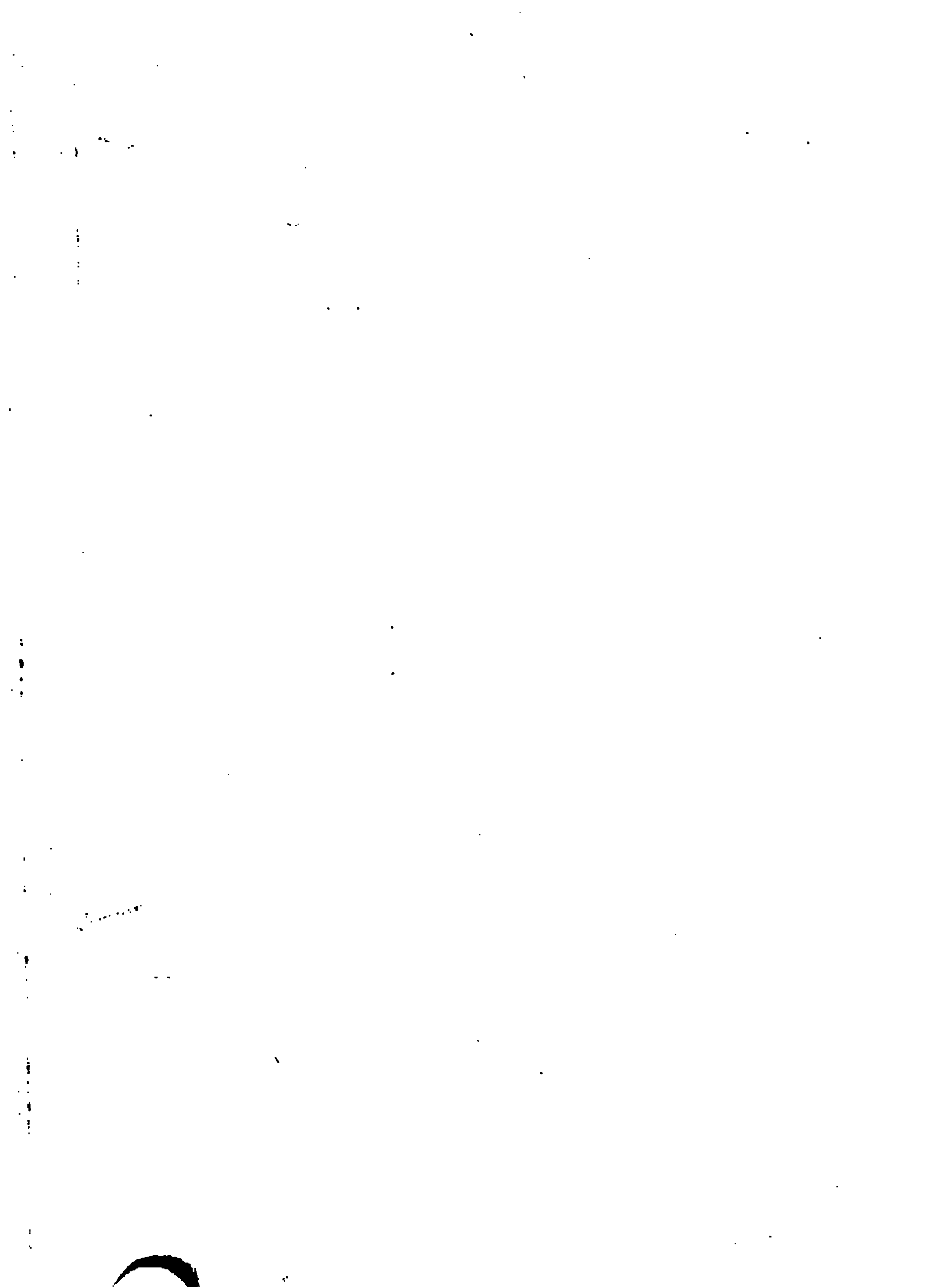








Baroy fec



R & *F*, comme le ſinus de l'angle *aRF* eſt au ſinus de l'angle *BR*1, c'eſt à dire, au ſinus total : de même la puiſſance qui ſoûtient en *l*, eſt à la puiſſance 2*F* qui pouſſe, comme le ſinus de l'angle 2*Fm* ou le ſinus total eſt au ſinus de l'angle *bFS*; d'où il eſt évident que la puiſſance 1*R* eſt à la puiſſance 2*F*, comme le ſinus de l'angle *aRF* eſt au ſinus de l'angle *bFS*. On démontrera de la même maniére que la puiſſance 2*F* eſt à la puiſſance 3*S*, comme le ſinus de *bFS* eſt au ſinus de *cST*; & ainſi de ſuite. Donc la puiſſance 1*R* eſt à la puiſſance 3*S*, comme le ſinus de l'angle *aRF* eſt au ſinus de l'angle *cST*; & *permutando*, le ſinus de l'angle *cST* eſt à la puiſſance 3*S* (*KV*), comme le ſinus de l'angle *aRF* eſt à la puiſſance 1*R* (*DE*): c'eſt à dire que le ſinus de l'angle de la courbure dans un point quelconque *R* eſt à *DE* que je ſuppoſe exprimer la fonction differentiée de *BF*, en raiſon conſtante. Or j'ay prouvé par la methode directe cette même proprieté. Donc la courbure du linge ou de la voile chargée de la maniére qu'on le vient de dire, & celle des Iſoperimetres, eſt la même. Donc la methode directe & l'indirecte ſe confirment l'une l'autre. *Ce qu'il falloit démontrer.*

DESCRIPTION

D'UNE EXOSTOSE MONTRUEUSE.

PAR M. MERY.

SUr la fin de l'hyver dernier on amena à l'Hôtel-Dieu un Soldat Irlandois, âgé d'environ 40 ans, dont les deux condils *A*, *A*, premiere Fig. *B*, *B*, ſeconde Fig. du femur *C*, formoient par leur dilatation extraordinaire une Exoſtoſe monſtrueuſe, tant par ſa groſſeur que par ſa figure. 1706. 2. Juin.

La violente douleur qu'elle cauſoit à ce pauvre malade, le força à me demander avec empreſſement que je lui

coupasse la cuisse ; ce que je fis pour apporter quelque soulagement à ses souffrances.

Aprés cette operation, j'examinay à loisir dans mon cabinet cette monstrueuse Exostose, sur laquelle je fis les remarques que je vais rapporter.

Premierement, j'observay que cette Exostose separée du corps du femur *C*, & de la jambe ; mais recouverte encore des tegumens communs, & des aponevroses des muscles qui envelopent le genou, pesoit environ quinze à seize livres. Revêtuë de ces parties, elle formoit une espece de globe, qui avoit 9 pouces de large, sur 9 ½ de haut : sa superficie paroissoit assez unie & assez égale ; mais dépoüillée de ces parties, elle parut fort inégale & raboteuse, son poids diminua de 4 livres ou environ, sa largeur fut réduite à 7 pouces ½, & sa hauteur à 8, comme il paroît dans les deux Figures que l'on en donne à la fin de ce Memoire.

Secondement, je remarquay que tous les tendons des muscles qui servent au mouvement de la jambe, étoient si violemment bandez sur ce globe, que le genou ne pouvoit nullement se plier. Cette extension extraordinaire n'étoit pas cependant la seule cause qui empêchât les mouvemens de la jambe. Les deux condils du femur *A*, *A*. *B*, *B*. avoient tellement changé de figure, que leur partie convexe étoit devenuë plate & même enfoncée *E*, *E*, dans ce globe, de sorte qu'il étoit absolument impossible qu'elle pût rouler dans la partie concave superieure du tibia. Ces deux causes jointes ensemble s'opposoient donc également aux mouvemens de la jambe.

FIG. I. & II.

FIG. II.

Troisiémement, aprés avoir enlevé le perioste qui couvroit cette Exostose, je m'apperçûs qu'elle étoit d'une espece particuliere. Les Exostoses communes ne sont qu'un boursouflement ou enflure des os mêmes, causée par un suc trop abondant, qui se change en leur substance sans sortir de leurs porrositez, ou une espece de vegetation qui se fait de ce même suc qui s'en échape, & s'ossifie entre le perioste qui couvre les os & leur surface exterieure

avec laquelle il s'unit, tantôt en se confondant avec l'os même, & tantôt en ne faisant que s'appliquer sur sa superficie.

L'Exostose dont je fais la description étoit differente de celles-cy, en ce qu'elle formoit un globe creux, rempli en dedans d'une matiere semblable à celles des polypes, qui s'engendrent dans le cœur & dans ses vaisseaux; de sorte qu'il paroît fort vrai-semblable que cette matiere ayant d'abord rompu les fibres osseuses de la partie spongieuse interieure des condils du femur, elle en avoit dilaté ensuite la partie solide exterieure.

Mais parceque cette partie solide, qui formoit ce globe, étoit percée d'une infinité de trous de figures irrégulieres, & de grandeur fort differente; il y a aussi bien de l'apparence que les sels corrosifs, dont cette matiere étoit empreinte, avoient détruit une partie de ce globe, & dissout les fibres osseuses qui forment par leur assemblage les petites cellules des condils du femur; ce qui donne lieu à cette conjecture, c'est que je trouvay un tartre rougeâtre attaché au dedans & au dehors de ce globe, qui en avoit rongé les surfaces.

Mais aussi parceque ce globe osseux étant dépoüillé de toutes les parties charnuës qui le couvroient, & vuide entierement de toute la matiere polypeuse qu'il renfermoit dans sa capacité, pesoit étant sec beaucoup plus que ne peuvent faire (en cet état) les condils du femur du plus grand homme; on ne peut, ce me semble, douter qu'une partie de cette matiere n'ait servi à son augmentation.

Quatriémement, j'observay sur la surface posterieure de ce globe une rainure *F*, *F*, *F*, fort profonde, dans laquelle passoient les arteres & les nerfs qui descendoient à la jambe, & les veines qui de cette partie remontoient à la cuisse. Cette rainure étoit percée dans son fond de plusieurs trous, par lesquels quelques rameaux de ces vaisseaux entroient & ressortoient de la capacité de ce globe. Fig. II.

Dans le même endroit je découvris de plus quatre cavernes osseuses, de grandeur & de figure differente. Elles Fig. II. 1, 2, 3, 4.

étoient remplies d'une matiere ſemblable à celle qui étoit renfermée dans ce globe. Ces cavernes avoient auſſi plusieurs ouvertures : par les unes elles communiquoient avec ſa capacité, & par les autres avec les parties membraneuſes & charnuës qui couvrent le genou. Leur cavité étoit fort raboteuſe, & paroiſſoit avoir été rongée par la partie tartareuſe de la matiere qui s'y étoit amaſſée.

Cinquiémement, enfin la derniere obſervation que je fis ſur cette monſtrueuſe Exoſtoſe, fut qu'en plongeant un inſtrument dans ſa concavité pour en ôter la matiere polypeuſe qui y étoit renfermée, il ſortit du centre de cette matiere deux palettes ou environ d'une liqueur jaune & fort claire ; ce qui me fit croire qu'il y avoit dans le centre de cette matiere une cavité dans laquelle cette liqueur pouvoit être contenuë.

EXPLICATION DES FIGURES,

Premiere Figure. Moitié de grandeur & faiſant le quart de cette Exoſtoſe vûë par devant.

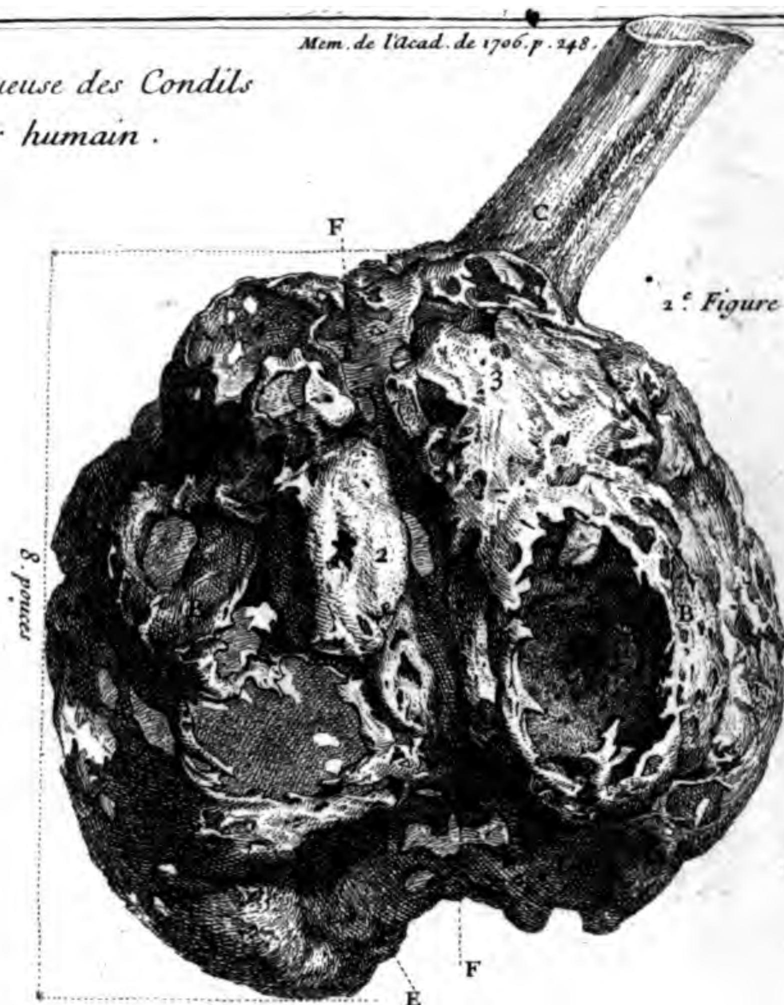
A, *A*. Les deux condils du femur.
C. Le corps du femur.
D. La place de la rotule.
E, *E*. La place de la partie ſuperieure du tibia.

Seconde Figure vûë par derriere.

B, *B*. Les deux condils du femur.
C. Le corps du femur.
E, *E*. La place de la partie ſuperieure du tibia.
F, *F*, *F*. La rainure par laquelle paſſoient les vaiſſeaux de la jambe.
1, 2, 3, 4. Cavernes oſſeuſes en parties ouvertes & en partie fermées.

REFLEXIONS

strueuse des Condils
mur humain .



9 10

REFLEXIONS
SUR L'ECLIPSE DU SOLEIL
Du 12 May 1706.
PAR M. CASSINI.

JAmais Eclipse n'a eu d'Observateurs plus illustres que celle du Soleil qui est arrivée le 12 de May de cette année 1706. 1706. 23. Juin.

Elle a été observée attentivement à Marli par le Roy & par les Princes en diverses manieres, avec divers instrumens preparés par des Astronomes de l'Academie Royale des Sciences. On l'a vûë directement avec des verres colorés & avec des Lunetes, dont quelques-unes avoient au foyer un reticule qui divisoit le disque du Soleil en 12 doits, & avec d'autres Lunetes à deux verres convexes, qui étant placées sur des machines dirigées au Soleil, envoïoient son image assez grande & assez distincte sur un carton opposé, où étoit un cercle égal à cette image divisé par des circonferences concentriques en doits & en demi-doigts.

Le Soleil ayant été couvert au commencement de l'Eclipse, on observoit ses phases à mesure qu'il sortoit des nuages.

Le tems des phases étoit marqué par une pendule à secondes, reglée le jour précedent & le même jour de l'Eclipse par l'observation des hauteurs du Soleil & de quelques étoiles fixes, & rectifiée par des observations semblables réïterées à la presence des Princes.

A l'Observatoire Royal, où il y eut un grand concours de Sçavans & de personnes illustres par leurs dignités & par leur rang, on observa l'Eclipse par les mêmes manieres qu'elle fut observée à Marli, & par d'autres où l'on

mit en uſage les inſtrumens plus propres pour les obſervations.

On y emploïa la grande Lunete excellente de 34 pieds expoſée ſur la terraſſe, qui avoit au foyer un papier ſur lequel on avoit décrit un cercle égal à l'image du Soleil qu'il recevoit, diviſée en doits par des circonferences concentriques, dont l'exterieure étoit diviſée en 360 degrés pour meſurer la diſtance des cornes pendant la durée de l'Eclipſe; ce qui joint à l'obſervation des doits auroit ſervi à bien déterminer la proportion des diametres du Soleil & de la Lune, ſi quelque agitation de l'air & la foule des ſpectateurs n'en avoit rendu les obſervations un peu douteuſes.

On obſerva avec plus d'exactitude par le Micrometre placé au foyer des Lunetes, dont l'une étoit placée ſur la machine parallatique, & une autre Lunete ſur un autre ſupport convenable. Par ce Micrometre on meſuroit les phaſes de l'Eclipſe quand le Soleil étoit dégagé des nuages, & quand les perſonnes conſiderables qui vouloient voir cette methode d'obſerver ne l'empêchoient point.

La plus grande phaſe de cette Eclipſe, tant à Marli qu'à l'Obſervatoire Royal, approcha de 11 doits, à un ſixiéme prés, comme on peut voir dans le détail des obſervations.

Nous avons depuis eu des relations de cette Eclipſe obſervée en pluſieurs Villes du Languedoc, de Provence & de Suiſſe, & particulierement à Narbonne, à Montpellier, à Arles, à Tarraſcon, à Marſeille, à Avignon, à Geneve & à Zuric, où cette Eclipſe a été totale avec une durée de quelques minutes d'heure.

En toutes ces Villes l'air s'obſcurcit de ſorte que l'on fut obligé d'allumer les chandelles pour lire & pour travailler, & de quitter le travail à la campagne.

Dans cette obſcurité on vit au Ciel proche du Soleil éclipſé Saturne, Venus & Mercure. A Arles où l'Eclipſe totale a duré un peu plus que dans ces autres Villes, on a vû plus loin du Soleil un grand nombre d'autres étoiles comme en pleine nuit.

Le peuple qui en ce jour-là étoit en grand nombre dans les ruës fit des exclamations; & donna des marques d'une grande épouvante.

Les animaux mêmes sentirent cette Eclipse. Dans les Villes les oiseaux nocturnes étant sortis de leurs trous, voltigoient dans l'air en grand nombre; les autres oiseaux s'étant retirés, comme ils ont coûtume de faire pendant la nuit. A la campagne ils montroient avoir de la peine à voler; & étant chassés avec des pierres, ils voloient bas, comme quand ils sont poursuivis par des oiseaux de proye.

Dans toutes ces Villes, au tems de l'Eclipse totale, on a vû autour de la Lune, qui éclipsoit le Soleil, une couronne d'une lumiere pâle.

A Narbonne M. l'Abbé le Pech l'a observée en forme d'un fil lumineux, distinguée en deux anneaux concentriques, dont la lueur étoit neanmoins bien pâle.

A Montpellier Mrs de Plantade, Bon & Clapies virent cette lumiere tres-blanche, qui formoit autour du disque de la Lune une espece de couronne de la largeur d'un doit Ecliptique. Dans ces bornes la lumiere conservoit une égale vivacité, qui se changeant ensuite en une foible lueur formoit autour de la Lune une aire circulaire d'environ huit degrés de diametre, & se perdoit insensiblement dans l'obscurité.

A Marseille le P. Laval & M. Chazelles ont observé la lumiere qui environnoit immediatement la Lune de la largeur d'un doit Ecliptique comme à Montpellier.

A Tarascon M. le Comte Marsigli vit cette lumiere comme une couronne de rayons pressés ensemble. Il vit aussi dans la partie occidentale du Ciel des nuages d'une couleur extraordinaire.

Ce n'est pas la seule fois qu'on a observé un semblable Phenomene dans les Eclipses totales du Soleil.

Dans le recüeil que le Pere Riccioli en a fait dans son Almageste, il y en a plusieurs où l'on a vû un cercle de lumiere autour de la Lune, qui éclipsoit le Soleil.

On a crû que c'étoit un reste du bord du Soleil vû directement, en supposant que c'étoit une Eclipse annulaire. Une apparence semblable à celle qui a été observée dans cette derniere Eclipse, pourroit bien avoir fait juger quelquefois annulaires des Eclipses du Soleil, qui à la verité étoient totales. On les peut examiner par les Tables des modernes, qui depuis l'usage de la Lunete donnent la proportion des diametres apparens du Soleil & de la Lune beaucoup plus exacte que les Tables anciennes.

Tycho Brahé qui travailloit à l'Astronomie avant l'invention de la Lunete, avoit reglé la proportion de ces diametres de sorte que suivant ses dimensions la Lune ne pouvoit jamais cacher entierement le Soleil à la terre. Il auroit donc pû juger qu'un anneau de lumiere semblable à celui qu'on a observé autour de la Lune en cette Eclipse étoit le bord même du Soleil qui ne fut point éclipsé entierement, ce que nous ne pouvons pas appliquer à cette Eclipse, dans laquelle on a distingué parfaitement cette lumiere pâle d'avec le bord du Soleil, qui parut avec un grand éclat, aussi-tôt que sa moindre partie sortit de la Lune; & d'ailleurs nous sçavons certainement que le diametre apparent de la Lune étoit plus grand de prés de deux minutes que le diamettre apparent du Soleil.

Kepler dans son Astronomie optique attribuë l'apparence de cette couronne autour de la Lune, lorsqu'elle éclipse entierement le Soleil, à une matiere celeste qui environne la Lune, & qui est d'une densité capable de recevoir & envoyer vers la terre les rayons du Soleil, & representer cette apparence de l'anneau lumineux. Il ne fait pas difficulté d'accorder à la Lune une espece d'atmosphere analogue à celle qui environne la terre, capable de causer de la refraction aux rayons du Soleil. Il examine encore dans son Traité de la nouvelle Etoile du Serpentaire d'autres causes qui peuvent faire cette apparence, où parlant de la densité de la matiere celeste autour de la Lune, il dit qu'elle n'est pas toûjours de la même maniere.

Nous avons souvent observé des Eclipses de Saturne, de Jupiter & de ses Satellites, & de quelques Etoiles fixes causées par la Lune sans nous être apperçû d'aucun changement dans ces Astres dans leur Immersion ; ce qui nous donna occasion de juger qu'il n'y avoit pas pour lors d'atmosphere sensible autour de la Lune à l'endroit qui cachoit l'Etoile : mais en quelques autres observations il nous a paru que l'Etoile s'allongoit un peu en se cachant derriere la partie tant obscure que claire de la Lune ; ce qui nous a fait juger que pour lors il y avoit en cet endroit de la Lune quelque matiere dense capable d'alterer les rayons de ces Astres & causer ces apparences ; ce qui seroit assez conforme à la pensée de Kepler.

Il y a un grand Phenomene dans le Ciel qui nous a persuadé depuis long-tems qu'il pourroit bien faire paroître une chevelure lumineuse au Soleil dans ses Eclipses totales.

C'est cette lumiere répanduë sur le Zodiaque que nous commençâmes d'observer avec admiration au mois de Mars de l'année 1683. Dans le rapport que nous en donnâmes au Journal du mois de Juin de la même année, nous jugeâmes *que si on avoit pû voir cette lumiere à la presence du Soleil, elle lui auroit formé peut-être une espece de chevelure.*

Voici le cas qui est arrivé de la pouvoir voir à la presence du Soleil élevé sur l'horizon, lorsqu'il étoit entierement caché par la Lune dans cette Eclipse totale. On commença de voir cette couronne lorsque l'air étoit à un tel degré d'obscurité qu'on pouvoit distinguer des Etoiles qu'on ne commence à voir ordinairement qu'à l'heure que nôtre Phenomene est prêt de paroître, & lorsque le Soleil est assez plongé sous l'horizon pour terminer le crepuscule.

On peut voir les raisonnemens que nous avons faits sur cette lumiere dans le Traité qui est inseré dans le Livre des voyages de l'Academie sur les observations du Printems de l'an 1683, & sur celles que nous continuâmes d'en faire dans la suite.

On peut voir aussi ce qui en a été écrit dans la suite par M. Fatio, auquel nous fîmes voir ce Phenomene à l'Observatoire Royal, & qui en continua les observations avec une grande assiduité & nous les communiqua avec ses reflexions dans une Lettre qu'il donna depuis au public.

Nous avons supposé qu'il y a alentour du Soleil une matiere lumineuse plus dense proche de cet Astre, & plus rare à une plus grande distance, où elle est facilement effacée par les crepuscules & par la clarté de la Lune. Dans cette Eclipse on aura pû voir aisément la partie de cette lumiere plus dense qui environne immediatement le Soleil, comme il est arrivé en diverses Villes. La partie la plus rare qui lui succedoit à une plus grande distance du Soleil n'aura pas pû être observée aisément; neanmoins les Astronomes de Montpellier qui apporterent une attention particuliere pour voir s'ils ne distingueroient point nôtre lumiere, remarquerent autour de cette couronne une aire lumineuse plus pâle qui s'étendoit jusqu'à la distance de quatre degrés de côté & d'autre. Le reste de la lumiere qui s'étend à une distance beaucoup plus grande n'aura pas été visible, à cause que l'obscurité de l'air n'étoit pas assez grande pour pouvoir distinguer la partie la plus rare qui est plus éloignée du Soleil, & qui ne paroît le matin qu'avant que le crepuscule commence, & le soir qu'aprés qu'il est fini. En effet les Observateurs de Montpellier ont remarqué que cette plus grande obscurité ne pouvoit être comparée ni à la nuit ni au crepuscule.

Au reste nous avons supposé que cette matiere lumineuse est ordinaire au Soleil, quoyqu'elle puisse n'avoir pas toûjours la même étenduë ni le même éclat, & nous avons cherché tous les Memoires que nous avons pû avoir des observations d'une apparence semblable à celle-ci.

Aprés avoir rapporté toutes celles que nous avions pû recüeillir dans nôtre Traité, nous en avons trouvé encore d'autres, dont la plus évidente parmi les anciennes nous paroît celle qui est rapportée par Samüel Maïoli Evêque de Volturara dans son Ouvrage des jours Cani-

culaires, où il dit au Chapitre des Meteores qu'il avoit vû tres-souvent, particulierement dans les crepuscules d'Automne, une matiere éclatante & comme ardente en forme d'une colonne, ou d'une poutre, tantôt droite, tantôt oblique.

Ayant donc supposé cette matiere lumineuse, on en pourra voir la partie plus dense qui environne immediatement le Soleil dans les Eclipses totales, avec quelques differences en divers lieux de la terre, suivant la diverse constitution de l'air.

Les observations de cette Eclipse étant comparées au calcul tiré de nos Tables Astronomiques, ont fait voir qu'il n'y avoit pas deux minutes de difference entre les tems des phases observées & le tems des mêmes phases calculées, & qu'il n'y avoit que quelques minutes de doit de difference dans la grandeur des phases. Ayant corrigé cette différence, nous avons trouvé qu'aprés cette petite correction, le calcul representoit exactement l'Eclipse totale, & sa durée dans les lieux où elle a été observée, & qu'elle representoit aussi avec la même justesse les tems & les phases observées en d'autres lieux où elle a été partiale. Nous en avons une de Rome faite par M. Bianchini, une de Gennes faite par M. le Marquis Salvago, de Bologne faite dans l'Observatoire de M. le Comte Marsigli par Mrs Manfredi & Stancari, une de Strasboug faite par M. Eisenchmid, une de Madrid faite par le Pere Cassani, outre celles de l'Eclipse totale que nous avons déja rapportées.

Aprés une semblable rectification des hypotheses, nous avons entrepris de décrire avec la précision que l'état present de la Geographie le peut permettre les autres lieux où cette Eclipse á été totale, comme nous fîmes dans l'Eclipse de l'année 1699, où nous déterminâmes la route de l'Eclipse centrale sur la surface de la terre, de la maniere qu'elle est décrite dans les Memoires de l'Academie de la même année; qui a été depuis verifiée par les observations de ces païs-là qui nous ont été communiquées.

On a emploïé dans cette recherche la methode que nous avons accoûtumé de pratiquer depuis que nous travaillons à l'Astronomie, dont il est fait mention il y a prés de 50 ans par M. l'Abbé Giustiniani dans son Livre des Auteurs de la Ligurie. Il en a été aussi parlé dans l'Histoire de l'Academie de M. Duhamel, & dans les Ouvrages de quelques autres Auteurs ausquels nous l'avons communiquée.

Mon fils & M. Maraldi ont trouvé par nôtre methode que cette Eclipse a commencé de paroître totale au lever du Soleil dans l'Ocean atlantique, au milieu du trajet qui est entre l'Isle de Cayenne & les Isles du Cap vert. Ensuite l'Eclipse parut totale un peu à l'Occident des Isles du Cap vert, l'ombre totale de la Lune ayant parcouru plus de 10 degrés de la circonference de la terre en 4 minutes d'heure. Aprés elle traversa les Canaries, d'où elle passa vers Cadix, & parcourut la partie Meridionale de l'Espagne, passant par Seville, par Valence, par la Catalogne. Elle entra ensuite dans le Royaume de France par le Roussillon, & passa par la partie Meridionale du Languedoc, l'Eclipse ayant été observée totale à Perpignan, à Narbonne, à Besiers, à Montpellier & à Arles, où elle a été centrale.

Elle a été aussi observée totale à Tarascon, à Marseille, à Avignon, à Geneve & à Zuric. Elle aura aussi été totale à Valence en Dauphiné, à Grenoble, dans la partie Orientale de la Savoye, à Sion dans les Suisses, à Ausbourg, à Ratisbonne, dans la Boheme, dans la Prusse, dans la partie Septentrionale de la Moscovie, dans la grande Tartarie, & elle aura cessé de paroître totale au coucher du Soleil à 150 degrés de longitude & 52 degrés de latitude Septentrionale, l'ombre totale de la Lune ayant parcouru tout cet espace de terre compris entre l'Ocean atlantique & la Tartarie Orientale en 2 heures 50 minutes.

Les lieux de la terre qui ont été éloignés de la trace décrite par le centre de l'ombre jusqu'à la distance d'un degré, c'est à dire de 25 lieuës vers le Midy & d'autant vers

vers le Septentrion, un peu plus, ou un peu moins, auront eu aussi l'Eclipse totale, mais par un moindre espace de tems; de sorte qu'il y aura des lieux qui ne l'auront vûë totale que pendant un instant.

La durée de l'obscurité totale qui a été estimée à Arles d'environ 6 minutes (quoyqu'en comparant le commencement & la fin de l'obscurité, où l'on n'a point marqué de secondes, elle ne s'y trouve que de 5 minutes) aura été des plus grandes; car l'excés du diametre apparent de la Lune au Soleil diminué par la paralaxe, devoit être parcouru environ en 5 minutes de tems.

Les païs qui ont eu l'Eclipse centrale auront eu la durée de l'obscurité totale un peu differente les uns des autres, à cause de la difference qui résulte de la distance de la Lune en diverses heures du jour à diverses parties de la surface de la terre, & à diverses distances de la Lune à son Perigée, d'où elle s'éloignoit dans cette Eclipse, outre la difference qui est causée par la diverse obliquité des rayons du Soleil à diverses parties de la terre.

Cette trace que le centre de l'ombre dans l'Eclipse a parcouru sur la surface de la terre, a croisé obliquement la trace qui fut décrite dans l'Eclipse centrale du Soleil de l'an 1699, dont on a fait la description dans les Memoires de l'Academie de la même année. On marqua que l'Eclipse centrale alla du Groëlande par la partie Septentrionale de l'Ecosse, par la partie Meridionale du Dannemark, par les parties Septentrionales de la Pomeranie, entre la Pologne & la Transylvanie, par la petite Tartarie, par la Mer noire, par l'Armenie, par la Perse, par le Royaume de Mogol, par les Indes Orientales jusqu'aux confins du Royaume de Siam, y étant toûjours allée du Nord-Oüest vers le Sud-Est, au lieu que celle de cette année est allée du Sud-Oüest vers le Nord-Est. Ces deux traces se sont croisées en Pologne.

Nous avons aussi décrit les lieux où l'Eclipse de cette année a été de six doits, tant du côté du Midy que du côté du Septentrion. Du côté du Midy la phase de six

doits est arrivée au lever du Soleil dans la mer, où l'Equinoxial coupe le premier Meridien. Delà elle est passée par l'Afrique suivant une ligne qui la traverse depuis la Guinée jusqu'au Golfe de la Sidre. Ensuite elle a traversé la Mediteranée & a passé par l'Isle de Candie, par l'Asie mineure, par la Georgie, par la petite Tartarie & par la partie Meridionale de la grande Tartarie.

La phase Septentrionale de 6 doits a commencé dans la mer qui est entre l'Isle de Terre-neuve & les Açores, a passé par la partie Orientale de l'Irlande, à l'Occident de l'Isle de Spitberg, & dans les païs qui sont proches du Pole Septentrional.

La ligne qui distingue les païs Meridionaux qui ont eu un peu d'Eclipse de ceux qui ne l'ont point vûë, passe à l'Occident de l'Isle de S. Thomé par la partie Meridionale de l'Egypte, par la partie Septentrionale de l'Arabie, & par le milieu de la Perse & du Mogol.

Du côté du Septentrion une partie de la penombre tombe hors de la terre.

La difference de 2 à 3 minutes d'heure qui s'est trouvée entre les tems des phases de cette Eclipse observée à Paris, & le tems qui avoit été calculé dans les Ephemerides & la Connoissance des Temps, & la difference de quelques parties de doits qui s'est trouvée dans la grandeur de l'Eclipse ne paroîtra pas considerable à ceux qui n'ignorent point la multitude des principes qui concourent à déterminer une de ces Eclipses, & les observations qu'il faut comparer ensemble pour établir chacun de ces principes.

Du côté du Soleil il y a sa longitude moïenne, le lieu de son Apogée, sa plus grande équation, la methode de la distribuer par divers degrés de distance de l'Apogée pour déterminer son lieu veritable, le demi-diametre apparent du Soleil & les regles de sa variation, sa paralaxe, sa refraction sujette à des irregularités physiques tres-difficiles à réduire à quelques regles exactes, & l'obliquité de l'Ecliptique à l'Equinoxial. Il y a aussi l'équation du temps,

qui consiste dans la réduction du temps moïen au temps veritable, dans laquelle les Astronomes modernes different entr'eux de plusieurs minutes, comme il est arrivé même dans cette Eclipse.

Du côté de la Lune il y a les principes correspondans à ceux du Soleil que nous venons d'indiquer, & plusieurs autres équations qui ne conviennent point au Soleil. Une qui dépend de la distance du Soleil à l'Apogée de la Lune. Une qui dépend de la distance de la Lune au Soleil. Une de la distance même du Soleil à son propre Apogée, qui ont toutes des regles particulieres de variation, aussi-bien que le diametre apparent de la Lune & sa parallaxe, qui font la plus grande diversité des Eclipses totales & partiales. Il y a aussi à déterminer les nœuds de la Lune, leurs moïens mouvemens, leurs équations, l'inclinaison de l'orbite de la Lune à l'Ecliptique & sa variation, d'où dépend la latitude de la Lune.

Du côté de la terre il y a son exposition au Soleil, qui varie à chaque instant en des sens differens par le mouvement journalier suivant l'Equinoxial & ses paralleles, & par le mouvement annuel suivant le Zodiaque : les longitudes & les latitudes des lieux dont on veut sçavoir s'il y aura Eclipse ou non ; quelle doit être la difference de sa grandeur & de sa durée en differens lieux.

Pour la détermination de chacun de ces principes on emploïe differentes hypotheses sur lesquelles on peut avoir quelque doute, parcequ'on n'a pas toutes les observations qui seroient necessaires à une détermination précise, & celles qu'on a ne sont pas toûjours faites avec assez d'exactitude.

Nonobstant toutes ces difficultez on a réduit la methode des Eclipses à un tel état, qu'elle peut servir à trouver la longitude Geographique des lieux éloignez où la même Eclipse a été observée avec assez de précision. Nous en avons fait l'experience dans cette derniere Eclipse sur les observations qui nous en ont été envoyées de differens lieux. Nous les donnerons suivant l'ordre des longitudes

des lieux où cette Eclipse a été observée dans un autre Memoire.

SUITE DE L'ARTICLE TROIS
DES ESSAIS DE CHIMIE.
PAR M. HOMBERG.

1706. 30. Juin.

J'Ay proposé dans mon dernier Memoire la matiere de la lumiere pour mon souffre principe, & pour le seul principe actif. J'ay prouvé que cette matiere est continuellement en mouvement, & qu'elle penetre sans cesse tous les corps poreux qui sont dans l'univers; ce que j'ay crû un attribut necessaire du principe actif. J'ay prouvé aussi que la matiere de la lumiere en penetrant les corps poreux s'y peut arrêter, les augmenter de poids & de volume, les changer de figure, & joindre differens principes ensemble pour en composer des mixtes nouveaux, ce qui est le caractere que je donne à mon souffre principe; il me reste maintenant à proposer une idée vrai-semblable de la maniere que la matiere de la lumiere s'introduit & s'arrête dans les autres principes, & comment ces autres principes par-là changent de figure & deviennent des matieres sulphureuses, qui sont la partie active de tous les mixtes.

Il faut se souvenir icy que nous avons supposé dans tous les corps non-seulement des pores qui donnent un passage tres-libre à la matiere de la lumiere, mais aussi une partie solide, qui est proprement la substance de chaque corps, contre laquelle la matiere de la lumiere est poussée continuellement par le Soleil & par les autres flames, & de dessus laquelle cette matiere reflechit & ne la penetre que fort difficilement.

Nous devons considerer la matiere solide d'un corps en deux manieres: La premiere est quand nous la regar-

dons comme un corps composé, ou sa substance entiere, par exemple du bois, de l'argent, &c.

La seconde est lorsque nous en considerons seulement les parties integrantes, ou les principes dont ces corps sont composez. Il m'a toûjours paru que les corps pris dans la premiere consideration sont dans leur derniere perfection, particulierement les corps organisez, comme sont tous les animaux & toutes les plantes, & que pour lors ils ne changent par le frapement de la matiere de la lumiere, que pour redevenir peu à peu des matieres simples ou des principes dont ils avoient été composez ; ce qui arrive toûjours en plus ou moins de temps que la matiere de la lumiere les frape plus ou moins fortement : mais en considerant seulement les parties dont ces corps sont composez, ils reçoivent continuellement les impressions de la matiere de la lumiere qui les change differemment selon que cette matiere s'y attache en plus ou en moins de quantité, & qu'elle s'y attache superficiellement, ou qu'elle entre dans la substance même de ces principes, ce qui leur donne une forme nouvelle, comme nous l'avons remarqué fort sensiblement dans l'observation que nous avons rapportée dans nôtre dernier Memoire sur le mercure, dont une partie s'est changée en poudre par la simple coction qui pesoit plus qu'elle ne faisoit avant que d'avoir été mise sur le feu, mais qui s'est remise en mercure coulant quand on l'a exposé à un tres-grand feu. L'autre partie de ce mercure s'est fixée tout à fait par une plus forte & plus longue coction en un corps solide & metallique, qui ne s'est plus remis en mercure coulant quand on l'a exposé à un tres-grand feu, la matiere de la lumiere ne s'étant arrêtée que superficiellement au premier, & étant entrée dans la substance même de ce dernier mercure. L'application de ce raisonnement, au fait que nous avons vû dans ce mercure, nous fera concevoir de quelle maniere ce changement lui est arrivé, & quelle sorte de matiere sulphureuse en a été produite ; ce qui nous donnera en même temps un moyen d'expliquer facilement la

production de toutes les autres matieres sulphureuses. Nous supposons d'abord que les parties du mercure sont des petites goutes fort menuës, ou des petits grains ronds & polis, qui glissent fort aisément les uns sur les autres, ce qui fait sa fluidité; la matiere de la lumiere poussée violemment par le moyen de la flame & pendant long-temps contre ces petits grains qui font la partie solide du mercure, elle hache & en dérange peu à peu la superficie, & s'y introduit; & comme elle ne trouve pas un passage aisé pour la traverser, elle y demeure attachée superficiellement, & y produit de petites éminences qui rendent la superficie de ces petits grains raboteuse ou herissée de ronde & de polie qu'elle étoit; car il faut s'imaginer ces grains de mercure comme lardez de matiere de lumiere, dont les petites éminences corrompent sensiblement le poli de ces petits grains; ce qui est d'autant plus aisé à accorder, que les petits grains de mercure sont plus petits qu'il ne faut pour être apperçûs par les yeux, même armez d'un microscope, & plus petits que les parties de l'air, parceque le mercure passe par des endroits où l'air ne passe pas; ainsi quelque petite que soit la matiere de la lumiere lorsqu'elle s'arrête dans la superficie des parties du mercure, elle en doit changer sensiblement la figure.

Les parties du mercure étant ainsi devenuës herissées par le lardement de la matiere de la lumiere, nous pouvons nous les representer comme des chataignes couvertes de leurs coques vertes & herissées, qui se soûtiennent plutôt les unes les autres que de couler sur un plan incliné, comme elles feroient si c'étoit des boules rondes & polies; & dans cet état le mercure n'est plus fluide, étant changé en une poudre rouge, dont les petits grains collez les uns contre les autres par leurs propres herissons, composent de gros morceaux assez durs & de figures irrégulieres, comme feroient les coques herissées des chataignes si on les pressoit les unes contre les autres, qui composeroient des gros plotons de figure irréguliere, & qui tiendroient fort bien ensemble: Ces pointes herissées du

mercure par la longueur du temps qu'on les expose au feu s'augmentant en nombre & en grandeur, s'entrelassent & se soûtiennent si fort que le mercure devient dur comme une pierre; & comme ces pointes qui rendent chaque grain du mercure herissé sont une matiere sensible & pesante, le mercure dans cet état augmente de volume, & pese plus qu'il ne faisoit avant que d'avoir été mis au feu, & lorsqu'il étoit encore coulant.

Si on broye ce mercure avec du nouveau mercure coulant, il s'en fait un amalgame comme si c'étoit un metal; & en le remettant pendant long-temps à un feu plus violent, la matiere de la lumiere qui s'étoit attachée seulement sur la superficie des petits grains du mercure dans le premier feu, commence au plus grand feu de penetrer plus avant dans la substance même de ces petits grains. Si on broye ce mercure plusieurs fois avec du nouveau mercure coulant, la matiere de la lumiere penetrera par la forte cuisson si avant dans les petits grains du mercure, qu'en l'exposant au feu de fonte, il en restera une partie en forme de metal, qui ne changera plus sensiblement à quel degré de feu qu'on le mette.

Dans les premieres digestions la matiere de la lumiere ne s'attache que superficiellement aux petits grains du mercure, & les envelope peu à peu entierement : elle continuë ensuite de fraper ces grains envelopez, & ne pouvant pas toucher en cet état le mercure à nud, mais seulement son envelope, elle ne fait plus d'impression sensible sur le mercure; ensorte qu'on pourroit le tenir pendant plusieurs années en digestion, sans qu'il changeât pour cela en aucune maniere : mais en broyant ce mercure digeré & qui est devenu poudre par la simple cuisson, on brise toutes les envelopes des petits grains du mercure, qui par-là se presentent nuds à la matiere de la lumiere que le feu de la seconde digestion y peut pousser; & comme la premiere digestion n'a pas laissé d'entamer la superficie de ces petits grains & d'y faire une espece de hachure, comme nous l'avons remarqué cy-dessus, la se-

conde digeſtion pouſſe ces hachures un peu plus avant, & enſuite envelope encore les grains du mercure : le ſecond broyement dépoüillera ces petits grains de leur ſeconde envelope, & une troiſiéme digeſtion enfoncera encore plus avant ces hachures dans les petits grains ou dans la partie ſolide du mercure, juſqu'à ce qu'en réïterant ceci pluſieurs fois, les petites hachures deviennent aſſez profondes que la matiere de la lumiere s'y puiſſe loger entierement ; & pour lors la flame étant trop groſſiere pour entrer dans ces petites logettes, elle ne fait que paſſer par deſſus, & la matiere de la lumiere reſte noyée dans ces logettes, ſans qu'aucune autre matiere l'en puiſſe faire ſortir, à moins qu'elle ne fût auſſi petite & même plus petite que la matiere de la lumiere : le mercure dans cet état eſt devenu metal, & la flame n'a plus de pouvoir ſur lui ; & comme il n'y a aucun corps qui ſoit plus petit que la matiere de la lumiere, pour arracher celle qui s'eſt logée dans la partie ſolide du mercure, ce qui ſeroit détruire le metal, il reſte impunément dans le plus grand feu : mais en l'expoſant à un pouſſement tres-violent de la matiere de la lumiere par les rayons concentrez du verre ardent, celle qui s'étoit logée dans le mercure s'enfonce davantage & le traverſe, comme un cloud eſt chaſſé par un autre, la ſubſtance ſolide du mercure devient criblée & poreuſe, qui prête un paſſage libre à la matiere de la lumiere, & pour lors il n'eſt plus metal, ni même du mercure, mais une matiere terreuſe & legere, comme nous avons remarqué dans nos obſervations ſur le verre ardant.

La matiere de la lumiere qui s'eſt introduite & attachée au corps du mercure, eſt à ſon égard une matiere étrangere, laquelle conſiderée ſeule & avant que d'être attachée au mercure, eſt une matiere non encore déterminée, que nous avons appellée nôtre ſouffre principe : mais aprés s'être introduite & attachée au mercure, elle ſe détermine ſouffre metallique, & demeure telle pendant tout le temps qu'elle ſera attachée au mercure ; & ſi par quelque operation on la détachoit du mercure, &

qu'on l'introduisit dans quelqu'autre corps qui ne fût pas mercuriel : ce souffre metallique changeroit de nature & de nom, & deviendroit un souffre vegetal, animal ou bitumineux, selon la nature du corps auquel il se joindroit, ces transformations se pouvant faire fort aisément, comme nous le verrons cy-aprés.

Nous appellons souffre metallique la matiere de la lumiere, ou nôtre souffre principe lorsqu'il s'est joint ou attaché au mercure, ou à quelqu'autre corps mercuriel que ce soit. Nous l'appellons souffre vegetal lorsqu'il s'est introduit à demeure dans quelque matiere vegetale. Nous l'appellons souffre animal lorsqu'il s'est attaché & uni à quelque partie animale ; & nous l'appellons souffre bitumineux lorsqu'il s'est uni à quelque matiere simplement terreuse.

Je ne connois que ces quatre differentes matieres sulphureuses, & encore pourroit-on les distribuer en trois classes seulement ; parceque le souffre vegetal & le souffre animal se ressemblent si fort, que l'on pourroit n'en faire qu'une seule classe. Nous ne laisserons pas cependant de les diviser pour avoir des distinctions plus précises dans le raisonnement.

L'union du souffre principe aux matieres animales, vegetales, mercurielles & terreuses pour produire les differens souffres, se peut faire immediatement par le poussement du Soleil & par le feu, ou mediatement par la transposition d'une matiere sulphureuse, d'un certain genre dans le corps d'un autre genre ; par exemple, l'huile d'olive qui est un souffre vegetal, faisant partie de la nourriture de quelque animal, peut devenir de la graisse de cet animal, qui est un souffre animal ; & la racine d'une plante suçant la matiere graisseuse du fumier, qui est un souffre animal, se changera en une huile vegetale dans la plante, & ainsi des autres.

Les transpositions des matieres sulphureuses d'un genre à un autre sont aisées à faire lorsque les souffres sont volatils ; mais quand c'est un souffre fixe, il est tres-difficile de

le changer d'un corps à un autre. Nous appellons une matiere fixe, lorſqu'étant miſe au feu elle y reſte ſans être enlevée par la flame. Nous appellons une matiere volatile, lorſqu'elle ne peut pas ſupporter la violence du feu; & celle-là eſt plus ou moins volatile, ſelon qu'elle eſt enlevée par un degré de feu plus ou moins violent. La maniere comment le feu ou la flame enleve les matieres volatiles, & comment elle laiſſe les matieres fixes, a été expliquée dans l'article 2. de ces Eſſais.

Toutes les matieres ſulphureuſes animales, vegetales & bitumineuſes ſont volatiles; mais les metalliques ſont en partie fixes, en partie volatiles. Dans l'or & dans l'argent il n'y a que du ſouffre metallique fixe, parceque la flame ne ſçauroit enlever ces metaux ni en ſeparer le ſouffre. Je ne parle icy que de la flame ſeulement, qui eſt le feu connu dans nos laboratoires, & non-pas des rayons du Soleil concentrez par le verre ardent, qui enlevent auſſi bien l'or & l'argent que les autres metaux, & à l'égard deſquels il n'y a rien de fixe; car la matiere de la lumiere heurte par cette concentration avec une violence extrême contre la partie ſolide des corps, & elle la penetre promptement, mais c'eſt en la briſant & en la détruiſant; & alors bien loin de compoſer un nouveau mixte, elle réduit ce corps dans les principes les plus prochains dont il étoit compoſé; & ſi on continuë à expoſer ces principes au même feu, ils ſont encore diviſez en principes plus ſimples dont ces premiers étoient compoſez, ce qui n'arrive jamais au feu de la flame.

Je dis donc que nous ne connoiſſons de ſouffre fixe que celui qui ſoûtient les efforts de la flame, & qui n'eſt que d'une ſeule ſorte; ſçavoir, le ſouffre metallique fixe, qui ſe trouve pur dans l'or & dans l'argent, & mêlé de differens ſouffres volatils dans les autres metaux, qui ne laiſſent pas d'être metalliques quoique volatils, parcequ'ils ſont propres à ces metaux, & cependant differens dans chacun d'entr'eux.

Nous appellons encore ſouffre metallique volatil celui

qui s'attache ſuperficiellement au mercure par les longues digeſtions, parceque le grand feu l'en ſepare: mais ſi par une plus longue ou par une plus forte cuiſſon, ou par quelqu'autre induſtrie ce ſouffre volatil a penetré juſques dans l'interieur & dans la ſubſtance même du mercure; alors il ne peut plus être enlevé par la flame, le mercure devient metal, & ſon ſouffre volatil ſe change en ſouffre fixe metallique, enſorte que la difference du mercure qui eſt devenu metal, & celui qui a été précipité ſeulement par lui-même, conſiſte en ce que dans ce dernier la matiere de la lumiere s'eſt attachée ſuperficiellement aux petits grains du mercure, ou elle s'eſt changée en un ſouffre metallique volatil, qui s'en ſepare fort aiſément par le feu, en remettant le mercure dans ſa premiere forme liquide: mais quand le mercure eſt devenu metal, la matiere de la lumiere a penetré dans la ſubſtance même du mercure, & par-là elle eſt devenuë un ſouffre fixe metallique qui ne quitte plus le mercure quelque grand feu qu'on lui donne, le conſervant toûjours dans la forme de metal; & ſelon la quantité du ſouffre fixe qui s'y eſt arrêté, le metal eſt plus ou moins peſant, c'eſt à dire, eſt or ou argent. De ſorte que la ſeule difference qu'il y a entre l'or & l'argent, eſt que l'un eſt du mercure qui dans ſon interieur contient beaucoup de ſouffre metallique fixe, c'eſt à dire en plus grande quantité qu'il ne lui en faut pour être ſimplement metal; & que l'autre eſt du mercure qui dans ſon interieur contient peu de ſouffre metallique fixe, c'eſt à dire autant ſeulement qu'il lui en faut pour devenir metal.

Nous voïons par-là que les parties qui compoſent l'or & l'argent ne ſont que du mercure & du ſouffre fixe, ce qui eſt une compoſition fort ſimple; au lieu que la ſubſtance des autres metaux conſiſte en un aſſemblage de pluſieurs matieres, dont la baſe neanmoins eſt du mercure avec tres-peu de ſouffre metallique fixe, mais qui ſont accompagnez de differens ſouffres metalliques volatils, des ſouffres bitumineux, des differentes terres & des matieres

salines, qui font des compositions tres-composées, dont les parties de differentes configurations ne pouvant pas se joindre fort étroitement, sont par consequent de peu de durée dans le feu, & dont la production artificielle seroit d'autant plus difficile que celle de l'or & de l'argent, que la composition des uns est plus simple que celle des autres.

Nous avons vû que les souffres metalliques fixes ou volatils ne font que la matiere de la lumiere jointe plus ou moins étroitement au mercure; mais tous les autres souffres font des compositions beaucoup plus amples. J'ay fait les analyses du souffre commun, du Petrole, du souffre de Quito, du Jayet, des charbons de terre & des differens succins, qui sont les souffres bitumineux les plus connus; j'y ay toûjours trouvé beaucoup de terre, beaucoup de sel volatil acide, une quantité considerable de matiere aqueuse, & une huile tres-penetrante, laquelle ayant été analysée encore, s'est réduite en beaucoup d'eau, en un peu de terre & en un peu d'huile, laquelle par plusieurs operations réïterées s'est enfin tout à fait dissipée, laissant à chaque fois un peu des autres principes dont ces huiles étoient composées: le souffre principe, ou la matiere de la lumiere qui étoit entrée dans la composition de ces souffres, se perdant à la fin entierement par les analyses, comme une matiere qui cesse de nous être palpable & sensible quand elle est dégagée des autres principes plus materiels, comme nous l'avons remarqué dans le commencement de cet article.

J'ay fait aussi les analyses des huiles distillées essentielles des plantes, de leurs graisses & huiles exprimées, & de differens sucs résineux, qui sont des matieres sulphureuses vegetales. J'ay fait aussi les analyses de differentes parties des animaux qui contiennent les matieres sulphureuses animales, dont les operations souvent réïterées ont entierement divisé les huiles en beaucoup d'eau, en sel & en terre comme dans les matieres bitumineuses, perdant pareillement & par les mêmes raisons leur souf-

fre principe dans toutes ces operations analytiques; ensorte que les matieres sulphureuses tant animales & vegetales que bitumineuses, sont toûjours composées de quatre matieres; sçavoir, d'eau, de sel, de terre & de souffre principe, au lieu que le souffre metallique n'est composé que de deux matieres seulement, sçavoir, de mercure & de souffre principe, à moins qu'on ne veüille dire que le mercure soit aussi composé de matieres plus simples, ce que nous n'avons pas encore pû découvrir; & comme nous avons remarqué dans les metaux que les plus simples sont les plus parfaits, nous pourrions bien dire aussi que parmi les souffres les plus simples sont les plus parfaits & les moins alterables, ce que les experiences confirment; car la flame qui détruit tous les autres souffres, ne sçauroit faire aucune impression sensible sur le souffre metallique fixe: mais si la fixité du souffre metallique & son peu de sujétion au changement est une perfection en soi, ce doit être un défaut à l'égard de nous; car la facilité de changer & de dissoudre les autres souffres nous les rend familiers & utiles, tant pour nos nourritures que pour nos remedes, au lieu que le souffre fixe est encore tout à fait inabordable à la plûpart des hommes, même aux plus sçavans Physiciens, ce qui est un tres-grand dommage pour la matiere medicale.

L'introduction de la matiere de la lumiere dans les autres principes, dont les vegetaux, les animaux & les bitumes sont composez, est à peu prés la même que celle qui se fait dans le mercure: mais comme les parties de ces autres principes ne sont pas si fines ni si compactes ou solides que celles du mercure, la matiere de la lumiere les penetre plus aisément & en moins de temps; mais elle ne s'y joint pas si étroitement qu'au mercure, à peu prés comme un clou est fort aisément enfoncé dans une pomme ou dans une citroüille, & beaucoup plus difficilement dans un ais de chêne: mais aussi quand le clou y a été une fois enfoncé à coups de marteau, il en est difficilement retiré, au lieu qu'on le retire sans peine de la pomme ou

de la citroüille ; ce qui fait que toutes ces matieres ſulphureuſes-là ſont non-ſeulement volatiles, mais auſſi fort aiſément détruiſibles par le feu, c'eſt à dire que la matiere de la lumiere s'en ſepare ſans beaucoup de peine, laiſſant les autres principes dans le même état qu'ils étoient avant que de les avoir penetré.

Les ſels reçoivent avec beaucoup d'avidité les ſouffres, mais c'eſt ſans les changer de nature, en quoy leur tranſpoſition eſt differente de celles dont nous venons de parler, c'eſt à dire qu'un ſouffre animal, par exemple, tranſplanté dans une matiere ſaline n'eſt pas changé en un ſouffre bitumineux ou autre, il demeure le même, mais il caracteriſe le ſel auquel il ſe joint ; & comme les ſouffres volatils changent aiſément de nature, ſi par quelque accident le ſouffre, par exemple, qui aura caracteriſé le ſel commun, ſe peut changer en celui qui caracteriſe le ſalpetre, le ſel commun deviendra ſalpetre, & ainſi des autres ; enſorte que la difference des ſels ne conſiſte que dans les differens ſouffres qui les accompagnent. Nous en avons parlé amplement dans l'article du ſel principe.

Toutes les matieres ſulphureuſes bitumineuſes, vegetales & animales ſont inflammables ; ce qui a donné occaſion à la fauſſe idée, que ces matieres ne ſont ſulphureuſes, que parcequ'elles ſont inflammables : mais quand on conſiderera que parmi ces matieres il y en a qui ſont plus inflammables les unes que les autres, & qu'elles le ſont plus ou moins ſelon que dans leur compoſition il eſt entré plus ou moins de ſel acide, nous comprendrons aiſément que l'inflammabilité n'eſt pas le caractere du ſouffre, mais du mêlange d'une matiere huileuſe quelconque avec un ſel acide ; ce qui ſe prouve ſenſiblement par la compoſition des matieres réſineuſes artificielles. Par exemple, mêlez de l'huile de geroffle avec de l'eſprit de nitre dans les forces & dans les doſes requiſes, il en réſultera une réſine qui ſera incomparablement plus inflammable que n'étoit l'huile de geroffle, ou l'eſprit de nitre dont cette réſine eſt compoſée : cette grande inflammabilité ne pro-

vient donc pas de l'une de ces deux matieres séparément prise, mais de leur mêlange.

La décomposition des matieres simples fort inflammables nous confirme la même chose, le souffre commun prend feu ou s'enflamme à l'approche d'une petite étincelle de feu : mais quand on en a separé la partie acide, comme je l'ay montré dans nos Memoires de l'année 1703, la partie huileuse qui reste dépoüillée de son acide, ne brûle plus, même quand on la met dans la flame d'une chandelle, elle ne fait que petiller, & pour la faire brûler il la faut mettre sur des charbons fort ardens. Le phosphore de l'urine est de toutes les matieres inflammables celle qui s'enflamme le plus aisément, puisqu'elle prend feu par un simple frotement tres-leger : mais quand on en fait l'analyse, on trouve qu'il se separe en une liqueur aqueuse tres-acide, comme seroit l'esprit de vitriol, & en une matiere terreuse jaunâtre & un peu grasse, dont la premiere n'est point du tout inflammable, & la seconde ne brûle qu'avec peine. La plûpart des matieres sulphureuses metalliques, même des volatiles, ne sont point du tout inflammables ; de sorte que la proposition seroit bien vraïe de dire que toutes les matieres inflammables sont sulphureuses, mais non-pas celle que toutes les matieres sulphureuses sont inflammables.

Nous avons remarqué que tous les souffres non metalliques, comme la graisse, le sang & la moëlle dans les animaux, les huiles, les gommes & les résines dans les plantes, &c. sont composez de sel, d'eau, de terre & d'huile : mais quand on considerera que toutes les autres parties des animaux, des plantes & des bitumes sont pareillement composez de ces mêmes quatre matieres-là, ce sera un surcroit de preuve que le souffre est le seul principe actif qui se trouve dans tous ces trois genres de corps, puisque la matiere huileuse, qui en est le souffre particulier, non-seulement se trouve dans toutes les parties des animaux, des vegetaux & des bitumes, mais aussi que la matiere huileuse elle-même comprend ces autres trois principes & en

eſt composée, ce que l'on ne ſçauroit dire des autres principes. Cette composition peut être variée infiniment; car la ſubſtance d'un corps composé ne consiſtant que dans l'aſſemblage des matieres dont il eſt composé, ſi l'on change cet aſſemblage, ou en rangeant les parties autrement, ou en augmentant quelques-unes de ces parties, dont la combinaiſon eſt infinie, il eſt conſtant que le changement de la ſubſtance de ces corps pourra être infini auſſi.

La matiere de la lumiere, en produiſant les matieres ſulphureuſes, s'introduit dans la ſubſtance des corps, en change l'arrangement des parties & les augmente, & par conſequent elle change la ſubſtance même de ces corps en autant de façons qu'elle ſe peut differemment placer & en differente quantité, ce qui fait une varieté infinie; de ſorte que ſi on vouloit comparer la varieté des matieres qui exiſtent à celle qui pourroit être par toutes les combinaiſons poſſibles, nous ſerions obligez de dire, que l'Univers connu n'eſt que tres-peu de choſe en comparaiſon de ce qu'il pourroit être, & même s'il y avoit pluſieurs Mondes comme le nôtre, ils pourroient être tous differemment garnis d'objets ſans changer la matiere, ni la maniere dont ces objets ſeroient composez; ce qui marque une richeſſe & une puiſſance infinie de l'Eſtre qui a produit l'Univers.

DU MIEL

ET DE

SON ANALYSE CHIMIQUE.

PAR M. LEMERY.

1706. 10. Juillet. IL n'eſt pas neceſſaire que je traite ici de l'origine du Miel: tout le monde ſçait aſſez que c'eſt une ſubſtance ſucrine que les Abeilles ramaſſent des fleurs de diverſes plantes,

plantes, & qu'elles portent dans leur ruche pour leur nourriture & pour celle de leurs petites mouches. Cette substance sucrine ou miellée se manifeste assez au goût dans plusieurs especes de fleurs, comme dans celles du trefle des prez, dans celles des roses, des œillets; car si on les léche principalement vers la partie d'embas, qu'on appelle onglets, & qui est contenuë dans le calice, on sentira un goût doux & agreable. Cette substance reçoit dans l'Abeille & dans la ruche une élaboration qui la perfectionne & la réduit en miel.

Plusieurs choses contribuënt à faire de bon miel, comme la chaleur & la pureté de l'air, la bonté des Abeilles, la nature des plantes qu'elles ont léchées, l'adresse des Ouvriers qui y travaillent.

On retire le miel des ruches en deux saisons, au Printemps & en Automne. Il me paroît que la premiere est la plus convenable, parceque c'est le temps où les Abeilles sont dans leur plus grande vigueur; qu'elles vont humer & succer les rosées qui tombent abondamment aux mois d'Avril & de May, & que la substance des plantes est plus pure dans le renouvellement de la chaleur.

La meilleure maniere de separer le miel, est de mettre les tablettes ou gateaux qu'on a retirez des ruches sur des clayes ou nattes d'osier. Il en coule un beau miel blanc excellent qui se congelle: on l'appelle Miel vierge.

On tire encore du miel blanc des gateaux qui restent sur les clayes d'osier, en les mettant à la presse dans des sacs de corde: mais il n'est pas si bon ni si blanc que le premier, tant à cause de la cire qui y donne une legere impression, que par l'expression des mouches vives ou mortes, & même des vers gros & blancs qui s'engendrent quelquefois dans les ruches, & qui y portent un grand préjudice si l'on n'y remedie; car on observe que quand ces insectes se sont rencontrez dans le miel qu'on a exprimé, il ne se congelle pas bien, à cause du vilain suc qui y est entré: le goût en est moins agreable, & il se garde difficilement sans s'aigrir & se corrompre.

Le miel jaune est tiré de toutes sortes de gateaux vieux & nouveaux qu'on a retirez des ruches : on les rompt, on les met dans des chaudieres, on y mêle un peu d'eau, & on les fait chauffer ; puis les ayant envelopez dans des sacs de toile, on les met à la presse pour en faire sortir le miel : la cire demeure dans les sacs.

Plusieurs cantons du Languedoc & du Dauphiné fournissent le meilleur miel blanc que nous ayons en France : mais le plus estimé & le plus recherché de tous, est celui qu'on fait en un petit Bourg nommé la Corbiere, situé à trois lieuës de Narbonne : c'est celui que nous appellons miel de Narbonne. L'excellence de ce miel, à ce qu'on prétend, vient des Romarins qui sont abondans & tres-communs dans cette contrée, & dont les Abeilles sucent les fleurs ; neanmoins je remarquay en une année que je demeuray au Languedoc, qu'encore que la gelée qui y fut grande & extraordinaire l'hyver, eût fait perir presque tous les Romarins, le miel qu'on recüeillit au Printemps suivant ne ceda point en agrément ni en bonne qualité aux miels qui avoient été tirez les années précedentes.

Pour le miel jaune nous en voyons de plusieurs sortes qui different dans leur consistance, dans leur couleur plus ou moins foncée, dans leur odeur & dans leur goût. Celui qui se tire de Champagne est le meilleur ; il doit être nouveau, de consistance assez ferme, grenu, de couleur jaune dorée, d'un goût agreable. Les miels qui viennent de la Touraine & de Picardie sont moins bons ; ils sont écumeux, mal liez, & souvent d'une consistance trop liquide, de couleur jaune assez foncée, sentant un peu la cire, & d'un goût moins agreable que celui du miel de Champagne. Le miel qui se fait en Normandie est le moins bon de tous, & le plus mal preparé : sa consistance est quelquefois assez solide, & souvent trop liquide : sa couleur est rougeâtre, son odeur est desagreable, il a un goût de cire.

Ces differentes qualitez de miels ne viennent pas tan de la temperature du climat, que de la bonne ou mauva

ſe manœuvre des Ouvriers. Ceux de Normandie mettent trop d'eau dans leurs gateaux, & ils ſont obligez enſuite d'en faire conſommer une partie c'eſt peut-être ce qui rend leur miel rougeâtre. Ils en ſeparent mal la cire par les preſſoirs, ce qui fait qu'il a un goût de cire : ce n'eſt pourtant pas leur profit, car la cire eſt bien plus chere que le miel.

Le miel eſt en uſage dans quelques alimens & dans les remedes ; mais il l'étoit beaucoup davantage avant qu'on eût trouvé l'invention du ſucre. Les Anciens en aſſaiſonnoient leurs ragouts, & ils l'emploïoient pour leurs confitures, comme quand ils préparoient leur *Melimelum*, qui étoit du coing ou une autre pomme confite dans du miel. On en ſervoit ſur leurs tables. Ils s'en ſervoient pour leurs ſirops & pour leurs autres compoſitions medecinales, comme nous nous ſervons du ſucre. Ils en compoſoient diverſes ſortes de boiſſons, comme de l'Hydromel qu'ils appelloient auſſi *Melicratum*, *Aqua mulſa*, *Apomeli*. Nous nous ſervons ſouvent pour la délicateſſe du goût à la place de cet Hydromel, de l'eau ſucrée.

Ils beuvoient du vin miellé qu'ils appelloient *Oenomeli*. Nous nous ſervons à ſa place du vin ſucré, de l'Hypocras.

Ils beuvoient auſſi de l'Oximel : c'étoit un mêlange de miel & de vinaigre qu'ils temperoient avec beaucoup d'eau pour ſe rafraîchir. Nous nous ſervons à ſa place du ſirop aceteux, du ſirop de limons, ou des autres ſirops aigres, & nous n'emploïons plus guere ces liqueurs miellées que pour les remedes.

Au reſte le miel eſt ſouvent préferable au ſucre, quand on n'a point tout à fait égard à la délicateſſe du goût ; car outre que c'eſt un ramas de la ſubſtance la plus pure & la plus etherée d'une infinité de fleurs qui poſſedent de grandes vertus, il eſt plus balſamique, plus pectoral & plus anodin que le ſucre, qui n'eſt que le ſuc purifié & épaiſſi du ſeul roſeau.

Le miel devient amer par une trop forte coction, de même que les autres choſes douces ; il s'enflamme au feu à peu prés comme le ſucre.

Les Abeilles ſauvages font ſur les rochers de gros amas de miel qui ne ſervent ordinairement que pour la nourriture des mouches & des oiſeaux. Pluſieurs croïent avec aſſez de vrai-ſemblance que l'Ambre gris en provient ; mais ce n'eſt pas dont il s'agit preſentement.

Analyſe du Miel.

J'ay mis en diſtillation au bain Marie dans une grande cucurbite de grez trente-deux onces du plus excellent miel de Narbonne que j'aye pû trouver. J'en ay eu ſix onces d'une eau claire comme de l'eau commune. J'en aurois tiré davantage ſi j'avois continué la diſtillation ; mais je ne voulois que la premiere eau qu'on appelle Roſée de miel. Elle a l'odeur du miel, elle eſt inſipide ; cependant elle contient un acide, car elle a rougi le tourneſol. Elle n'a fait aucune ébulition avec l'huile de tartre, ni avec l'eſprit volatil de ſel armoniac. Cette roſée de miel eſt eſtimée propre pour faire perdre le lait aux Nourrices, pour exciter l'urine, pour aider à la reſpiration. On en prend trois ou quatre onces à la doſe, deux ou trois fois par jour.

J'ay retiré la cucurbite du bain Marie, & je l'ay placée au bain de ſable où j'ay continué la diſtillation par un feu mediocre. Le miel s'eſt beaucoup gonflé, & il a rendu quatre onces d'une ſeconde eau claire, de couleur jaune, d'une odeur de miel aſſez agreable, d'un goût acide & acre, ſentant un peu le feu. Elle a donné au tourneſol une belle couleur rouge foncée.

J'ay pouſſé le feu un peu plus fort ſous le miel, il s'en eſt élevé beaucoup de fumées blanches qui ont rempli de nuages le chapiteau & le recipient, & elles ſe ſont réſoutes en une troiſiéme eau qu'on appelle Eſprit de miel, peſant trois onces, de couleur rouge, d'une odeur de brûlé, mais agreable, & d'un goût acide fort acre, penetrant & brûlant un peu la bouche. Elle a boüillonné avec les alkali : elle a donné au tourneſol, comme la précedente, une belle couleur rouge foncée.

J'ay augmenté fortement le feu sous la cucurbite, & je l'ay continué jusqu'à ce qu'il ne parût plus de nuages dans le chapiteau. Il a distillé une quatriéme eau pesant deux onces, ayant une odeur semblable à la précedente, de couleur orangée, d'un goût acide accompagné d'acreté, mais moindre qu'en la troisiéme eau, ce qui m'a paru étonnant; car ces liqueurs devroient être de plus en plus acres à mesure qu'elles approchent de la fin de la distillation: c'est apparemment que cette derniere est plus empreinte de parties huileuses que l'autre, car l'huile adoucit & tempere l'acreté des sels. Elle a boüillonné avec les liqueurs alkalines, & elle a rougi le tournesol.

J'ay trouvé dans la cucurbite une masse tres-rarefiée, legere, noire, pesant quinze onces & demie; je l'ay remise en distillation dans une cornuë, & j'en ay encore tiré par un grand feu sept onces d'une liqueur rouge brune, teignant fortement les doigts en couleur orangée, d'une odeur forte de brûlé, mais qui n'est pas beaucoup desagreable, d'un goût acide, acre & piquant, & deux dragmes d'huile épaisse & noire comme de la poix, d'un goût acre. Cette acreté procede d'une portion de sel qui s'y est attachée. Le miel doit contenir beaucoup plus d'huile qu'il ne s'en est separé par les distillations; mais il en demeure toûjours une bonne partie dans les dernieres liqueurs distillées: car si on les laisse reposer quelques jours, il s'en précipite un peu au fond du vaisseau, & il s'en attache aux côtez. Elle est estimée bonne pour la carie des os.

J'ay rectifié la liqueur rouge-brune derniere distillée, elle est fort claire, mais sa couleur tire un peu sur le jaune: son odeur est desagreable, & son goût a un peu diminué en acreté: C'est ce qu'on appelle Esprit ou aigre de miel rectifié.

J'ay retiré de la cornuë sept onces & six dragmes d'une espece de charbon noir, rarefié, terrestre, presqu'insipide, mais marquant pourtant au goût, quand on l'a mâché, quelque legere impression de sel. J'en parleray encore dans la suite.

On voit par ces distillations que trente-deux onces de miel de Narbonne rendent vingt-quatre onces & deux dragmes de liqueur. Je n'en ay à la verité tiré que vingt-deux onces & six dragmes, mais le reste s'est dissipé par les jointures des vaisseaux ; car quelque exactitude qu'on apporte dans ces operations, il s'en perd toûjours.

Je ne me suis pas contenté d'avoir fait l'analyse du miel blanc le plus pur tiré de la ruche sans expression, j'ay fait celle du second miel tiré par une legere expression. Il étoit de bonne consistance, assez ferme, de couleur blanche tirant sur le jaune, d'assez bonne odeur, d'un goût agreable ; je l'ay fait distiller au même poids comme le précedent, j'en ay tiré les mêmes principes : mais les premieres eaux m'ont semblé moins odorantes que celles du miel de Narbonne, & il y en a eu sur le total demie-once moins. Il m'est resté dans la cornuë huit onces & deux dragmes de charbon semblable au précedent, mais un peu plus noir. Cette derniere distillation fait voir que le miel pour peu qu'il ait été exprimé au sortir de la ruche, contient plus de terre que celui qui a été fait sans expression.

J'ay fait encore l'analyse du miel de Champagne ; il étoit de bonne consistance, de couleur jaune, d'une odeur fade, d'un goût moins agreable que celui des miels dont j'ay parlé. J'en ay mis trente-deux onces en distillation : les premieres eaux que j'en ay tiré ont une odeur miellée un peu plus foible que celle des précedentes ; mais les dernieres qu'on appelle Esprit de miel, m'ont paru tant soit peu plus acres, & elles ont été moins abondantes, car je n'en ay tiré en tout que vingt-deux onces & demie. J'ay trouvé dans le chapiteau aprés la distillation, outre une petite quantité d'huile noire & épaisse, un morceau de cire jaune pesant deux dragmes, aussi dure & aussi parfaite qu'aucune autre. Cette cire avoit passé avec le miel quand on avoit pressé les gateaux, & s'y étoit tenuë dissoute, le feu l'a fait separer & élever avec l'esprit.

J'ay trouvé dans la cornuë aprés la derniere distillation neuf onces d'un charbon rarefié semblable aux précedens.

Ce miel commun de Champagne a donc contenu plus de terre que le miel blanc; ce qui vient de l'expreſſion plus forte qu'on en a faite au ſortir de la ruche.

J'ay fait encore l'analyſe du miel de Normandie; il étoit de conſiſtance aſſez ferme, de couleur jaune rougeâtre, d'une odeur & d'un goût moins agreable que les autres. J'en ay donc mis en diſtillation trente-deux onces, il en eſt ſorti des liqueurs pareilles à celles que j'ay tirées du miel de Champagne, & j'ay trouvé au chapiteau un morceau de cire peſant trois dragmes: il m'eſt reſté dans la cornuë neuf onces de charbon rarefié comme aux diſtillations précedentes.

J'ay ramaſſé tous les charbons de miel qui ſont ſortis des cornuës aprés les diſtillations dont j'ay parlé, j'en ay mêlé avec des acides les plus forts, ils n'ont point fermenté.

J'ay mis calciner à grand feu trois livres & demie ou cinquante-ſix onces de ces charbons de miel dans un pot de terre ſimple ſans verniſſure pendant dix heures: cette matiere s'eſt allumée comme le charbon ordinaire, mais elle ne s'eſt point réduite en cendres; elle n'a diminué que de dix onces, & elle eſt reſtée noire & en charbon: elle a pris un goût un peu ſalé. J'ay verſé ſur une portion de cette matiere une liqueur acide, il s'y eſt fait effervеſcence. J'ay mis le reſte tremper dans de l'eau pour en faire une leſſive, le mêlange a boüillonné comme quand on éteint de la chaux. J'ay filtré la liqueur, & je l'ay miſe évaporer, il ne m'eſt reſté qu'une dragme & demie d'un ſel alkali acre & piquant au goût. Il a fermenté avec les acides, & il a troublé la diſſolution du ſublimé. Il eſt aperitif, fondant & réſolutif comme les autres ſels alkali fixes, lexiviels. On en peut donner juſquà deux ſcrupules à la doſe.

J'ay fait ſecher dans une terrine qui n'étoit point verniſſée la cendre ou plutôt le charbon de miel reſté aprés la leſſive, il eſt demeuré inſipide, & il n'a plus été alkali. Je l'ay remis calciner, il a pris feu & il a rougi, mais il ne s'eſt point réduit en cendres, quoique le feu que j'y ay

emploïé ait été fort grand. Il n'est point non-plus revenu alkali, & je n'en ay pû tirer de sel par une nouvelle lessive que j'en ay faite. Je l'ay mis secher exactement comme devant, & j'ay fait sur cette matiere une experience qui m'a paru surprenante, & qui merite d'être rapportée ici.

J'ay mis sur un papier une portion de ce charbon de miel écrasé en poudre grossiere, j'en ay approché un couteau aimanté, j'ay apperçû que beaucoup des particules du charbon se sont aussi-tôt hérissées, ont été attirées par le couteau, & s'y sont attachées tout de même que la limaille de fer est attirée par l'aimant & s'y attache.

Cette experience montre que le charbon de miel contient du fer; car jusqu'à present il ne nous a point paru de matiere autre que le fer qui fût attirée par l'aimant. Au reste je puis assurer que toutes mes operations sur les miels ont été faites dans des vaisseaux de terre ou de verre, sans qu'il y ait eu communication du fer, ni même d'aucun autre metal. Le charbon de miel avant qu'il eût été calciné & dépoüillé de son sel, étoit aussi attiré par l'aimant, mais moins bien ou en plus petite quantité.

Cette experience confirme celles que M. Geoffroy a rapportées à la Compagnie touchant le fer qu'il assure avoir trouvé dans les cendres de differens vegetaux. Mais quoique le miel soit tiré des plantes, il a reçû tant d'élaborations differentes qu'il ne laissoit gueres lieu de soupçonner avant cette experience qu'on en pût tirer du fer.

On explique ce phenomene en deux manieres differentes. La premiere est que les racines des plantes succent un suc vitriolique ou ferrugineux dont on croit que toutes les terres sont empreintes, & que ce suc monte & se distribuë par toute la plante pour sa nourriture; d'où vient, dit-on, qu'aprés avoir brûlé la plante, on trouve dans ses cendres le fer dont le feu a fait rassembler & rejoindre les particules.

La seconde explication ne reconnoît point de fer dans les plantes en leur état naturel; mais elle prétend que le feu par la force de son action brûlant ou calcinant les plantes,

plantes, convertit une partie de leurs cendres en fer.

L'une & l'autre explication me paroît bien difficile à comprendre; car pour la premiere il faut non-seulement admettre que toutes les terres où croissent les plantes soient ferrugineuses : il faut concevoir que la substance pesante du fer ait été portée & élevée jusqu'au sommet de la plante, qu'elle ait servi à composer le suc le plus volatil & le plus pur des fleurs, ressemblant à une rosée que les abeilles lechent & recüeillent : que cette substance ait souffert toutes les élaborations dans les mouches & dans les ruches, sans que la partie ferrugineuse s'en soit separée : & qu'enfin cette partie ferrugineuse ait été à l'abri de toutes les tortures qu'on a données au miel dans l'analyse qu'on en a faite.

La seconde explication n'est pas moins obscure que la premiere; car on ne se persuadera pas aisément que la seule action du feu puisse convertir le charbon de miel en fer.

Je ne sçay si au milieu de ces deux explications, il n'y auroit point lieu de soupçonner qu'il se puisse rencontrer dans la nature plusieurs matieres autres que le fer capables d'être attirées par l'aimant. C'est peut-être ce qu'un grand nombre d'experiences nous découvrira avec le temps.

Il y a deux petites reflexions à faire sur l'analyse du miel. La premiere est, que quoique le miel en son état naturel ait une saveur tres-douce, il n'y a pas un de ses principes qui étant separé ait retenu ce goût. On en tire par la distillation une eau presque insipide, beaucoup de liqueur acide qu'on appelle esprit, de l'huile, un peu de sel fixe; mais en toutes ces substances son goût naturel ne se rencontre point, & même on a beau remêler ces principes ensemble, on n'y remettra point la douceur. Mon sentiment sur ce fait est que pour faire la douceur il faut un mêlange exact d'acide & d'huile : l'huile seule est fade & passe sur la langue sans y faire d'impression, l'acide au contraire picotte la langue; mais quand ces deux princi-

pes ſont mêlez enſemble, les pointes de l'acide ſont liées par les parties rameuſes de l'huile, enſorte qu'elles n'ont plus la force de faire de l'irritation ſur la langue, mais elles en ont aſſez pour faire penetrer doucement l'huile en lui ſervant de vehicule, & exciter ſur les nerfs du goût une agreable impreſſion ou chatoüillement que nous appellons douceur. Ce raiſonnement eſt confirmé par une infinité d'experiences, car de toutes les choſes douces on retire de l'acide & de l'huile, & alors il n'y a plus de douceur. On fait auſſi du doux en mêlant exactement un acide avec une matiere ſulfureuſe; car ſi l'on fait diſſoudre le plomb qui eſt inſipide mais ſulfureux, avec un menſtruë acide, la diſſolution ſera douce, & l'on en fera par évaporation un ſel qu'on appelle ſucre de Saturne, à cauſe de ſa grande douceur. Si enſuite l'on fait diſtiller ce ſel de Saturne, on en retirera une liqueur acide, & il n'y aura plus de ſaveur ſucrée. Il ne ſuit pourtant pas de ce raiſonnement que toutes les fois qu'on mêlera groſſierement une liqueur acide avec de l'huile ou avec une matiere ſulfureuſe, le mêlange en ſera doux : il faut pour faire la douceur que l'acide ſoit intimement & parfaitement incorporé & mêlé avec l'huile, ce qui eſt fait tres-ſouvent par la nature, & quelquefois par l'art.

La ſeconde reflexion eſt que ſuivant toutes les apparences le miel en ſon état naturel ne contient aucun alkali : tout ce qui en provient par la diſtillation eſt acide. Le charbon même qu'on en retire au ſortir de la cornuë ne donne point de marque d'alkali, puiſqu'il ne fermente point avec les acides. Et ſi le peu de ſel fixe qu'on tire de ce charbon eſt alkali, ce n'eſt qu'aprés une grande & longue calcination, qui rendant la plûpart des ſels poreux & en chaux, les fait devenir alkali d'acides qu'ils étoient. L'eſprit de miel rectifié eſt aperitif; on en peut donner juſqu'à deux ſcrupules à la doſe. On s'en ſert auſſi exterieurement pour faire croître les cheveux. Celui qui reſte au fond de la cucurbite aprés la rectification, eſt bon pour déterger les vieux ulceres : il contient la partie la plus

acre de la liqueur. Plusieurs Chimistes ont dit dans leurs écrits que l'esprit de miel rectifié dissolvoit l'or & plusieurs autres metaux: mais comme tout ce qui est écrit n'est pas toûjours veritable, j'en ay voulu faire l'experience. J'ay trouvé qu'effectivement ce menstruë avoit dissout quelque legere portion de l'or, mais sans qu'on y eût apperçû aucune fermentation.

L'argent ni l'étain n'ont point été penetrez par cet esprit: le fer en a été bien penetré, & il s'est fait une teinture noire & vitriolique.

Le plomb en a été aussi penetré, & le dissolvant a pris un goût doux & sucrin, ce qui marque une dissolution.

Le cuivre a donné au menstruë une impression & une odeur de Venus, mais il ne lui a point fait changer de couleur.

Le mercure en a été penetré, & il s'en est dissout une petite portion.



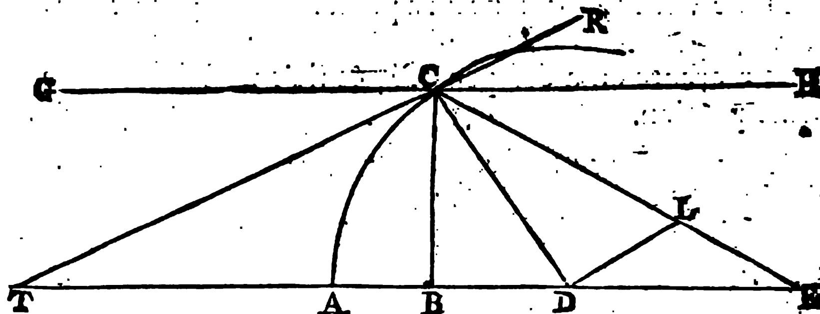
* METHODE

Pour trouver les foyers des Lignes Geometriques de tous les genres.

PAR M. ROLLE.

ARTICLE PREMIER.

1706. 21. Juillet. Soit *AC* une Courbe telle qu'on voudra, & que l'on veüille trouver tous les foyers qui se forment dans son axe generateur *AE*.



On observera en premier lieu les lignes qui doivent servir au calcul. Ensuite l'on exprimera chacune de ces lignes par des lettres : ce qui se peut faire en cette maniere.

AB abscisse quelconque dont l'appliquée *BC* fait un angle droit *CBD* avec l'axe *AE*, & le point *C* est un point pris à volonté sur la Courbe.

CD est une droite perpendiculaire à la Courbe proposée, ou le rayon de la tangente au point *C*.

T est un point donné sur l'axe *AB*.

TCR est un rayon de lumiere, ou le rayon incident, ou le rayon direct.

CE est le rayon lumineux rompu en *C*, qui rencontre l'axe en un point *E*.

DL parallele au rayon incident *TC*.

DCR ou *TCD* eſt l'angle d'incidence.

DCE eſt l'angle rompu, ou l'angle de refraction. Ainſi l'angle rompu *DCE*, & l'angle d'incidence *TCD* ou ſon égal *CDL*, ſont deux angles du triangle *CLD*; & delà il eſt aiſé de voir que le côté *CL* eſt au côté *LD*, comme le ſinus de l'angle d'incidence eſt au ſinus de l'angle rompu.

On prendra m & n pour exprimer les rapports du ſinus de l'angle d'incidence au ſinus de l'angle rompu.

y pour l'expreſſion des abſciſſes *AB*.

x pour les appliquées *BC*.

z pour la ſous-perpendiculaire *BD*.

t pour *TA*. l pour *TC*.

v pour *AE*. d pour *DE*.

h pour *DL*, & par conſequent $\frac{mh}{n}$ pour *CL*.

r pour *CE*. Ainſi l'on aura $r - \frac{mh}{n}$ pour *LE*.

s pour la ſoûtangente des y.

Cela poſé, on formera toutes les égalités que fournit la figure rectiligne. Ce qui ſe peut faire comme on le voit ici.

$y + z + d = v$. pour les parties de l'axe.

$s : x :: x :: z$. Donc $sz = xx$. Parceque l'appliquée eſt moïenne proportionnelle entre la ſoûtangente & la ſoûperpendiculaire.

$ll = xx + yy + 2yt + tt$. à cauſe de l'angle droit *CBT*.

$rr = xx + zz + 2dz + dd$. à cauſe de l'angle droit *CBE*.

$d : h :: v + t : l$. Donc $ld = hv + ht$.

$h : r - \frac{mh}{n} :: l : r$. Donc $rh = lr - \frac{mhl}{n}$.

Ces deux dernieres égalités ſe tirent des triangles ſemblables *EDL*, *ETC*: Et ces deux triangles ſont ſemblables à cauſe que *DL* eſt parallele à *TC*.

Faiſant évanoüir toutes les inconnuës hors l, r, t, v, on trouvera cette égalité:

$$mvsl - mxxl - mysl = ntsr + nxxr + ntsr.$$

Où l'on voit que l & r ſont en ſituation réciproque, auſſi-bien que v & t. Ce qui ſervira dans la ſuite à faire voir que

le point E se peut considerer comme un point donné, & le point T comme celui que l'on cherche.

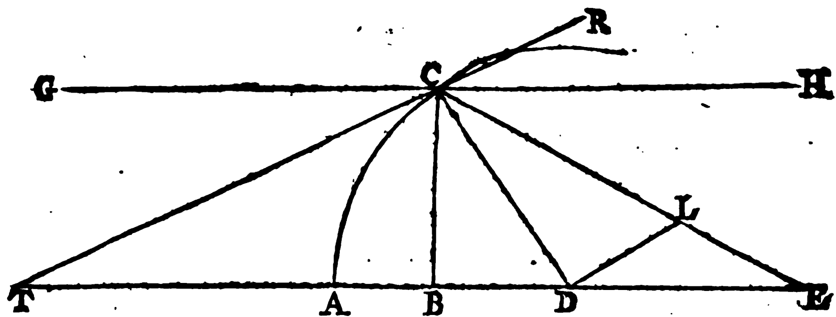
Et si l'on fait encore évanoüir l & r, on aura l'égalité ou la formule que l'on voit icy en M.

$$M.\quad \overline{mvs - mxx - mys}^2 \times \overline{tt + 2ty + yy + xx} = \overline{nts + nxx + nys}^2 \times \overline{vv - 2vy + yy + xx}.$$

Dans cette formule M la lettre t exprime une ligne donnée ou indéterminée, & tandis que cette ligne sera finie les rayons TC feront toûjours un angle oblique avec l'appliquée CB. Mais si l'on veut que cet angle soit droit, & que par consequent les rayons incidens soient paralleles à l'axe; alors l'inconnuë t deviendra infinie, & dans ce cas son premier coëfficient sera détruit dans la formule M, selon ce qui a été dit des premiers coëfficiens dans la methode des Questions indéterminées que je donnay au public en l'année 1699. Ensorte que la formule M se réduira à celle que l'on voit icy en N.

$$N.\quad \overline{mvs - mmx - mys}^2 = nnss \times \overline{vv - 2vy + yy + xx}.$$

Ainsi l'égalité N est une formule pour le cas où les rayons sont paralleles à l'axe, comme l'égalité M est une formule pour les rayons qui sont obliques à l'axe, & qui partent d'un point fixe T.



On trouveroit encore cette formule N par la comparaison des lignes ou des angles, en supposant que le rayon GC soit parallele à l'axe AB. Alors l'angle d'incidence

GCD seroit égal à l'angle *CDE* du triangle *CDE*; & l'on a dans le même triangle l'angle rompu *DCE*: de maniere que le côté *CE* seroit au côté *ED*, comme le sinus de l'incidence au sinus de la refraction, ou comme m est à n. Et prenant les autres égalités qui se presentent, on en tireroit d'abord la formule *N*.

Comme les foyers qui se forment des rayons paralleles sont les premiers dont on fait quelque usage, & que la formule en est simple, je la prendray pour exemple dans la suite de ce premier Memoire.

ART. II. Si l'on a l'égalité generatrice d'une Courbe, & que l'on veüille trouver les foyers de cette Courbe avec les conditions que l'on a marquées dans l'Article precedent, on prendra l'égalité de la soûtangente qui appartient à l'axe sur lequel sont les foyers; & comparant ces deux égalités à celles du premier Article, ou seulement à la formule qui en résulte, on en fera évanoüir toutes les inconnuës hors x & v. En quoy il faut observer de mettre au lieu de m & de n les nombres qui leur sont égaux, & il arrivera que les deux inconnuës x & v se trouveront dans la réduite, ou bien que cette réduite n'aura que la seule inconnuë v. Ce qui marque deux cas dans la Regle.

Si l'on prend pour exemple l'égalité generatrice marquée *P*, on aura pour la soûtangente des y, celle que l'on voit en *R*.

$$P.\ 9xx = 18ay - 5yy. \quad R.\ s = \frac{9xx}{9a - 5y}.$$

Et voulant trouver les foyers des rayons qui sont paralleles à l'axe des y, on prendra ces deux égalités avec la formule *N* de l'Article précedent pour en faire évanoüir les inconnuës x & y. En quoy il faut se souvenir de substituer les nombres qui sont égaux à m & à n, ou qui en marquent le rapport; & si l'on a $m = 3$ avec $n = 2$, comme on le fait ordinairement lorsque les rayons passent de l'air dans le verre, la réduite sera telle qu'on la voit icy en *D*.

$$D \ldots\ 5vv - 18av + 9aa = 0.$$

ART. III. Lorsque l'inconnuë v est la seule inconnuë

de la réduite, comme dans l'exemple du précedent Article, on a autant de foyers sur l'axe proposé, qu'il se trouve de racines réelles dans cette réduite, & chacun de ces foyers est un point geometrique.

Pour trouver ces foyers il n'y a qu'à prendre sur cet axe des parties comme AB qui soient égales à ces racines.

Dans l'exemple proposé les racines de la réduite sont $3a$ & $\frac{1}{5}a$. Ainsi du point A comme centre & des intervales $3a$ & $\frac{1}{5}a$, ayant décrit deux cercles, les deux points où ils coupent l'axe du côté de E, sont deux foyers de la Courbe proposée qui ont les conditions requises.

ART. IV. Si les deux inconnuës x & v se trouvent dans la réduite, on supposera que le dernier terme des x est égal à 0. Ce qui donnera une égalité dans laquelle il n'y aura que la seule inconnuë v : Et cette égalité étant résoluë, ses racines serviront à trouver les foyers qu'on demande, comme on le va dire icy.

Soit pour exemple l'égalité generatrice marquée icy en E.

$$E \ldots \quad xx = 2ay - yy.$$

On aura pour l'égalité des soûtangentes celle que l'on voit icy en F.

$$F \ldots \quad s = \frac{xx}{a-y}.$$

Comparant ces deux égalités avec la formule N pour avoir les foyers des rayons qui sont paralleles à l'axe, comme on l'a dit aux Articles qui précedent, & prenant $2m = 3n$ pour le rapport des sinus, on trouvera la réduite H.

$$H. \quad \begin{array}{l} +64vvxx + 25v^4 = 0. \\ -128avxx - 100av^3 \\ +64aaxx + 46aavv \\ \qquad\qquad + 108a^3v \\ \qquad\qquad - 63a^4 \end{array}$$

Et supposant que le dernier terme des x soit égal à 0, on aura l'égalité G.

$$G. \quad 25v^4 - 100av^3 + 46aavv + 108a^3v - 63a^4 = 0,$$

dont les racines sont $-a$. $\quad \frac{3}{5}a$. $\quad \frac{7}{5}a$. $\quad 3a$.

Les

Les racines d'une égalité ainsi trouvée, sont les limites des foyers que l'on demande sur l'axe proposé *AB*, pour tous les rameaux de la Courbe proposée : Et comme on ne demande pas ordinairement tous ces foyers, ni même l'étenduë entiere d'un seul, on peut en rabatre tout ce qui ne sert point aux desseins particuliers que l'on peut avoir sur ce sujet, comme on le va dire icy.

Parmi tous ces foyers il s'en trouve d'imaginaires qui doivent être exclus, & souvent aussi il s'en trouve de negatifs qui ne répondent pas à l'intention que l'on a. Mais la methode les distingue, & cela se peut faire en cette maniere.

On disposera les racines de l'égalité *G* selon l'ordre de leur grandeur, comme on le voit en *K*.

$K \ldots \quad -a. \quad \frac{3}{5}a. \quad \frac{7}{5}a. \quad 3a.$

Et l'on prendra d'autres grandeurs dans leurs intervales une dans chacun, comme je l'ay dit dans la methode des indéterminées, & comme on le voit icy en *L*.

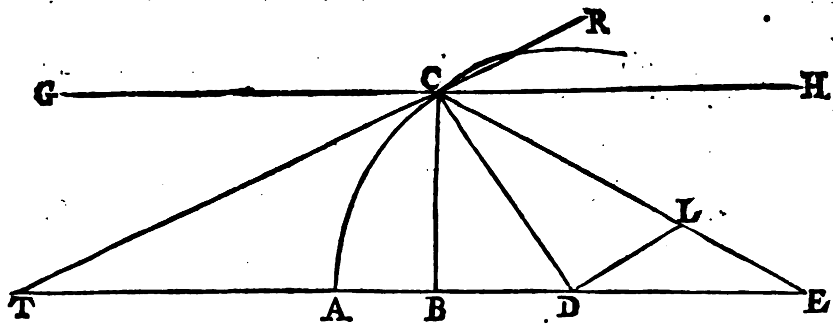
$L \ldots \quad -2a. \quad 0. \quad \frac{2}{3}a. \quad 4a.$

Ensuite on substituëra chacune de ces quantités au lieu de v dans la réduite *H*, pour sçavoir si elle donne des valeurs réelles ou des imaginaires pour x dans l'égalité qui résulte de la substitution.

Si la résultante renferme des valeurs réelles de x, alors l'intervale dans lequel aura été prise la valeur substituée sera un foyer lineaire où se vont rendre tous les rayons rompus. Ainsi l'on trouvera que l'intervale de $-a$ à $\frac{3}{5}a$ est un foyer, & que l'intervale de $\frac{7}{5}a$ à $3a$ est encore un foyer de la Courbe proposée sur l'axe proposé : parceque la substitution de 0 & celle de $2a$ qui ont été prises dans ces intervales donnent des valeurs réelles pour l'inconnuë x.

Mais il peut arriver que parmi ces foyers il y en ait quelques-uns qui n'ont pas toutes les conditions que l'on y a desirées ; auquel cas on peut toûjours s'en assurer par le calcul. Car toutes ces conditions doivent être exprimées par des égalités dans le Problême rectiligne, com-

me on l'a fait ici art. 1. & 2. De maniere que ce Problême étant pleinement résolu, il sera facile de voir si tous les segmens de la Figure sont tels qu'on les a supposés ou qu'on les desire. Quelquefois une partie de ces conditions suffiroit pour exclure les foyers qui ne conviennent pas, ou bien pour s'assurer de ceux qui conviennent. Par exemple, dans l'hypothese que l'action de la lumiere se fait de *G* en *C*, il faut que les foyers soient dans l'axe positif *AB*, & delà on voit que le foyer qui a pour limites $-a$ & $\frac{2}{5}a$ ne peut pas satisfaire à cette condition.



Mais delà on peut voir aussi que le foyer renfermé entre $\frac{7}{5}a$ & $3a$ est un foyer lineaire qui a toutes les conditions que l'on y a demandées.

Cette methode est generale pour les lignes geometriques de tous les genres; mais elle suppose d'autres methodes que j'ay données au public, comme on le verra dans les Remarques suivantes.

REMARQUES.

Premiere. Souvent il arrive que l'égalité proposée fournit differentes Courbes, ou une Courbe composée de differens rameaux, & il est certain que tous ces rameaux ne peuvent pas également convenir aux differens desseins que l'on peut avoir sur la fabrique & sur l'usage des verres. Ainsi il est comme necessaire pour cette raison & pour d'autres raisons encore, de connoître les contours de tous ces rameaux & leur differente situation à l'égard de l'axe

generateur, & de l'origine qui leur eſt commune. Ce qui ſe peut faire par le moïen de la methode que je donnay au public en l'année 1699 pour la résolution des Queſtions indéterminées, ſelon ce qui en a été dit dans les Memoires de l'Academie de l'année 1702 pag. 174, & de l'année 1703 pag. 132.

Seconde. Dans l'hypotheſe que les foyers doivent être placés ſur l'axe, il eſt évident qu'en pluſieurs occaſions il faudroit le transferer, & par conſequent transformer l'égalité generatrice. Cela ſe peut faire en general par le moïen des formules que j'ay données pour ces tranſpoſitions d'axes dans le Journal du 13 Avril 1702 pag. 245, ou bien par des voïes particulieres qui ſont ordinaires, & qui peuvent quelquefois ſuffire dans cette occaſion.

On peut chercher les foyers dans le plan de la Courbe ſans faire cette tranſpoſition d'axes, ni par conſequent transformer l'égalité propoſée; & même on le peut faire lorſque les rayons viennent d'un point donné hors de l'axe dans le même plan. Alors il faudroit faire des additions & d'autres changemens dans le Problême rectiligne: ce qui augmenteroit le calcul, mais il n'y auroit d'ailleurs aucune difficulté conſiderable.

Troiſiéme. Les réduites telles que *H* du ſecond exemple produiſent des Courbes dont les axes ſont les foyers des Courbes propoſées; enſorte que ces axes ſont Cauſtiques, & même leurs Courbes le ſont auſſi. Ainſi la réduite *H* fournit deux feüilles égales & ſemblables, dont les axes limités ſont deux foyers lineaires de la propoſée *E*, & l'on peut dire que ces feüilles ſont plus ou moins ardentes, ſelon que leurs parties ſont plus ou moins proches de l'axe, & ſelon que les parties de cet axe ſont plus ou moins embraſées.

Quatriéme. Les *maxima* & les *minima* de la réduite ſervent à diſtinguer dans chacun des foyers que fournit la methode, toutes les parties qui conviennent aux differens rameaux de la Courbe propoſée. Ainſi dans le dernier exemple les *maxima* de *x* pris dans la réduite diviſent

chaque foyer en deux parties, dont l'une appartient au demi-cercle qui presente sa convexité aux rayons lumineux, l'autre partie de ce foyer appartient au demi-cercle qui reçoit ces rayons dans sa concavité. Mais dans cette seconde partie il faut supposer que la refraction se change en une espece de reflexion, de maniere que l'incidence soit à cette reflexion comme *m* à *n*, ou bien que la refraction dans ce demi-cercle ne dirige point les rayons lumineux du côté de l'axe, & que par consequent il faut retrancher du foyer tout ce superflu pour satisfaire au dessein que l'on s'est proposé. Ainsi ayant trouvé que le foyer positif est l'intervale de $\frac{7}{5}a$ à $3a$ pour le cercle entier, on trouvera $2a - \frac{2a}{\sqrt{5}}$ pour ce qui appartient au premier demi-cercle dans lequel les refractions ont les conditions requises, & le reste $\frac{2a}{\sqrt{5}} - \frac{2}{5}a$ qui appartiendroit au second demi-cercle pourra être rejetté.

Cinquiéme. Par le moïen d'une réduite telle que *H*, on peut trouver les parties de la Courbe proposée qui conviennent à un foyer dont la longueur est donnée, & par consequent trouver le diametre du verre qui convient à ce foyer donné. On peut encore par la même réduite trouver la longueur du foyer qui convient à une portion donnée de cette Courbe, & par consequent à un verre dont le diametre est donné dans tous les cas possibles. Ce qui est évident, puisque des deux inconnuës de cette réduite, l'une exprime la longueur du foyer, & l'autre la hauteur du verre.

On n'a envisagé dans la methode & dans ces remarques que la superficie du verre, ne voïant pas qu'il y ait de la difficulté quand il faut avoir égard à son épaisseur, ni quand il faut se servir de plusieurs verres, lorsque l'on a une methode pour la surface d'un verre quelconque.

Sixiéme. J'ay dit dans le second article de la methode de substituer les valeurs de *m* & de *n*, & il étoit bon de le dire pour mieux faire voir comment le troisiéme article est distingué du quatriéme article. Mais il y a des égali-

tés, quoique conçûës en termes generaux, où il ne seroit pas necessaire de faire cette substitution en y appliquant le troisiéme article, & on le verroit si l'on prenoit pour exemple l'égalité marquée icy en *T*.

$$T \ldots \quad mmxx = 2ammy + nnyy - mmyy.$$

On s'appercevroit d'abord, en y appliquant les trois premiers articles, que l'inconnuë x s'évanoüit par elle-même, sans qu'il soit necessaire de déterminer m ni n. On verroit aussi qu'il ne demeure dans la réduite que la seule inconnuë v : que par consequent tous les foyers sont des points geometriques, & que l'on a toûjours $v = \frac{am}{m \pm n}$ pour les trouver, lorsque les rayons sont paralleles à l'axe.

Septiéme. La methode que je viens de proposer étant bien conçûë, il sera facile de l'appliquer aux égalités dont les coëfficiens sont indéterminés, & de former son inverse par le moïen de la methode des indéterminées dont j'ay parlé dans la premiere remarque. Il y a des exemples neanmoins où cette methode ne seroit pas necessaire, comme on le va voir icy.

Soit pour exemple l'égalité marquée *V*.

$$V \ldots \quad bxx = 2aby + cyy.$$

Et qu'on veüille y appliquer la Regle que j'ay donnée icy pour trouver sur l'axe des y les foyers de toutes les Courbes que fournit cette égalité, on aura d'abord $s = \frac{bxx}{ab + cy}$ pour les soûtangentes.

Ces deux égalités étant comparées à la formule *N* du premier article pour faire évanoüir les inconnuës, on trouvera, aprés que s & le quarré yy auront disparu, la résultante que l'on voit icy en *S*.

$$S \ldots \quad \begin{array}{lll} + cnnbxx & - 2nnbcvy & + nnbcvv = 0. \\ + nnbbx & + 2mmbcvy & - mmbcvv \\ - mmbbxx & + 2mmccvy & + 2mmabcv \\ - 2bcmmxx & - 2mmabby & - mmaabc \\ - mmccxx & + 2mmabby & \\ & + 2mmabcy & \end{array}$$

Où l'inconnuë y se trouve encore. Ainsi il faudroit poursuivre son évanoüissement pour avoir une réduite dans laquelle il n'y eût que x & v comme au quatriéme article. Mais si l'on ne veut que le cas du troisiéme article, il n'y a qu'à distribuer tous les monomes de cette égalité hors ceux dont v est la seule inconnuë, & ceux aussi qui ne renferment aucune des inconnuës, pour en former un problême auxiliaire comme on l'a fait dans l'inverse generale des tangentes, & comme on le voit icy en C.

$$C. \begin{cases} +nncb+nnbb-mmbb-2mmbc-mmcc=0. & \text{pour les } xx. \\ -2nnbc+2mmbc+2mmcc=0. \ldots & \text{pour les } vy. \\ -2nnabb+2mmabb+2mmabc=0. & \text{pour les } y. \end{cases}$$

Prenant a, b, c, pour les inconnuës du problême auxiliaire qu'expriment ces trois égalités, on trouvera d'abord $c=\frac{nnb-mmb}{mm}$ qui résout entierement ce problême; & substituant cette valeur de c dans S, cette égalité S aura la forme que l'on voit icy en A.

$$A \ldots \quad nnbcvv-mmbcvv+2ammbcv-mmbcaa=0.$$

Dans laquelle on trouve $v=\frac{am}{m+n}$ qui donne sur l'axe des y tous les foyers des Courbes proposées qui sont des points geometriques. Et substituant aussi la valeur de c dans la proposée V, on aura la résultante qui est marquée T dans la sixiéme Remarque. Ensorte que cette égalité T renferme toutes les Courbes du premier genre dont les foyers sont des points geometriques sur l'axe des y, & delà aussi on voit que les valeurs de v prises dans D donnent tous ces foyers.

Mais pour l'universalité de la methode il faut poursuivre l'évanoüissement de y jusqu'à ce qu'il ait entierement disparu, & supposer que le dernier terme des x est égal à 0, comme on l'a dit au quatriéme article de la methode; de maniere que l'égalité ainsi formée n'aura que la seule inconnuë v.

Comme cette égalité se résout entierement par la division, il n'est pas necessaire d'y appliquer la methode des indéterminées pour tirer avantage de l'indétermination,

& même l'on trouvera que les racines ne ſont pas fort compoſées. Car ces racines ſont comme on les voit icy en *E*.

$$E. \begin{cases} v = \frac{am}{m+n}. & v = \frac{acm + 2abm + 2abn}{-cm - cn}. \\ v = \frac{am}{m-n}. & v = \frac{acm + 2abm - 2abn}{cn - cm}. \end{cases}$$

Enſorte que ces quatre valeurs de v donnent tous les foyers de toutes les Courbes du premier genre ſur l'axe propoſé, ſoit que ces foyers ſoient des points geometriques, ou qu'ils ſoient lineaires.

Si l'on veut les foyers du cercle, il eſt évident que dans ce cas l'égalité propoſée en *V* devient $xx = 2ay - yy$, & que par conſequent il faut faire $b = -c$ pour ſubſtituer cette valeur de b dans les formules. Ce qui donne $v = \frac{am}{m \pm n}$, & $v = \frac{am - 2an}{m - n}$ pour les foyers du cercle.

Pour la Parabole on aura $c = 0$, & par conſequent $v = \frac{am}{m \pm n}$ & $v = \infty$ pour ſes foyers.

On aura les foyers de l'hyperbole en prenant un nombre poſitif pour $\frac{c}{b}$, & l'on trouvera ceux de l'Ellipſe ſi l'on prend pour $\frac{c}{b}$ un nombre negatif plus grand ou plus petit que l'unité ; enſorte que la ſubſtitution de ces valeurs dans *E* donnera les foyers ſur l'axe propoſé, & que la ſubſtitution de ces valeurs dans l'égalité *V* déterminera l'eſpece des hyperboles & des Ellipſes auſquelles ces foyers conviennent.

Juſques-icy j'ay pris le mot de foyer ſelon l'idée la plus ordinaire des Geometres, & ſelon cette idée l'on peut voir que toutes les Courbes ont des foyers finis ou infinis.



PRINCIPES GENERAUX POUR LA RESOLUTION DES EQUATIONS NUMERIQUES.

PAR M. DE LAGNY.

La premiere Partie est dans les Memoires de l'Academie de l'année 1705. page 277.

SECONDE PARTIE.

1706. 21. Juillet.

RESoudre une équation numerique, c'est trouver la valeur ou les valeurs de l'inconnuë en nombres entiers lorsque cette valeur ou ces valeurs sont rationelles, & les trouver à moins d'une unité prés, lorsqu'elles sont irrationelles.

Je suppose ces équations sans incommensurables & sans fractions, parcequ'il est toûjours aisé de leur donner cette forme par les regles ordinaires.

Résolution reguliere est celle qui se fait par une methode reglée universelle & infaillible. Cette methode est d'autant plus parfaite qu'elle est plus courte & plus simple. C'est pourquoy, si par une certaine methode je trouve le nombre cherché deux ou trois fois plutôt que par une autre, la premiere methode est deux ou trois fois plus parfaite ou meilleure que la seconde.

De quelque methode qu'on se serve, on ne peut trouver que par parties & l'une aprés l'autre le nombre cherché, lorsqu'il est grand. J'appelle ces parties, le premier, le second, le troisiéme, &c. membre de la racine. Ainsi dans l'extraction des racines quarrées, cubiques, &c. suivant l'expression ordinaire des chifres fondée sur la progression décuple, si la racine cherchée est par exemple 8673, on trouve d'abord le premier chifre, 8, c'est à dire le premier membre, 8000; & par le moïen de celui-ci on trouve le second, 6 ou 600; & par la somme de ces deux premiers membres 86 ou 8600 considerés comme un seul membre, on

on trouvera le troisiéme, 7 ou 70; enfin par la somme des trois premiers membres trouvés, 867 ou 8670 considerés comme un seul membre, on trouve le quatriéme & dernier membre 3, ce qui donne la racine entiere cherchée, 8673.

Comme ces regles sont fondées sur le choix arbitraire, ou plutôt capricieux, de la progression décuple, elles se sentent de ce défaut, & elles ne peuvent être aussi parfaites que des regles fondées uniquement sur la raison & la nature même des équations indépendamment de toute expression arbitraire. Le premier & le plus grand défaut de toutes les methodes qu'on a données jusqu'à present est le tatonnement. Rien ne fatigue & ne rebute tant que de travailler à l'aveugle; & quoique le nombre des tatonnemens soit reglé, il est constant par l'experience de tous ceux qui se mêlent de calcul, qu'il y a un espece de chagrin & d'affliction d'esprit inséparables du mauvais succés de l'operation, lorsqu'aprés avoir suivi exactement les regles on trouve qu'on a pris trop ou trop peu, & qu'il faut recommencer le calcul tout de nouveau. C'est, pour ainsi dire, se tromper avec art & methode: toute operation où il entre du tatonnement est indigne du nom d'operation mathematique ou scientifique. On n'a, pour s'en convaincre, qu'à comparer les operations geometriques à celles de l'Arithmetique ordinaire. Que penseroit-on de la résolution d'un problême geometrique, où il faudroit tatonner & recommencer plusieurs fois la même operation avant que d'être assuré qu'on eût bien operé? Je fais également abstraction des erreurs de fait, & je ne parle que de celles qui sont essentielles à la methode.

Le principal avantage de mes logarithmes est d'exclure absolument tout tatonnement des operations arithmetiques, c'est à dire, de la division & de l'extraction des racines qui y sont essentiellement sujettes dans l'Arithmetique ordinaire, & le principal avantage de ma nouvelle methode de résoudre les équations est aussi d'en exclure tout tatonnement.

Il faut remarquer qu'au lieu d'une eſpece de tatonnement qui ſe trouve dans la diviſion ordinaire, il y en a pluſieurs eſpeces plus difficiles & plus embarraſſantes dans l'extraction des racines, à meſure qu'on les tire d'une puiſſance plus élevée, ou que l'équation eſt compoſée d'un plus grand nombre de termes affectés de ſignes differens.

Dans l'extraction de la racine quarrée, outre les tatonnemens eſſentiels à la diviſion, il y en a une nouvelle eſpece de plus; parceque le diviſeur qui devroit & qui ne peut pas être $2ab + b$, car c'eſt b qu'on cherche, eſt ſeulement $2a + 1$; ainſi il ne ſuffit pas de trouver par les tatonnemens ordinaires de la diviſion le plus grand quotient qui multiplié par $2a + 1$ produiſe $2ab + b$, tel que ce produit puiſſe être ôté du dividende correſpondant, il faut qu'on en puiſſe ôter $2ab + bb$. Je ſuppoſe b plus grand que 1.

Dans l'extraction de la racine cubique le diviſeur devroit & ne peut pas être $3aa + 3ab + bb$, parceque c'eſt b qu'on cherche, & on ne peut prendre univerſellement pour diviſeur que $3aa + 3a + 1$; c'eſt pourquoi le tatonnement eſt plus grand que dans la racine quarrée: car il ne ſuffit pas de pouvoir ôter du dividende $3aab + 3ab + 1b$, il faut en pouvoir ôter $3aab + 3abb + b^3$, ainſi du reſte. Je ſuppoſe toûjours b plus grand que 1.

En un mot dans l'extraction des racines le diviſeur eſt toûjours trop petit & imparfait, & d'autant plus imparfait que la racine cherchée eſt celle d'une puiſſance plus élevée.

C'eſt encore toute autre choſe dans l'extraction numerique des racines des équations compoſées. Car le grand nombre des termes, le raport different des coëfficiens, & le mélange des ſignes + & − qui ſe détruiſent en partie, cauſe neceſſairement une tres-grande incertitude dans les operations, & les tatonnemens s'y trouvent en plus grand nombre, plus pénibles, plus rebutans & plus ſujets à erreur.

Le ſecond défaut des anciennes methodes vient du

choix arbitraire de la progreſſion décuple, qui fixe le raport du premier membre d'une racine cherchée au ſecond, & celui du ſecond au troiſiéme, & ainſi de ſuite ſans aucune raiſon & contre la nature de l'équation; ce qui rend en general la réſolution plus longue & plus imparfaite.

Comme il s'agit de détruire un préjugé également ancien & general, je vais tâcher de rendre ſenſible ce défaut dont perſonne, que je ſçache, ne s'eſt apperçû.

Je ſuppoſe qu'on veüille trouver le raport du rayon au côté de l'octodecagone. J'appelle le rayon a & le côté x, j'aurai cette équation à réſoudre,

$$x^3 = 3aax - a^3.$$

Et ſuppoſant le rayon $a = 100000.000$, j'aurai cette équation numerique,

$$x^3 = 300000.00000.00000.0x - 100000000.00000000.00000000.$$

Ou pour abreger l'expreſſion,

$$x^3 = 30^{16}x - 10^{24}.$$

Il faut trouver la petite valeur d'x.

Si l'on ſuit les methodes ordinaires de Viete, d'Harriot, d'Ougtred, &c. on trouvera $x = 34729.635$.

La premiere operation donnera le premier chifre 3, & celui-ci par une ſeconde operation plus longue que la premiere donnera le ſecond chifre 4. Ces deux joints enſemble & faiſant 34 donneront par une troiſiéme operation beaucoup plus longue que la ſeconde le troiſiéme chifre 7, & ces trois joints enſemble faiſant 347 donneront par une quatriéme operation incomparablement plus longue que les trois autres le quatriéme chifre 2, & ainſi de ſuite; enſorte qu'il y a toûjours autant d'operations à faire que de chifres à trouver dans la racine, & que la difficulté de les trouver augmente continuellement à chaque operation.

Mais ſuivant ma methode on trouvera,

Pour premier membre $\frac{1}{3}a$	$= 33333.333\frac{1}{3}$
Pour le ſecond . . . . $\frac{1}{72}a$	$= 1388.888\frac{8}{9}$
Pour le troiſiéme . . $\frac{73}{984744}a$	$= \ldots 7.413+$
Somme	$= 34729.635+$

Il eſt évident que cette derniere methode eſt incomparablement plus abregée que la premiere.

Le troiſiéme défaut eſt d'exprimer les valeurs des racines des équations numeriques par des formules irrationelles qui ſont ou tout à fait inutiles, n'étant qu'une pure petition de principe, ou qui donnent des valeurs de l'inconnuë plus obſcures & plus inintelligibles aprés cette prétenduë réſolution qu'auparavant.

Si l'on demande la valeur de x dans l'équation $xx = 7056$ & qu'on réponde, x eſt égal à la racine quarrée de 7056. $x = \sqrt{7056}$, c'eſt certainement tres-mal répondre ; car c'eſt une pure petition de principe, & je n'en ſuis pas plus avancé : il faut répondre, x eſt égal à 84, & ſi l'équation eût été $xx = 7200$, il auroit fallu répondre x eſt irrationelle & ſa valeur eſt entre 84 & 85. Il eſt vrai qu'il faut encore pouvoir approcher à l'infini de la veritable valeur en fractions ; car une équation numerique n'eſt parfaitement réſoluë que lorſqu'on donne toutes les valeurs poſſibles rationelles en nombres, & qu'on peut approcher à l'infini des valeurs irrationelles, tout le reſte eſt chimerique.

Soit l'équation du ſecond degré $xx + 54876x = 384181$, ſi l'on répond ſuivant la formule irrationelle ordinaire $xx + ax = bb$ qui donne $x = \sqrt{\frac{1}{4}aa + bb} - \frac{1}{2}a$; ſi, dis-je, l'on répond $x = \sqrt{753.228.025} - 27438$, on aura tres-mal répondu & tres-mal operé, car la racine eſt 7 ; & au lieu du grand & pénible détour qu'il faut prendre ſuivant la formule, je n'ai qu'à comparer le coëfficient d'x qui eſt 54876 comme diviſeur à l'homogene de comparaiſon, 384181, je vois qu'en 38 qui ſont les deux premiers chifres du dividende 5 premier chifre du diviſeur y eſt 7 fois, & je me détermine à prendre 7, parceque comptant les chifres du coëfficient comme côté, & ceux de l'homogene comme plan, je trouve cinq tranches dans le premier, & trois ſeulement dans le ſecond, ce qui marque que le coëfficient eſt le terme dominant, & dans tous les cas ſemblables on peut & on doit operer de même. Aprés avoir trou-

vé 7 je le multiplie par le coëfficient 54876, & j'ajoûte au produit qui eſt 384132 le quarré de 7 qui eſt 49, & la ſomme 384181 ſe trouve égale à l'homogene de comparaiſon; & s'il ſe fût trouvé un peu plus grand ou plus petit d'un nombre moindre que le coëfficient, la racine auroit été irrationelle, & on auroit pû approcher à l'infini de ſa valeur ſuivant les methodes que j'ai données dans mon Traité de l'Extraction & de l'Aproximation des racines.

Cette remarque du terme *dominant* qui fait regarder xx comme nul, abrege l'operation indéfiniment; enſorte qu'on réſoudra dans un moment une équation qu'on ne pourroit pas réſoudre par les formules ordinaires dans un jour entier de calcul. Car il eſt aiſé de comprendre que quelque petite que ſoit la valeur cherchée, elle peut être multipliée par un nombre indéfiniment grand, & le produit augmenté ou diminué du quarré de cette même valeur ſera égal à un homogene indéfiniment grand, ce qui demande ſuivant la formule une ſuite d'operations indéfiniment longues; ce qu'on évitera par le moïen de cette remarque qui s'applique également à la formule $-xx+ax=bb$.

Ceci paroît encore plus ſenſiblement dans la troiſiéme formule $xx-ax=bb$; car lorſqu'ax eſt le terme dominant, il n'y a qu'à ſuppoſer $x=a+\frac{bb}{a}$. Par exemple, ſoit l'équation propoſée $xx-54876x=384181$, il n'y a qu'à ſuppoſer $x=54876+\frac{384181}{54876}$ ſ 7 ou 54883; & lorſque bb eſt plus petit que a, il n'y a qu'à ſuppoſer bb nul, & l'on aura x égal à a pour valeur approchée.

Lorſque l'homogene au contraire eſt le terme dominant, on peut negliger le coëfficient, & ne faire qu'une ſimple extraction de racine de l'homogene.

L'on ne doit donc ſe ſervir de la methode ordinaire que lorſqu'il n'y a aucun terme qui domine ſenſiblement, encore y auroit-il beaucoup d'autres remarques à faire pour trouver la valeur ou les deux valeurs cherchées le plus promptement qu'il ſoit poſſible dans chaque cas.

Mais dans les équations du ſecond degré ſi le chemin qu'on tient en ſuivant les formules eſt ſouvent trop long & trop pénible, on a du moins l'avantage d'être aſſuré qu'on arrivera au but. C'eſt ce qui ne ſe trouve pas dans les équations du troiſiéme & du quatriéme degrés, dont la plus grande partie eſt abſolument inexprimable, & le reſte eſt exprimé d'une maniere ſi obſcure & ſi embarraſſée, qu'il vaudroit beaucoup mieux laiſſer l'équation dans l'état où elle eſt propoſée, que de la réſoudre de cette maniere. Je dis que la plus grande partie eſt abſolument inexprimable, parceque toute expreſſion où il entre des nombres imaginaires, chimeriques & contradictoires doit paſſer pour nulle, puiſqu'elle ne peut ſervir à trouver la valeur cherchée de la racine; & il faut remarquer qu'on ne tombe dans ces imaginaires que par le mauvais choix qu'on fait d'un terme non dominant comme s'il étoit dominant, & qu'il dût ſervir principalement à trouver la racine au lieu qu'on auroit dû s'attacher à un autre terme. C'eſt ce que je vais tâcher d'expliquer à fonds.

On peut réduire aux trois formules ſuivantes toutes les équations du troiſiéme degré.

$$x^3 = ax + b$$
$$x^3 = ax - b$$
$$x^3 = -ax + b$$

Je n'examine pas ici ſi cette réduction eſt le *meilleur* & le plus court chemin pour réſoudre ces équations; car ce qui eſt le plus ſimple & le plus commode à retenir pour le Lecteur, ou le plus aiſé à traiter pour l'Auteur, n'eſt pas toûjours le plus facile pour le Calculateur. C'eſt pourtant ce qu'on devroit avoir uniquement en vûë.

Dans la premiere formule $x^3 = ax + b$ le nombre des équations qu'on peut former en entier ſur une même valeur eſt déterminé. Par exemple, ſi je ſuppoſe x égal à 100, je pourrai former toutes les équations ſuivantes, à commencer par $x^3 = 0x + 1000000$ excluſivement.

$$x^3 = 1x + 999.900$$
$$x^3 = 2x + 999.800$$

$x^3 = 3x + 999.700$
&c. = &c. + &c.
Premiere Epoque. $x^3 = 300x + 970.000$
$x^3 = 301x + 969.900$
$x^3 = 302x + 969.800$
&c. = &c. + &c.
Seconde Epoque. $x^3 = 7500x + 250000$
$x^3 = 7501x + 249.900$
$x^3 = 7502x + 249.800$
&c. = &c. + &c.
Troisiéme Epoque. $x^3 = 9800x + 20000$
$x^3 = 9801x + 19900$
$x^3 = 9802x + 19800$
&c. = &c. + &c.
& finir par $x^3 = 10000x + 0$ exclusivement.

Le nombre des équations possibles est donc égal au quarré de l'inconnuë moins un.

L'homogene de comparaison est le terme dominant depuis $x^3 = 1x + 999900$ jusqu'à $x^3 = 7500x + 250000$, & il est tellement dominant que jusqu'à $x^3 = 300x + 970000$ qui est la premiere Epoque, c'est à dire jusqu'à ce que le coëfficient soit triple de la racine, il suffit de tirer la racine cubique prochainement plus grande de cet homogene pour avoir la valeur cherchée. Ainsi pour résoudre cette équation $x^3 = 200x + 980.000$ je neglige $200x$, & je tire simplement la racine cubique de 980000 prochainement plus grande, & c'est 100.

Dans l'équation $x^3 = 7500x + 250000$ qui est la seconde Epoque, & où le coëfficient est égal aux trois quarts du quarré de la racine, & l'homogene égal au quart du cube de cette même racine: ces deux termes dominent dans une parfaite égalité, ou plutôt aucun des deux ne domine, & l'on peut également trouver la racine ou par l'extraction de la racine quarrée des quatre tiers du coëfficient, ou par l'extraction de la racine cubique du quadruple de l'homogene. Jusques-là le cas est réductible suivant la formule de Tartalea $x^3 = ax + b$.

Donc $x = \sqrt[3]{\frac{1}{2}b + \sqrt{\frac{1}{4}bb - \frac{1}{27}a^3}} + \sqrt[3]{\frac{1}{2}b - \sqrt{\frac{1}{4}bb - \frac{1}{27}a^3}}$.

Mais cette formule a deux ou trois défauts : Le premier d'engager inutilement à plusieurs extractions de racines quarrées & cubiques, lorsqu'on peut en plusieurs cas ne faire qu'une seule extraction de racine cubique, comme je viens de le faire voir dans l'équation* $x^3 = 200x + 980000$.

Le second de donner sous une formule irrationelle des valeurs rationelles, ce qui oblige aprés un long calcul de verifier par la substitution si la racine rationelle trouvée est exacte, & ce défaut ne se trouve pas dans le second degré.

Le troisiéme défaut est que l'expression de la racine est si peu naturelle, si obscure & si envelopée, qu'elle est en quelque maniere connuë plus distinctement dans l'équation même avant qu'aprés sa résolution.

En effet soit l'équation $x^3 = 6x + 464$, dont la racine 8 est exprimée suivant la formule par $\sqrt[3]{232 + \sqrt{53816}} + \sqrt[3]{232 - \sqrt{53816}}$. Je dis & je soûtiens que tout esprit attentif & libre de préjugés, apperçoit plus clairement ou plutôt moins confusément la valeur de l'inconnuë $x = 8$ dans l'équation $x^3 = 6x + 464$ que dans la formule $x = \sqrt[3]{232 + \sqrt{53816}} + \sqrt[3]{232 - \sqrt{53816}}$; car dans l'équation il ne s'agit que de trouver un nombre dont le cube soit égal à 464 plus six fois sa racine, au lieu que suivant la formule il faut trouver, 1°. Un nombre dont le quarré soit égal à 53816, c'est à dire qu'il faut tirer la racine quarrée de ce nombre, ce qui ne se peut faire exactement dans cet exemple. 2°. Il faut aprés avoir ajoûté la racine trouvée à 232, trouver un second nombre dont le cube soit égal à cette somme. 3°. Aprés avoir ôté cette même racine de 232, il faut trouver un troisiéme nombre dont le cube soit égal à la difference, & la somme de ces deux derniers nombres fera la racine cherchée. Voilà donc trois nombres inconnus à trouver dans la formule, au lieu d'un

d'un seul qu'il faut trouver dans l'équation : encoré est-il impossible de trouver exactement aucun de ces trois nombres dés que le premier 53816 ou en general $\frac{1}{4}bb - \frac{1}{27}a^3$ n'est pas un quarré parfait. Or j'ai démontré dans mes Elemens d'Algebre que ce quarré n'étoit parfait qu'en autant d'équations que la moitié de la racine contient d'unités, c'est à dire, que si la racine est 8 comme dans l'exemple ci-dessus, il n'y a que quatre équations où la formule donne la valeur cherchée aprés une extraction de racine quarrée, une addition, une extraction de racine cubique, une soustraction, une seconde extraction de racine cubique & une addition ; & pour parvenir à cette formule il faut prendre la moitié d'un nombre, la quarrer, prendre le tiers d'un autre nombre & le cuber, & soustraire ce cube du quarré ; ce qui fait en tout onze operations dans le cas le plus favorable. Or le nombre des équations possibles étant $xx - 1$, & celui des équations où la formule donne la valeur cherchée sans déguisement étant seulement $\frac{1}{2}x$ lorsque le nombre cherché est pair, ou $\frac{1}{2}x - 1$ lorsqu'il est impair ; il est évident qu'il y a une infinité plus de cas où la formule donne la valeur de la racine déguisée, qu'il n'y en a où elle la donne pure & simple telle qu'elle est. Car $\frac{1}{2}x$ ou $\frac{1}{2}x - 1$ est un infiniment ou indéfiniment petit par raport à $xx - 1$: Mais, dira-t-on, quelque déguisée ou envelopée que soit la valeur de la racine elle est exacte & tout y est connu, au lieu que dans l'équation le raport de la racine ou de son cube à un nombre donné n'est pas immediatement connu, & ce raport est mêlé & composé avec le raport du coëfficient multiplié par la racine même. Je répons,

1°. Que c'est une erreur & un préjugé de croire que la racine est connuë lorsqu'on en connoît le quarré, le cube, ou telle autre puissance qu'on voudra. On ne connoît cette racine qu'aprés l'extraction faite, & il y a un infinité de cas où cette extraction est imparfaite.

2°. Je conviens que cette équation $x^3 = 464$ est plus simple & plus aisée à résoudre que celle-ci $x^3 = 6x + 464$.

Mais cette derniere toute seule, quoiqu'affectée d'un terme moïen, me paroît plus simple, plus connuë, ou pour ainsi dire plus connoissable que ces trois-ci jointes ensemble $yy = 53816$, $z^3 = 232 + y$, & $u^3 = 232 - y$; d'où résulte $x = z + u$ suivant la formule, ou si l'on veut $x = 2t$, & $t^3 + 3rrt = 232$, & $r^3 + 3ttr = \sqrt{53816}$.

Depuis la seconde Epoque $x^3 = 7500x + 250000$ jusqu'au dernier cas $x^3 = 10000x + 0$ exclusivement, c'est ce qu'on appelle le cas irreductible, parcequ'il ne peut pas être résolu suivant la formule de Tartalea: le terme dominant est le coëfficient, & il est tellement dominant depuis la troisiéme Epoque $x^3 = 9800x + 20000$, qu'on peut absolument negliger l'homogene de comparaison, & tirer simplement la racine quarrée approchée du coëfficient pour avoir la racine cherchée en y ajoûtant une unité. Cette Epoque commence à l'endroit où l'homogene de comparaison est égal au double du quarré de la racine, & le coëfficient égal au quarré de cette racine moins le double de cette même racine; ainsi pour résoudre cette équation $x^3 = 9801x + 19900$, je tire la racine quarrée de 9801, comme si j'avois seulement $x^3 = 9801x$ ou $xx = 9801$, la racine est 99 que j'augmente d'une unité, la somme 100 est la racine cherchée.

Je donnerai la methode generale de résoudre toutes ces équations, & principalement celles qui sont comprises entre la seconde & la troisiéme Epoque qui sont les seules difficiles.

Dans la seconde formule $x^3 = ax - b$, supposant toûjours $x = 100$, on peut former cette suite infinie d'équations, à commencer par $x^3 = 10000x - 0$ exclusivement.

$x^3 = 10001x - 100$

$x^3 = 10002x - 200$

&c. = &c. — &c.

Premiere Epoque. $x^3 = 10200x - 20000$

Où la racine quarrée du coëfficient commence à être plus grande d'une unité que la racine cherchée. $x^3 = 10201x - 20100$

$x^3 = 10202x - 20200$

&c. = &c. — &c.

Seconde Epoque. $x^3 = 30000x - 2000000.$ Point de partage où le coëfficient 30000 est le triple du quarré de la racine, & l'homogene 2000000 est le double de son cube.

Jusqu'ici le nombre 100 est la plus grande valeur d'x, aprés quoi il devient la plus petite.

$x^3 = 30001x - 2000100$

$x^3 = 30002x - 2000200$

&c. = &c. — &c.

Troisiéme Epoque. $x^3 = 30300x - 2030000$

Où le coëfficient surpasse le triple du quarré du triple de la racine, & où les deux valeurs commencent immediatement aprés à se surpasser d'une unité.

$x^3 = 30301x - 2030100.$ Les deux valeurs sont 100 & 101.

$x^3 =$ &c. — &c.

$x^3 = 30604x - 2060400.$ Les deux valeurs sont 100 & 102.

$x^3 =$ &c. — &c.

$x^3 = 89869x - 7986900.$ Les deux valeurs sont 100 & 237.

&c. = &c. — &c.

& ainsi de suite à l'infini.

Ces racines ont donc un terme fixe de petitesse, & n'en ont aucun de grandeur.

Le nombre des équations possibles pour la même & plus grande racine est égal au double du quarré de l'inconnuë dans l'exemple ci-dessus, c'est depuis $10001x$ jusqu'à $30000x$. Le coëfficient commence dans la seconde formule là où il finit dans la premiere.

Enfin dans la troisiéme formule $x^3 = b - ax$ le nombre des équations est absolument infini,

à commencer par $x^3 = 1000000 - 0x$ exclusivement.

$x^3 = 1000100 - 1x$

$x^3 = 1000200 - 2x$

$x^3 =$ &c. — &c.

Epoque où la racine cubique de l'homogene commence à être plus grande d'une unité que la racine cherchée.

$x^3 = 1030300 - 303x$

$x^3 = 1030400 - 304x$

$x^3 = 1030500 - 305x$

$x^3 = 1030600 - 306x$

$x^3 =$ &c. — &c. & ainsi de suite à l'infini.

Cette derniere formule peut être pleinement résoluë par la regle de Tartalea, ainsi je ne m'y arrêterai pas.

Il y a donc le quart des équations de la premiere formule qui est dans le cas irreductible, & la seconde formule y est toute entiere suivant ce que j'ai démontré dans mes Elemens d'Arithmetique & d'Algebre. J'ajoûterai ici que du quart irreductible de la premiere formule

qui tombe dans les imaginaires, il y en a autant d'imaginaires rationels que la douziéme partie du quarré de l'inconnuë contient d'unités dans sa racine ; ainsi l'inconnuë étant 100, son quarré est 10000 ; & la douziéme de ce quarré est $833\frac{1}{3}$, dont la racine approchée en entiers est 28 : c'est-pourquoi je dis qu'on pourra former 28 équations dans cette premiere formule du troisiéme degré où les imaginaires seront rationels, & pas davantage : ce seront les équations où x est égal à

$$\underline{50+-1}+\underline{50--1}$$
$$\underline{50+-2}+\underline{50--2}$$
$$\underline{50+-3}+\underline{50--3}$$
$$\&c. + \&c.$$
$$\underline{50+-28}+\underline{50--28}$$

Cette remarque quoiqu'assez curieuse par raport à la Theorie n'est d'aucun usage dans la pratique, parcequ'on connoît aussi peu la valeur des imaginaires rationaux que celle des irrationaux.

Dans la seconde formule $x^3=ax-b$ il y a toûjours deux racines positives & une negative qui est la somme des deux positives, & cette racine negative devient la seule positive de l'équation $x^3=ax+b$, & au contraire les deux racines negatives de celle-ci sont les deux positives de l'autre.

L'ordre veut qu'on cherche toûjours la petite racine la premiere comme la plus aisée à trouver ; mais dés qu'on en connoît une, on trouvera aisément l'autre par cette formule.

Soit c une des racines de l'équation $x^3=ax-b$, l'autre sera $\sqrt{a-\frac{3}{4}cc}-\frac{1}{2}c$. Par exemple,

Soit l'équation $x^3=19x-30$. Soit $19=a$, & qu'une des valeurs d'x donnée soit $2=c$; donc $\sqrt{a-\frac{3}{4}cc}-\frac{1}{2}c=\sqrt{19-3}-1=\sqrt{16}-1=4-1=3$ seconde valeur cherchée.

Et au contraire soit la valeur donnée $3=c$, on aura $\sqrt{a-\frac{3}{4}cc}-\frac{1}{2}c=\sqrt{19-6\frac{3}{4}}-1\frac{1}{2}=\sqrt{12\frac{1}{4}}-1\frac{1}{2}=3\frac{1}{2}-1\frac{1}{2}=2$ valeur cherchée.

Pour le démontrer il n'y a qu'à former l'équation des trois racines

$x-c=o$,

$x-d=o$,

$x+c+d=o$, l'on trouvera $d=\sqrt{a-\frac{3}{4}cc}-\frac{1}{2}c$, & réciproquement $c=\sqrt{a-\frac{3}{4}dd}-\frac{1}{2}d$.

Je commence par résoudre la seconde formule $x^3=ax-b$, parcequ'elle est toute entiere dans le cas irreductible, & que par cette raison elle a toûjours été regardée comme la plus difficile, & qu'elle est d'ailleurs la plus utile par raport à la trissection de l'angle qui s'y réduit.

REGLE GENERALE.

Soit l'équation donnée $x^3=ax-b$.

RESOLUTION UNIVERSELLE EN LETTRES.

1°. $x=\frac{b}{a}=c$ & $a-cc=d$.

2°. $x=c+\frac{b-cd}{a-3cc}=e$ & $a-ee=f$.

3°. $x=e+\frac{b-ef}{a-3ee}=g$ & $a-gg=h$, & ainsi de suite.

REMARQUE I.

On abregera la seconde équation en prenant $c+\frac{c^3}{a-3cc}$ au lieu de $c+\frac{b-cd}{a-3cc}$; car $c^3=b-cd$ puisque $d=a-cc$ & $c=\frac{b}{a}$.

REMARQUE II.

Lorsqu'on ne veut pas negliger les fractions, on aura,

1°. $\frac{b}{a}$ premier membre de la racine.

2°. $\frac{b^3}{\overline{a^3-3bb}\times a}$ second membre, & $\frac{b}{a}+\frac{b^3}{\overline{a^3-3bb}\times a}=\frac{\overline{a^3-2bb}\times b}{\overline{a^3-3bb}\times a}=\frac{c}{d}$.

3°. $\frac{\overline{bd-ac}\times dd+c^3}{\overline{add-3cc}\times d}$ troisiéme membre, & $\frac{c}{d}+$ ce troisiéme membre $=\frac{e}{f}$.

4°. $\frac{bf - aee \times ff + e^3}{aff - 3ee \times f}$ — quatriéme membre, & ainſi de ſuite.

REMARQUE III.

Il faut que a^3 ſoit égal ou plus grand que $\frac{1}{4}bb$, autrement l'équation ſeroit impoſſible ſuivant ce qui a été démontré par Schooten & pluſieurs autres. Dans le cas d'égalité $\frac{13}{27}a^3 = \frac{1}{4}bb$, on aura $x = \sqrt{\frac{1}{3}a} = \sqrt{\frac{1}{2}b}$. Dans le cas d'inégalité la racine ſera d'autant plus aiſée à trouver que a^3 aura un plus grand raport à bb.

RESOLUTION EN NOMBRES.

Je ſuppoſe que a & b ſont les nombres entiers, & qu'on cherche la valeur d'x en nombres entiers.

1°. Prenez en nombres entiers prochainement plus grands les valeurs de tous les quotiens $\frac{b}{a}$, $\frac{b - cd \text{ ou } c^3}{a - 3cc}$, $\frac{b - ef}{a - 3ee}$, &c.

2°. Dés que le produit cd ou ef &c. ſe trouvera égal à b, la queſtion eſt réſoluë, & on aura la valeur exacte d'x en entiers.

3°. Dés que ce produit cd ou ef &c. ayant été plus petit que b dans l'operation précedente ſe trouve plus grand dans la ſuivante, la queſtion eſt auſſi réſoluë, la valeur d'x eſt irrationelle, & on a ſa valeur en entiers à moins d'une unité prés.

4°. Lorſque ce produit approche fort de la valeur de b, on peut prendre pour diviſeur $a - 3cc - 2c - 1$ au lieu de $a - 3cc$, ce qui épargnera quelquefois une operation.

5°. Au lieu de prendre d'abord $\frac{b}{a}$ on peut prendre telle valeur plus grande en entiers qu'on voudra, pourvû qu'elle ſoit plus petite que la valeur d'x; ce qui ſe connoîtra aiſément par le raport des $b - cd$ ou c^3 comparé au diviſeur $a - 3cc$.

6°. Lorſque les nombres a & b ſont tels qu'un même nombre qui meſure a par ſon quarré, meſure b par ſon cube, on pourra réduire l'équation en moindres termes.

Ainsi $x^3 = 300x - 2000$ se réduit à $y^3 = 3y - 2$, & pour lors $x = 10y$. Cette remarque est generale pour toutes les équations.

7°. On peut couper a en tranches de deux chifres, & b en tranches de trois chifres de droit à gauche, & operer d'abord seulement sur la premiere tranche de l'un & de l'autre; car on abregera par-là l'operation par raport au premier membre de la racine lorsqu'elle est fort grande.

8°. Lorsque $3cc$ ou $3ee$ &c. se trouvent plus grands que a, l'équation est impossible.

9°. Lorsque la racine est irrationelle on la trouvera en entier à moins d'une unité prés, & on pourra en approcher à l'infini en fractions.

I. Exemple.

Soit $x^3 = 52416x - 1244160$.

C'est l'exemple d'Harriot pages 146, 147 & 148 de son Exegetique numerique.

J'ay donc $a = 52416$
$b = 1244160$

Donc $\frac{b}{a} = \frac{1244160}{52416} . = 23 +$. Je prends suivant la regle ci-dessus, article premier, le nombre 24 pour premier membre de la racine, je le quarre, c'est $576 = cc$ que j'ôte de $52416 = a$, & j'ai $a - cc = 51840 = d$ que je multiplie par le même $24 = c$, le produit est 1244160 qui se trouve $= b$; d'où je conclus suivant l'article second de la même regle que la racine cherchée est 24.

Pour trouver la seconde racine je prends la moitié de 24, c'est 12 que je quarre, c'est 144 que je triple, c'est 432 que j'ôte de 52416, il reste 51984 dont la racine quarrée est 228 dont j'ôte le même 12, le reste 216 est la seconde racine cherchée.

La methode d'Harriot & de Viete demande trois pages *infolio* de calcul.

II. Exemple.

Soit l'équation $x^3 = 3x - 1$, ou $x^3 = 300x - 1000$, ou

$x^3 = 30000x - 2000000$ &c. qui ſont des équations geometriquement ſemblables du côté de l'octodecagone, dont le rayon eſt 1 ou 10 ou 100 &c.

J'aurai 1°. $\frac{b}{a} = \frac{1}{3} = 3\frac{1}{3} = 33\frac{1}{3}$ &c. premier membre.

2°. $\frac{c^3}{a - 3cc} = \frac{b^3}{a^3 - 3bb \times a} = \frac{1}{72} = 013\frac{8}{9}$ &c. ſecond membre.

3°. $\frac{bd - ac \times dd + c^3}{add - 3cc \times d} = \frac{73}{984744} = 00007413 +$ troiſiéme membre, ce qui donne pour le côté cherché 34729.635 + &c.

REMARQUE.

On peut toûjours preparer l'équation par cette formule de la biſſection de l'angle $4xx - \frac{x^4}{aa} = bb$ dans laquelle a repreſente le rayon, b la corde de l'arc double, & x la corde de l'arc ſimple; on peut, dis-je, preparer l'équation de maniere que la réſolution ſoit auſſi prompte & même plus prompte que celle-ci.

Soit l'équation donnée dans le cas irreductible de la premiere formule $x^3 = aax + b$.

FORMULE UNIVERSELLE.

$$x = a + \frac{b}{2aa} - \frac{cd - b}{3cc - aa} - \frac{ef - b}{3ee - aa} \text{ \&c.}$$

$$a + \frac{b}{2aa} = c.$$

$$cc - aa = d.$$

$$ee - aa = f.$$

&c.

c'eſt à dire que le premier membre de la racine eſt $a + \frac{b}{2aa} = c$ trop grand. On ſuppoſe enſuite $cc - aa = d$, & le ſecond membre negatif ou à ſouſtraire eſt $\frac{3cc - aa}{cd - b}$. Soit enſuite $c - \frac{cd - b}{3cc - aa} = e$, & $ee - aa = f$. Le troiſiéme membre à ſouſtraire eſt $\frac{ef - b}{3ee - aa}$, & ainſi de ſuite juſqu'à ce

ce qu'on trouve une racine exacte en entier ou une racine approchée à moins d'une unité prés lorſque cette racine eſt irrationelle.

EXEMPLE.

Soit l'équation donnée $x^3 = 7569x + 243100$, j'ai donc $aa = 7569$ & $a = 87$ & $b = 243100$.

$a + \frac{b}{2aa} = 87 + \frac{243100}{15138}$ } 16 — $= 103 — = c$.

15138

91720

15138

Donc $cc = 10609$ & $3cc = 31827$

$- aa = 7569$ $- aa = 7569$

Donc $cc - aa = 3040 = d$ $\quad$ 24258 ou

multiplié par $c = 103$ $\quad$ $3cc - aa$

9120

3040

produit $cd = 313120$

$- b = 243100$

$cd - b = 70020$ (3 — ſecond membre.

diviſé par $3cc - aa = 24258$

Le premier membre eſt donc 103 & le ſecond — 3, il reſte 100 pour la racine que je quarre, c'eſt 10000 dont j'ôte 7569, il reſte 2431 que je multiplie par 100, le produit 243100 eſt égal à l'homogene b donné, ainſi 100 eſt la racine cherchée.

REMARQUE I.

Pour conſerver l'analogie entiere on pourroit ſuppoſer,

Le premier membre $= a$ & $aa - aa = 0$.

Le ſecond . . . $= - \frac{aa - b}{3aa - aa} = + \frac{b}{2aa}$ & $a + \frac{b}{2aa} = c$.

Le troiſiéme . . . $= - \frac{cd - b}{3cc - aa}$ & $c - \frac{cd - b}{3cc - aa} = e$.

Le quatriéme . . $= - \frac{ef - b}{3ee - aa}$, & ainſi de ſuite.

premier membre a, pour second $-\frac{ab}{a^3-2b}$ &c.

EXEMPLE.

On demande la secante de 80 degrés ou des $\frac{4}{9}$ de la circonference du cercle.

Le rayon étant 1 le sinus de 10^d ou de la $\frac{1}{36}$ partie du cercle est la moitié du côté de l'octodecagone, lequel côté est la petite racine de l'équation $x^3 = 3x - 1$, & la secante de 80^d est le double d'une valeur d'y dont $y^3 = 3yy - 1$; & il en est de même de toutes les secantes dont les arcs ne peuvent être donnez que par la trissection de l'angle.

J'ai donc $a = 3$ & $b = 1$, & par consequent $a - \frac{ab}{a^3-2b}$ $= 3 - \frac{3}{25} = \frac{72}{25} = c$, donc $cc = \frac{5184}{625}$, donc $a - c = d = 3$ $- \frac{72}{25} = \frac{3}{25}$, donc $ccd = \frac{15552}{15625}$ que j'ôte de $b = 1$, il reste $\frac{73}{15625}$ que je divise par $3cc - 2ac = \frac{15552}{625} = \frac{432}{25}$, c'est à dire par $\frac{118800}{15625}$, le quotient est $\frac{73}{118800}$ que j'ôte de $\frac{72}{25}$, il reste $\frac{342071}{118800} = 2.879385^{vi} -$ &c. dont le double $5.758770^{vi} -$ est effectivement la secante de 80^d conformément aux Tables.

DEMONSTRATION

Pour la formule $x^3 = ax - b$.

Cubez a & quarrez b & divisez a^3 par bb, si le quotient est $6\frac{3}{4}$ (il ne peut jamais être moindre suivant ce qui a été démontré par Schooten, comme j'ai déja dit ci-dessus) la racine sera $\frac{3b}{2a}$. Car soit $a = 3cc$ & $b = 2c^3$, on aura l'équation $x^3 = 3ccx - 2c^3$, le cube de $3cc$ est $27c^6$ & le quarré de $2c^3$ est $4c^6$ & le quotient $\frac{27c^6}{4c^6} = 6\frac{3}{4}$. Or lorsque $x^3 = 3ccx - 2c^3$, il est évident que $x = \frac{3b}{2a} = \frac{6c^3}{6cc} = c$; car en substituant c à la place d'x, on aura $c^3 = 3c^3 - 2c^3 = c^3$.

2°. On démontrera de même que si le quotient $\frac{a^3}{bb} = 7\frac{1}{9}$

la racine ou plutôt une des racines sera $\frac{4b}{3a}$, comme si l'équation est $x^3 = 4ccx - 3c^3$, on aura $a = 4cc$ & $b = 3c^3$, & par consequent $a^3 = 64c^6$ & $bb = 9c^6$; donc $\frac{a^3}{bb} = \frac{64c^6}{9c^6} = 7\frac{1}{9}$ & $\frac{4b}{3a} = \frac{12c^3}{12cc} = c$. Il est évident que $x = c$; car en substituant c à la place d'x dans l'équation $x^3 = 4ccx - 3c^3$, on aura $c^3 = 4c^3 - 3c^3 = c^3$.

3°. Si le quotient est $7\frac{13}{16}$, une des racines sera $\frac{5b}{4a}$.

Si ce quotient est $8\frac{16}{25}$, on aura pour racine $\frac{6b}{5a}$.

Si ce quotient est $9\frac{19}{36}$, on aura $\frac{7b}{6a}$.

Si ce quotient est $10\frac{22}{49}$, on aura $\frac{8b}{7a}$.

Si ce quotient est $11\frac{25}{64}$, on aura $\frac{9b}{8a}$.

&c.

Et universellement si le quotient $\frac{a^3}{bb} = c + \frac{3c-8}{\overline{c-3}^2}$ ou $= c + \frac{3c-8}{cc-6c+9}$, la racine sera $\frac{\overline{c-2}\times b}{\overline{c-3}\times a}$.

Mais si le quotient ne se trouve pas dans la suite de cette progression, la racine cherchée sera necessairement entre les deux termes prochains de cette même progression; ainsi lorsque ce quotient est 27 comme dans l'équation de l'octodecagone $x^3 = 3x - 1$, ou $x^3 = 12x - 8$, ou $x^3 = 27x - 27$, ou $x^3 = 48x - 64$ &c. $x^3 = 300x - 1000$ &c. la racine cherchée est entre $\frac{25b}{24a}$ & $\frac{24b}{23a}$, parceque lorsque $x = \frac{24b}{23a}$ le quotient $\frac{a^3}{bb} = 26\frac{70}{529}$, & lorsque $x = \frac{25b}{24a}$ le même quotient $\frac{a^3}{bb}$ est égal à $27\frac{73}{576}$ suivant la formule $c + \frac{3c-8}{\overline{c-3}^2}$ pour le quotient, & suivant la formule $\frac{\overline{c-2}\times b}{\overline{c-3}\times a}$ pour la racine. Ces deux formules commencent par $5\frac{7}{4}$. $6\frac{10}{9}$. $7\frac{13}{16}$. continuant à l'infini. On a donc pour premiers membres de la racine cherchée $\frac{\overline{c-2}\times b}{\overline{c-3}\times a}$; & parceque $c = \frac{a^3}{bb}$ par l'hypothese, la fraction $\frac{3c-8}{\overline{c-3}^2}$ étant un indéfi-

niment petit par raport aux quantités constantes a, b, c, si l'on substituë $\frac{a^3}{bb}$ à la place de c dans l'équation $\frac{\overline{c-2}\times b}{\overline{c-3}\times a}$, on aura $\frac{a^3b-2b^3}{a^4-3abb}$, ou $\frac{b}{a}+\frac{b^3}{a^4-3abb}$, ou $+\frac{b^3}{\overline{a^3-3bb}\times a}$. Si l'on suppose $\frac{b}{a}=c$ (c'est une nouvelle valeur de c differente de la formule $\frac{\overline{c-2}\times b}{\overline{c-3}\times a}$) & qu'on substituë cette valeur dans la fraction $\frac{b^3}{\overline{a^3-3bb}\times a}$, on aura pour premiers membres de la racine cherchée cette valeur $c+\frac{c^3}{a-3cc}$ qui est précisément la valeur trouvée par la regle. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Pour trouver ensuite les autres membres $e+\frac{b-ef}{a-3ee}$ &c. je suppose $c+\frac{c^3}{a-3cc}=e$, ou $ax-x^3=b$. Or puisque e est plus petit que x, il s'ensuit necessairement que l'homogene de comparaison pour $ae-e^3$ sera plus petit que l'homogene de comparaison pour $ax-x^3$, c'est à dire que le premier sera plus petit que b. Soit donc $a-ee=f$, il s'ensuit que f est plus petit que b, & $b-ef$ est la difference des deux homogenes de comparaison pour les équations semblables,

$$ax-x^3=b. \quad ae-ee.$$
$$ae-e^3=ef=\overline{a-ee}\times e.$$

Enfin pour avoir un troisiéme homogene, puisque x est un nombre entier & que e est plus petit, je ne puis pas supposer moins pour x que $e+1$ que je substituë dans l'équation $ax+x^3=b$, ou $a-xx=\frac{b}{x}$, ce qui me donne $ae+1a-eee-3ee-3e-1=d$, & si $d=b$ la question est résoluë, & $x=e+1$; mais si l'homogene d est encore plus petit que b, il est évidemment plus grand que ef, parceque l'homogene de comparaison augmente à mesure que la racine qui le forme augmente, & d est formé par $e+1$, & ef seulement par e : c'est-pourquoi je fais une regle de 3, & je dis la difference des homogenes

$ae - e^3 = ef$ & $ae - e^3 - 3ee - 3e - 1 + 1a = d$ eſt $a - 3ee - 3e - 1$. Celle des homogenes $ax - x^3 = b$ & $ae - e^3 = ef$ eſt $b - ef$. La difference des racines e & $e + 1$ qui ont formé les homogenes ef & d eſt 1. Je dis donc ſuivant la regle de la premiere partie de ce Traité, ſi $a - 3ee - 3e - 1$ difference dans l'homogene vient de 1 difference dans les racines, de combien viendra $b - ef$? Le quotient $\frac{b - ef}{a - 3ee - 3e - 1}$ donnera le troiſiéme membre de la racine; mais parceque $3e + 1$ eſt un infiniment petit par raport aux quantités conſtantes a & b, ef, je ne prends univerſellement que $\frac{b - ef}{a - 3ee}$. *Ce qu'il falloit trouver.*

Il me reſte à prouver que ce troiſiéme membre & la ſuite des autres qu'on peut trouver de la même maniere à l'infini, forment une ſomme plus petite que la racine, & qui en approche à l'infini lorſqu'elle eſt irrationelle, & c'eſt tout ce qu'on peut ſouhaiter en ces matieres.

Soit trois équations ſemblables.

$x^3 = ax - b$. & ſoit $y = x + e$.
$y^3 = ay - c$. & $z = y + f = x + e + f$.
$z^3 = az - d$.

Je dis que ſi l'on fait comme $c - b : d - c :: y - x$ à une quatriéme quantité $\frac{\overline{d - c} \times \overline{y - x}}{c - b}$, la compoſée $y + \frac{\overline{d - c} \times \overline{y - x}}{c - b}$ ſera plus petite que z ou que $x + e + f$. Car en ſubſtituant on aura $ax - x^3 = b$

& $ay - y^3 = c$
ou $ax + ae - x^3 - 3exx - 3eex - e^3 = c$.

Donc $c - b = ae - 3exx - 3eex - e$ &c. & enfin on aura $\frac{afe - f^3e - 3ffex - 3ffee, - 3fexx - 6eefx - 3fe^3}{ae - 3exx - 3eex - e^3}$ qui eſt plus petit que f, puiſqu'il reſte tous termes negatifs.

On prouvera de la même maniere que cette difference deviendra plus petite qu'aucune quantité donnée, & que par conſequent on peut approcher à l'infini de la valeur de la racine lorſqu'elle eſt irrationelle.

Enfin non-ſeulement tous les autres cas réductibles ou

irréductibles du troisiéme degré, mais generalement toutes les équations se peuvent résoudre par les mêmes principes, c'est à dire par la regle de trois appliquée à la difference des homogenes & à celles des valeurs qui les ont produits, ce qui est trop évident pour s'arrêter à le démontrer en détail.

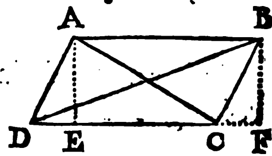
SUR UNE PROPOSITION DE GEOMETRIE ELEMENTAIRE.

PAR M. DE LAGNY.

THEOREME.

DAns tout parallelogramme la somme des quarrez des deux diagonales est égale à la somme des quarrez des quatre côtez. 1706. 28. Juillet.

Si le parallelogramme est rectangle, la proposition est évidente par la 47. p. 1. Il faut la prouver dans les obliquangles.



Soit le parallelogramme obliquangle *ABCD* compris sous les quatre côtez *AB*, *BC*, *CD*, *DA*, dont les côtez opposez sont *AB*, *CD*, & *AD*, *BC*; la grande diagonale *BD* & la petite *AC*. Je dis que la somme des quarrez des deux diagonales *BD*, *AC*, est égale à la somme des quarrez des quatre côtez *AB*, *BC*, *CD*, *DA*.

PREPARATION.

Du point *A* de l'angle obtus *DAB* soit abbaissée sur le côté *CD* la perpendiculaire *AE*, & du point *B* sommet de l'angle aigu *ABC* sur *DC* prolongé en *F* la perpendiculaire *BF*.

DEMONSTRATION.

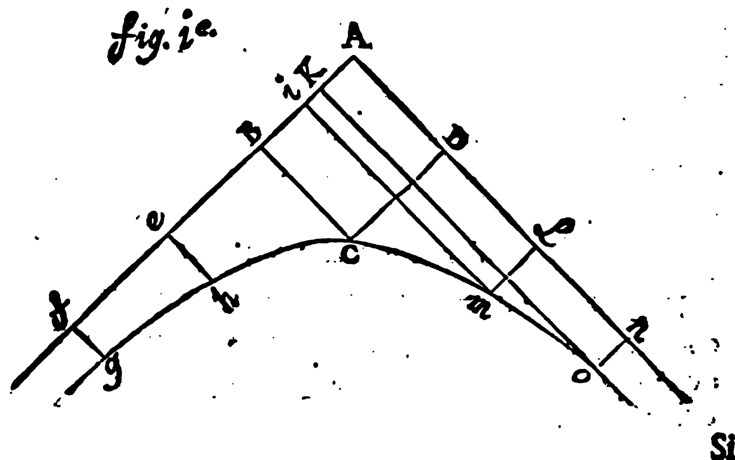
Les triangles *ADE*, *BCF*, ſont égaux & ſemblables, puiſque *AD* eſt égale à *BC*, & les angles *ADE*, *BCF*, de de même que *AED*, *BCF*, ſont auſſi égaux, donc *DE* eſt égal à *CF*. Or par la 12. p. 2. dans le triangle obtuſangle *BDC*, le quarré du côté *BD* eſt égal à la ſomme des quarrez de *BC* & de *CD*, plus le double du rectangle de *CF* par *CD*; & par la 13. p. 2. dans le triangle *DAC*, le quarré du côté *AC* eſt égal à la ſomme des quarrez de *AD* & de *CD*, moins deux fois le rectangle du même *CD* par *DE* égal à *CF*. Donc l'excés compenſant préciſément le défaut, la ſomme des quarrez des deux diagonales eſt égale à la ſomme des quarrez des quatre côtez. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE I.

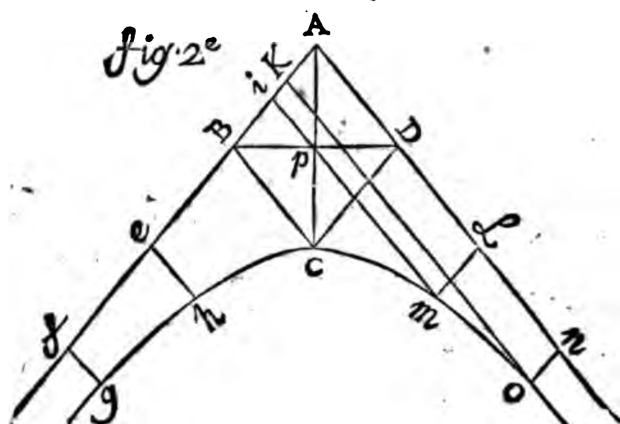
Dans tout rhombe ou lozange connoiſſant un côté & une diagonale, on connoîtra l'autre diagonale. Car puiſque les quatre côtez ſont égaux, il n'y a qu'à ôter le quarré de la diagonale donnée du quadruple du quarré du côté, le reſte ſera le quarré de la diagonale cherchée.

USAGE.

Soit un quadrilatere équilateral quelconque *ABCD* rectiligne & ſur un plan indéfini.



Si



Si l'on prolonge indéfiniment chacun des deux côtez conjoints *AB*, *AD*, & que prenant à discretion un point autre que *B* & *D* sur ces côtez prolongez, par exemple le point *e*, on tire *eh* parallele à *BC*, & qu'on fasse comme *Ae* est à *AB*, ainsi *BC* à *eh*, ou que prenant entre *A* & *B* un point à discretion comme *i*, on fasse comme *Ai* est à *AB*, ainsi *AD* à *AL*, & que du point *L* on tire *Lm* parallele & égale à *Ai*, & qu'on fasse la même chose sur tout autre point comme *f*, *K*, &c. la Courbe qui passera par toutes les extremitez des paralleles *eh*, *Lm*, *fg*, *no*, &c. sera l'hyperbole du premier genre, & elle sera rectangle & équilatere lorsque *ABCD* sera un quarré *Fig.* 1. Elle sera obliquangle & scalene lorsque *ABCD* sera un rhombe *Fig.* 2. Et si l'on opere de même sur les deux autres côtez conjoints *BC*, *CD*, on formera les hyperboles opposées. Enfin si dans la Fig. 2. au lieu des deux côtez conjoints *AB*, *AD*, qui forment l'angle aigu *BAD* on prend les deux côtez conjoints *AD*, *AC*, qui forment l'angle obtus *ADC*, on formera l'hyperbole obtusangle que j'appelle hyperbole de *suite* à l'hyperbole acutangle *ghCmo*, parceque leurs angles formateurs sont des angles de suite, & se servent de complément l'un à l'autre. Ces hyperboles de suite ont leurs espaces assymptotiques

parfaitement égaux & semblables dans le tout & dans chaque partie.

C'est une chose connuë que le côté *AB* étant pris pour l'unité, si l'on prend sur ce côté prolongé à l'infini *Be*, *ef*, &c. égaux chacun à *AB*, les lignes *AB*, *Ae*, *Af*, &c. representeront la suite naturelle des nombres 1, 2, 3, &c. & que les espaces asymptotiques *BChe*, *BCgf*, &c. representeront les logarithmes de ces mêmes nombres 2, 3, &c. & comme l'espace *ABCD* n'a rien de curviligne ou d'hyperbolique, il represente aussi le logarithme naturel de l'unité qui est zero; les lignes *Ai*; *AK* representeront toutes les fractions dont *AB* est le dénominateur, & les espaces asymptotiques du côté opposé pris negativement, c'est à dire les espaces *DCmL*, *DCon*, &c. represent les logarithmes de ces fractions.

Il est ce me semble de la derniere évidence que toutes les hyperboles sans distinction pouvant servir de modele pour la construction des logarithmes, on auroit dû choisir préferablement à toutes les autres celle qui est rectangle & équilatere, comme étant certainement la plus simple & la plus reguliere : mais au lieu de suivre la nature & la raison, on s'est assujetti à l'usage arbitraire de la progression décuple, ensorte qu'ayant pris zero pour le logarithme de l'unité, comme on le doit toûjours prendre, on a pris arbitrairement 10.00000 &c. pour le logarithme de 10, au lieu que suivant la quadrature de l'hyperbole que je donnay à l'Academie le 14 Juillet 1696, le logarithme naturel de 10 (c'est à dire l'espace asymptotique qui répond à 10 fois le côté du quarré generateur de l'hyperbole rectangle & équilatere, ce côté étant 1) est

230258.50929 $\frac{8}{2}$ +; ce que je trouve sans aucune extraction de racine par une methode tres-simple & tres-generale.
ou 230258.50930 $\frac{1}{2}$ —

Il s'agit presentement de trouver quelle espece d'hyperbole sert de modele aux logarithmes ordinaires, il faut pour cela trouver l'aire du quadrilatere generateur *ABCD* *Fig.* 2.

Dans l'hyperbole rectangle & équilatere le côté *AB* étant 1, l'aire de ſon quarré generateur eſt auſſi 1. Or c'eſt une proprieté commune à toutes les hyperboles qu'il y a toûjours même raiſon entre leurs ſegmens hyperboliques ſemblables, & l'aire du quadrilatere generateur. Ainſi le logarithme naturel de 2 eſt 69314. 71805 &c. celui de 10 étant 2.30258. 50929 &c. le logarithme arbitraire de 10 étant 1.00000. 00000 &c. ſi l'on fait cette analogie.

Comme 2.30258. 50929 &c. eſt à 69314. 71805. &c. ainſi 1. 00000.00000 a un quatriéme nombre, on trouvera pour le logarithme arbitraire de 2 ce nombre 30102. 99956 —+, ce qui s'accorde parfaitement avec les Tables.

Et ſi l'on fait de même comme 2.30258. 50929 &c. eſt à 1. 00000.00000, ainſi 1. 00000.00000 &c. a un quatriéme nombre, on trouvera 43429. 44819 pour l'aire du rhombe generateur de l'hyperbole qui ſert de modele aux logarithmes ordinaires. Cette aire & le côté 100000 étant donnez, il faut trouver les diagonales du rhombe.

Soit l'une comme $AC = x$, l'autre ſuivant mon Theorême, & le Corollaire cy-deſſus ſera $\sqrt{4.00000.00000 - xx}$. Or le produit de ces diagonales l'une par l'autre eſt évidemment double de l'aire du rhombe ou lozange. J'ay donc cette égalité $\sqrt{400000.00000x^2 - x^4} = 86858.89638$, & quarrant tout j'ay $x^4 = 400000.00000xx - 75444.67880.35157.71044$, & par conſequent $x = \sqrt{200000.00000. \pm \sqrt{324555.32119.64842.28955.}}$

La racine de 324555.32119.64842.28955. eſt 180154. 18985 —, & par conſequent la grande diagonale *AC* eſt $\sqrt{380154.18985}$ — entre $194975\frac{268336}{389951}$ & $194975\frac{268359}{389951}$. La petite diagonale *BD* ſera $\sqrt{19845.24304}$ entre $44548.\frac{66710}{89097}$ & $44548\frac{66711}{89096}$; leurs moitiez *Ap*, *Bp* ſeront 97487 &c. & 22274 &c. Prenant donc *AB* pour ſinus total, & ces derniers nombres pour ſinus des angles *ABp*, *pAB*, on trouvera que l'angle des aſymptotes *BAD* eſt d'environ $25^d\, 44'\, 25''$, & par conſequent l'angle *ABC* de $154^d\, 15'$

35″., qui est aussi l'angle de l'hyperbole obtusangle ou de suite dont les espaces asymptotiques représentent également les logarithmes ordinaires. C'est ce que j'avois avancé sans démonstration dans ma nouvelle Arithmetique pag. 12. ligne 21. On voit par-là que les logarithmes ordinaires ont pour modele deux hyperboles obliquangles, au lieu que les logarithmes naturels ont pour modele la seule hyperbole rectangle & équilatere.

COROLLAIRE II.

Connoissant les deux côtez qui forment un parallelogramme & une des diagonales, on trouvera l'autre en ôtant du double de la somme des quarrez des deux côtez, le quarré de la diagonale donnée; car le reste sera le quarré de la diagonale cherchée.

Soit le côté $AB=10$, & $AD=5$, la diagonale $AC=9$; on demande la diagonale BD.

Le quarré d'AB est 100, celui d'AD est 25, leur somme 125, le double 250, dont j'ôte le quarré de 9 qui est 81 quarré de la diagonale donnée, il reste 169 quarré de la diagonale cherchée, laquelle par conséquent est 13.

Autre Exemple.

Soit $AB=20$	$\overline{AB}^2=400$	$\overline{AC}^2=289$
$AD=15$	$\overline{AD}^2=225$	
$AC=17$.	Somme $=625$	
on demande $BD=31$.	double $=1250$	
	ôtez 289	
	reste $961=\overline{BD}^2$.	
	Donc $BD=31$.	

Usage.

Soit un corps A poussé suivant la ligne AB avec une force comme 10, & suivant AD avec une force comme 5, & que l'angle BAD soit donné de position tel que sa base BD soit de 13; on demande, en faisant abstraction de la

résistance du milieu, quelle ligne parcourra le mobile & sa longueur respective. Il est évident qu'il parcourra *AC* de 9.

REMARQUE I.

C'est en cherchant le raport de ces lignes que décrit le mobile par un mouvement composé de deux ou plusieurs déterminations que j'ay trouvé mon Theorême, & il est aisé d'en faire l'application generale.

REMARQUE II.

Cette maniere de déterminer l'angle *BAD*, non-pas par degrez, minutes, secondes, &c. mais par le raport de la base *BD* aux deux côtez *AB*, *AD*, est beaucoup plus simple, plus geometrique & plus analytique. Il est aisé de supposer un angle de tant de degrez, minutes, &c. qu'on voudra; mais ces suppositions ne peuvent s'executer actuellement & exactement. Par exemple, je puis supposer l'angle *BAD* de 20 degrez; mais je ne puis construire cet angle sans emploïer l'une des trois Sections Coniques avec le cercle. Si je le suppose de 31 degrez 17', il faudra que j'emploïe une Courbe d'un genre plus composé que les Sections Coniques; parceque je suis obligé de couper l'angle droit trois fois en deux continuellement, trois fois en trois, & deux fois en cinq. Or je ne puis le couper avec le cercle & la ligne droite qu'une fois en trois, une fois en cinq, & autant de fois que je voudray en deux; & pour le couper une seconde fois en trois, il faut emploïer une des Sections Coniques; & pour le couper une seconde fois en cinq, il faut une Courbe plus composée. C'est la même chose s'il y avoit des secondes, des tierces, &c. Il faut toûjours, lorsque ce raport est primitif, couper un angle donné en trois & en cinq parties égales une ou plusieurs fois de suite continuellement.

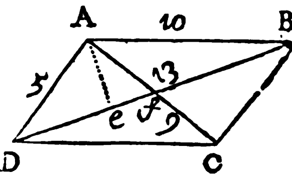
Or dans tous ces cas le raport de *BD* aux deux côtez *AB*, *AD*, est entierement inexprimable, même en nombres irrationaux. Il est vrai aussi qu'en déterminant ce ra-

port de *BD*, on ne peut presque jamais déterminer exactement en nombres la grandeur de l'angle *BAD* : mais ayant à choisir entre connoître exactement le raport des trois lignes *AB*, *BD*, *DA*, & indéfiniment prés la grandeur de l'angle *BAD*, & pouvoir executer le tout geometriquement avec le cercle & la ligne droite, ou bien de supposer seulement le raport connu de l'angle *BAD* à l'angle droit, & le raport des deux côtez *AB*, *AD*, sans pouvoir construire actuellement cet angle, ni connoître exactement le raport de la base *BD*; il me semble qu'on doit sans difficulté préferer la premiere supposition.

REMARQUE III.

Si l'on vouloit résoudre ce Problême par la Trigonometrie, il faudroit faire vingt & une operations, & encore ne trouveroit-on qu'à peu prés la valeur cherchée, sans pouvoir s'assurer de l'avoir précisément.

Car dans le triangle *ABD*, connoissant les trois côtez $AB = 10$, $AD = 5$ & $BD = 13$ pour trouver l'autre diagonale *AC* du parallelogramme *ABCD*, voici comment il faut operer.



J'abaisse du point *A* sur *BD* la perpendiculaire *Ae*.

1°. J'ajoûte les deux côtez *AB*, *AD*, c'est $10 + 5 = 15$.

2°. J'ôte *AD* de *AB*, c'est $10 - 5 = 5$.

3°. Je multiplie cette somme par ce reste, 15 par 5, c'est 75.

4°. Je divise ce produit par la base *BD*, c'est $\frac{75}{13} = 5\frac{10}{13}$ pour avoir la difference des segmens *Be*, *De*.

5°. J'ôte cette difference de *BD*, c'est à dire, j'ôte $5\frac{10}{13}$ de 13, le reste est $13 - 5\frac{10}{13} = 7\frac{3}{13}$.

6°. Je prends la moitié de ce reste, c'est $3\frac{8}{13}$ pour le segment *De*.

7°. Je prends la moitié de BD pour Df, c'eſt $6\frac{1}{2}$.

8°. J'en ôte De, c'eſt $6\frac{1}{2} - 3\frac{8}{13} = 2\frac{23}{26}$ valeur de ef.

9°. Je multiplie $De = 3\frac{8}{13}$ par le ſinus total 100000.

10°. Je diviſe le produit par $AD = 5$, le quotient $72307\frac{9}{13}$ eſt le ſinus de l'angle DAe.

11°. Je cherche ce ſinus dans les Tables, je trouve environ $46^d\ 19'$ pour l'angle DAe.

12°. J'écris ſon complément 69067 pour ſinus de l'angle ADe.

13°. Je multiplie ce dernier ſinus par $AD = 5$.

14°. Je diviſe le produit par le ſinus total, le quotient eſt $3\frac{45335}{100000}$ valeur de la perpendiculaire Ae.

15°. Je multiplie Ae par le ſinus total.

16°. Je diviſe le produit par $ef = 2\frac{23}{26}$, le quotient 119716 eſt la tangente de l'angle Afe.

17°. Je cherche cette tangente dans les Tables, & je trouve environ $50^d\ 8'$ pour l'angle Afe.

18°. J'écris la ſecante correſpondante, c'eſt environ 156005.

19°. Je multiplie cette ſecante par $ef = 2\frac{23}{26}$.

20°. Je diviſe le produit par le ſinus total, le quotient eſt $4\frac{1300176}{2600000}$ pour Af.

21°. Le double $9\frac{3}{10156}$ eſt à tres-peu prés la valeur cherchée de la diagonale AC, puiſqu'elle eſt préciſément 9.

Si l'on veut operer geometriquement, & ce ſont les deux ſeules methodes connuës juſqu'à preſent, les huit premieres operations ſont les mêmes pour connoître le ſegment $De = 3\frac{8}{13}$ ou $\frac{47}{13}$; mais elles different dans la ſuite.

9°. Je quarre De, c'eſt $\frac{2209}{169}$.

10°. Je quarre AD, c'eſt 25.

11°. J'ôte le premier quarré du ſecond, c'eſt $25 - \frac{2109}{169} = \frac{2016}{169}$ quarré d'*Ae*.

12°. Je quarre $ef = 2\frac{23}{26} = \frac{75}{26}$, c'eſt $\frac{5625}{676}$.

13°. J'ajoûte ces deux quarrez *Ae*, *ef*, la ſomme eſt $\frac{13689}{676}$.

14°. La racine quarrée de cette ſomme que je tire eſt $\frac{117}{26} = 4\frac{1}{2}$ valeur d'*Af*.

15°. Le double de cette valeur eſt 9, valeur cherchée de la diagonale *AC*.

Cette derniere methode eſt exacte, & on opere par extraction de racines quarrées; au lieu que par la Trigonometrie on ſe ſert de la regle de trois en quatre analogies, & qu'on ne trouve qu'à peu prés ce qu'on cherche. Celle-ci ſuffit pour l'uſage civil, mais elle eſt d'une longueur prodigieuſe. L'autre eſt infiniment plus élegante, & ſatisfait plus l'eſprit. Elles ſont toutes deux incomparablement plus longues & plus embaraſſantes que la methode qui réſulte de mon Theorême ſuivant laquelle il faut,

1°. Quarrer $\overline{AB}^2 = 100$.

2°. Quarrer $\overline{AD}^2 = 25$.

3°. Ajoûter ces deux quarrez, c'eſt 125.

4°. Doubler cette ſomme, c'eſt 250.

5°. Quarrer $\overline{BD}^2 = 169$.

6°. Ôter ce quarré du double de la ſomme. de 250 ôtez 169 reſte 81.

	13
	13
	39
	13
	169.

7°. Tirer la racine quarrée de ce reſte, c'eſt 9 valeur cherchée de la diagonale *AC*.

Il y a donc deux fois moins d'operations par ma methode que par la methode Geometrique, & trois fois moins que par la methode Trigonometrique. Celle-ci n'eſt jamais exacte, & la mienne évite toutes les fractions où

où les deux autres engagent ; ce qui augmente encore indéfiniment la difficulté de l'operation.

REMARQUE IV.

Ces quatre nombres 5, 10, 9 & 13 ont été choisis avec art comme les plus simples pour exprimer en nombres rationaux les quatre côtez & les deux diagonales d'un parallelogramme obliquangle ; de même que les trois nombres 3, 4 & 5 sont les plus simples qu'on puisse trouver pour exprimer les trois côtez d'un triangle rectangle.

Ces quatre autres nombres 20, 15, 17 & 31 ont aussi été trouvez par la même methode ; & dans chaque cas particulier on peut donner non-seulement une infinité de solutions, mais une infinité d'infinitez, c'est à dire, toutes les solutions possibles en entiers & en fractions. Ainsi deux côtez étant donnez en nombres, on trouvera une infinité, ou plusieurs infinitez, ou une infinité d'infinitez de fois deux diagonales commensurables ; & au contraire si les diagonales, ou un côté & une diagonale sont donnez, on trouvera le reste.

Les Livres de Diophante, de M[rs] Viete, Fermat, Frenicle, &c. & en general de tous les Analistes sont pleins de Problêmes curieux sur les triangles rectangles en nombres. Voici un nouveau champ ouvert sur les parallelogrammes numeriques.

PROBLEME ARITHMETIQUE.

Deux nombres étant donnez en trouver deux autres tels que la somme des quarrez des deux derniers soit double de la somme des quarrez des deux premiers.

LEMME.

Le double de la somme des quárrez de deux nombres est égal à la somme des quarrez de la somme & de la difference de ces deux nombres.

Soit les deux nombres a, & $a + b$.

Leur somme est $2a + b$.

Leur difference eſt b.

Le quarré du premier eſt aa.

Le quarré du ſecond eſt $aa + 2ab + bb$.

La ſomme eſt . . . $2aa + 2ab + bb$.

Le double de cette ſomme eſt $4aa + 4ab + 2bb$.

Or le quarré de la ſomme $2a + b$ eſt $4aa + 4ab + bb$.

Et le quarré de la difference b eſt . . . . . . bb.

La ſomme de ces deux quarrez eſt $4aa + 4ab + 2bb$. comme cy-deſſus; donc le double de la ſomme des quarrez de deux nombres eſt égal à la ſomme des quarrez de la ſomme & de la difference de ces deux nombres. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Soit, par exemple, ſes deux nombres 1 & 2, leur ſomme eſt 3, & leur difference 1. La ſomme des quarrez eſt 5, dont le double 10 eſt égal à $9 + 1$ quarrez de 3 & de 1.

Soit encore les deux nombres donnez 3 & 5, leur ſomme eſt 8, leur difference 2. La ſomme des quarrez de 3 & de 5, c'eſt à dire de 9 & de 25 eſt 34, dont le double eſt 68. Or le quarré de 8 eſt 64, & celui de 2 eſt 4, & $64 + 4 = 68$.

SOLUTION GENERALE.

Soit les nombres donnez pour côtez conjoints d'un parallelogramme a & b, il faut trouver les deux diagonales commenſurables x & y; enſorte que $xx + yy = 2aa + 2bb$ ſuivant mon Theorême.

1°. Si a & b ſont égaux, comme il arrive dans le rhombe ou lozange, ce Problême eſt aiſé. Car il ne s'agit que de diviſer un nombre quarré $4aa = 2aa + 2bb = 2aa + 2aa$ en deux autres quarrez. Mais pour avoir la ſolution la plus élegante qu'il ſoit poſſible, je ſuppoſe pour le premier x & pour le ſecond $2a - \frac{b}{c}x$. Cette ſuppoſition exprime generalement tous les nombres poſſibles. b & c ſont des nombres entiers & arbitraires. On aura donc par la ſubſtitution $xx + 4aa - \frac{4abx}{c} + \frac{bbxx}{cc} = 4aa$, & par con-

ſequent $x = \frac{4abc}{bb+cc}$ valeur cherchée indéfinie.

Cette réſolution eſt tres-ſimple, & en même tems ſi generale qu'elle renferme l'infinité d'infinitez de cas poſſibles.

Car ſuppoſant $b=1$, on aura une infinité de ſolutions en ſuppoſant ſucceſſivement $c=2$, $c=3$, $c=4$, $c=5$, &c. à l'infini.

Et ſuppoſant $b=2$, on aura une autre infinité de réſolutions en ſuppoſant ſucceſſivement $c=3$, $c=5$, $c=7$, $c=9$, &c. c'eſt dire c égal à la ſuite infinie de tous les nombres impairs.

Et ſuppoſant $b=3$, on aura une autre infinité de réſolutions ſi l'on ſuppoſe ſucceſſivement $c=4$, $c=5$, $c=6$, $c=7$, $c=8$, &c. & ainſi de ſuite en combinant chaque valeur particuliere de b, avec la ſuite infinie des valeurs de c, premieres à b, on aura une infinité d'infinité de réſolutions, & abſolument toutes les réſolutions poſſibles. Car pour réſoudre parfaitement ces ſortes de Problêmes, il ne ſuffit pas d'en donner une ou pluſieurs ſolutions, ni même une ou pluſieurs infinitez, il faut donner l'infinité d'infinitez de toutes les ſolutions poſſibles.

Dans cette formule $x = \frac{4abc}{bb+cc}$ les grandeurs b & c ſont parfaitement ſemblables, c'eſt à dire également emploïées. Ainſi c'eſt la même choſe de ſuppoſer $b=2$, & $c=3$, ou de ſuppoſer au contraire $c=2$ & $b=3$, la valeur d'x vient la même. C'eſt-pourquoi bien qu'avec $b=1$ on puiſſe ſuppoſer $c=1$, $c=2$, $c=3$, &c. & qu'avec $b=2$ on puiſſe auſſi ſuppoſer $c=1$, $c=2$, $c=3$, &c. & qu'avec $b=3$ on puiſſe encore ſuppoſer $c=1$, $c=2$, $c=3$, &c. Cependant ſi l'on ne veut avoir que des ſolutions utiles & differentes ou primitives, il faut premierement retrancher toutes les ſuppoſitions de $b=c$, c'eſt à dire de $b=1$ & $c=1$, de $b=2$ & $c=2$, de $b=3$ & $c=3$, &c. parceque la ſubſtitution donne $x = \frac{4abc}{bb+cc} = 2a$, & par conſequent $y = 2a - \frac{bx}{c} = 2a - x = 2a - 2a = 0$. Or

quoiqu'il ſoit vrai en un ſens que les quarrez de $2a$ & de o joints enſemble ſont $4aa$, ce n'eſt pourtant point ſatisfaire au veritable ſens de la queſtion, ni à l'intention de celui qui la propoſe, ou qui cherche à la réſoudre.

Secondement il faut retrancher toutes les ſuppoſitions où b & c ſont en raiſon réciproque, ou en raiſon ſemblable à quelque ſuppoſition précedente. Ainſi aprés avoir ſuppoſé $b=2$ & $c=3$, il eſt inutile de ſuppoſer $b=3$ & $c=2$, parcequ'on retrouveroit la même réſolution. Il eſt auſſi fort inutile aprés avoir ſuppoſé $b=1$ & $c=2$ de ſuppoſer $b=2$ & $c=4$, ou $b=3$ & $c=6$; & parceque la valeur d'x revient encore la même, avec cette ſeule difference que $\frac{bx}{c}$ dans le premier cas vient en forme de fraction réduite à moindres termes, & dans les autres cas en forme de fraction équivalente & réductible.

Soit preſentement les deux nombres donnez inégaux a & $a+b$, le double de la ſomme de leurs quarrez eſt $4aa+4ab+2bb$, qu'il faut partager en deux quarrez. Je ſçay par le Lemme précedent que les deux côtez qui ſatisfont ſont $2a+b$ ſomme, & b difference: mais ces deux côtez qui ſatisfont arithmetiquement ne peuvent ſatisfaire geometriquement, parceque la plus grande diagonale doit être plus petite que la ſomme des deux côtez conjoints, c'eſt à dire plus petite que $2a+b$. Cependant pour réſoudre ce Problême dans toute ſon étenduë, je fais reflexion que des deux nombres cherchez, l'un ſera neceſſairement plus grand que $2a+b$, & l'autre plus petit b; ou, ce qui eſt le veritable cas de la queſtion, l'un plus petit que $2a+b$, & l'autre plus grand que b.

Soit pour abreger $2a+b=c$, & l'un des nombres cherchez $c\pm x$, & l'autre $b\mp\frac{dx}{e}$, la ſomme des quarrez ſera $cc\pm 2cx+xx$ & $bb\mp\frac{2bdx}{e}+\frac{ddxx}{ee}=cc+bb$; donc $x=\frac{\pm 2bde\mp 2cee}{dd+ee}$, & le Problême eſt réſolu.

Dans le premier cas où l'on ſuppoſe l'un des nombres

$c+x$, & l'autre $b-\frac{dx}{e}$, on aura $x=\frac{2bde-2cee}{dd+ee}$; & afin que la résolution soit positive dans ce cas, on peut prendre e à discretion; mais il faut que d soit plus grand que $\frac{ce}{b}$, & plus petit que $\frac{ce}{b}+\sqrt{ee+\frac{ccee}{bb}}$. Si l'on prend d à discretion, il faut que e soit plus petit que $\frac{bd}{c}$, & plus grand que $\sqrt{\frac{ddcc}{bb}+dd}-\frac{cd}{b}$.

Dans le second cas où l'on suppose l'un des nombres $c-x$ & l'autre $b+\frac{dx}{e}$, on trouve $x=\frac{2cee-2bd}{dd+ee}$. On peut de même prendre arbitrairement tel nombre qu'on voudra pour d ou pour e, & les restrictions respectives sont réciproques aux précedentes.

C'est ainsi qu'ayant pris pour côtez d'un parallelogramme obliquangles les côtez 1 & 2, j'ay trouvé pour le cas plus simple les diagonales $1\frac{4}{5}$ & $2\frac{3}{5}$ en entiers les quatre nombres 5, 10, & 13.

EXPERIENCES

Sur les vertus de la racine de la grande Valeriane sauvage.

PAR M. MARCHANT.

IL y plusieurs années que lisant le Livre intitulé *Phytobasanos* de Fabius Columna, Botaniste celebre, je remarquay qu'il assuroit que la racine de la *grande Valeriane sauvage*, mise en poudre, est un excellent specifique contre l'épilepsie; & que non-seulement il avoit vû plusieurs épileptiques gueris par l'usage de la poudre de cette racine, mais qu'ayant été lui-même sujet à l'épilepsie, il en avoit été gueri par ce remede. 1706. 4. Aoust.

L'autorite de ce sçavant homme me fit naître l'envie d'experimenter un remede si utile. Je tiray hors de terre,

au mois de Mars, des racines de cette plante, je le spreparay de la maniere que Fabius Columna le prescrit, & j'en donnay une prise à un garçon de quinze à seize ans, qui depuis l'âge de sept ans tomboit presque toutes les semaines dans des simptomes épileptiques, perdant connoissance, & écumant de la bouche; mais ces paroxismes ne duroient pas plus de sept ou huit minutes. Ce garçon aprés avoir pris ce remede, fut dix-huit jours sans tomber dans ses accidens ordinaires: mais aprés ce tems, il retomba deux fois en huit jours, avec cette difference que chaque accés ne dura qu'environ quatre minutes. Je conjecturay que le remede avoit seulement remué quelques humeurs, qui avoient changé & suspendu le cours de la maladie; ce qui me détermina à le purger: & ensuite je lui donnay une seconde prise de la même poudre. Cette premiere purgation n'ayant presque rien évacué; trois jours aprés il eut un accés d'épilepsie, qui m'obligea de le purger encore une fois; & le troisiéme jour suivant, je lui fis prendre un gros & demi de la même poudre, qui lui procura une sueur considerable, & lui fit vuider par bas plusieurs vers. Quatre jours aprés, je lui fis encore prendre un gros de cette poudre, qui le fit seulement suer. Depuis ce tems-là, il y a environ six ans, il a joüi d'une santé parfaite.

Un de mes amis me pria de donner ce remede à une autre personne âgée de vingt ans & quelques mois, qui avoit été attaquée d'épilepsie depuis la quatorziéme année de son âge, & qui depuis ce tems-là tomboit reglément tous les mois dans des accidens dont les paroxismes étoient si violens, qu'on l'a vû dans son dernier accés se débattre contre terre, & se rouler de bout en bout d'une cour de neuf à dix toises de long, en écumant de la bouche, & perdant tout sentiment pendant plus d'une demiheure. Ayant vû ce malade, qui avoit encore la têt epleine de contusions par sa derniere chute, je crus qu'avant que de rien entreprendre, il étoit à propos de le faire saigner; ce qui fut fait le même jour. Trois jours aprés je le purgeay; & l'ayant laissé reposer trois autres jours, je lui

fis prendre deux gros de poudre de la racine de la même plante, qui le lacherent un peu pendant la matinée; sur l'aprés-midy il sua assez considerablement, & rendit quantité de vers; & les quatre jours suivans, il me parut beaucoup plus gai qu'il n'avoit de coûtume: le cinquiéme jour, je lui fis encore prendre un gros de cette même poudre, qui le fit moins suer que la premiere fois, & lui fit encore jetter quelques vers. Il parut fort abattu par cette derniere prise: mais depuis ce tems-là (il y a environ deux ans) il n'a ressenti aucune attaque d'épilepsie, & il a entierement recouvré sa santé.

J'ay donné avec succés ce remede à plusieurs enfans & à des personnes déja avancées en âge: à quelques-uns il a reculé l'accés; à d'autres il en a diminué la violence ou la durée: ce qui n'est pas peu de chose dans une maladie dont la guerison ou même le soulagement ont toûjours paru si douteux: c'est encore un grand avantage que l'on peut tenter à tout âge ce remede, qui, à ce que je sçache, n'a jamais produit de mauvais effets. Une personne de cette Compagnie à qui j'avois indiqué ce remede, peut rendre témoignage qu'il a eu la satisfaction de voir qu'un épileptique à qui il l'avoit lui-même donné, en a été non-seulement soulagé, mais même parfaitement gueri.

Fabius Columna ordonne que l'on tire hors de terre les racines de cette plante, qui est la *grande Valeriane sauvage* inculte, avant qu'elle commence à montrer ses tiges, c'est à dire dans le mois de Mars; qu'aprés les avoir fait secher on les réduise en poudre, & que l'on donne au malade une demi-cuillerée de cette poudre, c'est à dire environ un gros & demi, dans du vin, de l'eau, du lait, ou dans quelqu'autre liqueur convenable, une ou deux fois seulement, suivant la commodité ou l'âge du malade. Pour moy j'ay toûjours donné cette poudre, autant que j'ay pû, dans un verre de vin blanc, & j'ay souvent disposé le malade par quelques purgations ou par quelqu'autres préparations qui dépendent de la prudence & du jugement de ceux qui ordonnent ce remede.

Phytobasanos, p. 120.

EXTRAIT

Des Observations faites au mois de Decembre 1705 par M. Bianchini, sur des feux qui se voïent sur une des Montagnes de l'Apennin.

PAR M. CASSINI le fils.

1706. 7. Aoust. EN allant de Bologne à Florence, on voit ordinairement dans le territoire de Pietra Mala des flâmes sur la pente d'une montagne : M. Bianchini les ayant vûës plusieurs fois de loin, voulut enfin s'en approcher pour les considerer de prés Voici comme il en parle.

Aprés que j'ay vû naître une flâme vive, qui dure sans interruption & sans être nourrie d'aucune autre matiere pour l'entretenir, que de celle que la nature fournit par le moïen de la situation des lieux soûterrains, qui se trouvent dans la Montagne de Pietra Mala ; je ne doute point que l'usage du feu pour nos arts n'ait été communiqué & rendu durable par quelqu'une de ces minieres vives & de ces sources de flâmes sensibles que j'ay observées dans cette Montagne, Voici la description de ce feu de Pietra Mala, auprés duquel je trouvay de la neige & de la glace, qui n'étoient éloignées que de quatre pieds des flâmes qui sortoient du terrein même ; sur lequel la neige & la glace, qui n'étoient pas encore fonduës, restoient jusqu'à l'heure de midy. J'y allay accompagné de plusieurs étrangers pour bien examiner toutes choses, menant un guide avec nous, qui nous devoit changer de chevaux au sommet de la Montagne de Pietra Mala. Nous montâmes à pied du lieu de cette poste vers le midy par l'espace de deux milles ou environ, laissant à main droite le grand chemin, & descendant de l'autre côté de la Montagne par un sentier étroit, qui se terminoit à une plaine, qui pouvoit être cultivée. Nous vîmes dans le milieu de certains

tains champs labourés un chemin où il s'élevoit plusieurs petites flâmes, qui paroissoient au-dessus de la terre élevées d'environ un demi pied, comme si elles avoient été nourries & entretenuës par du bois & du charbon. Le lieu où naissent ces flâmes est large de huit pieds Romains, & long de seize; & il est aussi facile de le mesurer que les autres endroits de ce champ, parcequ'on peut marcher facilement à l'entour & sur la flame même, sans craindre de trouver quelqu'ouverture ou caverne, comme sur le Mont Vesuve, les parties de ce terrein étant en cet endroit sans aucune division, tres-contiguës les unes aux autres, avec cette difference cependant que la veine du feu qui se trouve-là affermit un peu plus les mottes de terre & les pierres qui s'y trouvent, en communiquant aux unes & aux autres une couleur plus brûlée que celle qui se trouve dans les mottes de terre, & les autres pierres qui en sont voisines. Je dis la veine du feu, parceque je ne sçais pas appeller autrement cette matiere inconnuë, qui produit en vingt endroits differens toutes ces flâmes que l'on voit dispersées de part & d'autre, dans un espace à peu prés de cent-trente pieds en quarré, comme je le vis alors. Je crus qu'il étoit inutile de les compter chacune en particulier, parceque chacun peut faire sortir des flâmes de tout cet espace, comme il le voudra en deux manieres, par le moïen d'un bâton ou de quelqu'autre chose dont on frapera legerement le terrein, ou bien en jettant seulement sur ce lieu-là de la paille, du papier, ou quelqu'autre matiere combustible.

Cependant lorsque ces matieres combustibles étoient posées dans un endroit éloigné de ces flâmes, cela n'empêchoit pas qu'elles ne prissent feu, à peu prés de même que quand on jette du papier ou du linge sur du charbon ou du fer allumé, & enfin nous vîmes une de ces flâmes vives, laquelle ayant consumé les choses que l'on y avoit jettées, ne laissoit pas cependant de durer & d'être nourrie sans autre matiere que celle que le terrein fournissoit.

Nous jettâmes sur ces flâmes ardentes des branches

d'épines & autres arbrisseaux, que nous avions ramassées pour cela dans le chemin, & elles brûlerent de la même maniere que si on les avoit jettées dans le feu ordinaire. Ensuite remarquant qu'à deux pieds prés de la flâme, il y avoit quelques monceaux de neige qui n'étoit pas fonduë, & que l'on trouvoit sous la neige éloignée de quatre pieds de la flâme des morceaux de glace; non-seulement je me souvins d'appliquer beaucoup mieux à cette merveille ce que dit le Poëte en admirant le Mont Gibel en Sicile, avec ses neiges & ses feux : *Scit nivibus servare fidem*. Mais je voulus encore faire l'experience de jetter sur ces flâmes de la neige & de la glace. Les jetter & les voir se résoudre en eau dans un instant, ce fut la même chose: de même que si on les avoit jettées sur un brasier bien allumé. La flâme n'en fut pas éteinte pour cela, au contraire elle en parut plus vive, & s'étendre avec plus de vitesse & de force sur les pierres voisines & sur celles qui se trouvoient dans son chemin.

En faisant ces experiences dans tous les environs de ce lieu, nous sentîmes une odeur tres-agreable, qui nous parut sortir de tout ce terrein allumé, à peu prés comme si nous eussions été prés d'un feu nourri de quelque bois odoriferant, comme pourroit être le Calambou : & cette odeur se rendoit plus sensible, lorsqu'on se mettoit à l'opposite du Soleil, & au devant de quelque petit vent qui souffloit au visage, & qui augmentoit la flâme. Je pris quelques morceaux de ces pierres qui étoient proches de la flâme, & une poignée de la poussiere de ce terrein, qui étant frottés l'une contre l'autre faisoient de la flâme, & avoient la même odeur que celle dont nous avons parlé cy-devant. Ces pierres étoient si chaudes au commencement que l'on avoit de la peine à les souffrir dans la main; & en les portant sur nous, elles conserverent pendant un quart-d'heure cette chaleur, & beaucoup plus long-tems cette odeur agreable que nous avions senti sur le lieu même. Aprés avoir fait ces experiences, qui me parurent suffisantes pour contenter nôtre curiosité touchant l'hist-

toire de la premiere communication du feu, & qui peuvent fournir de matiere suffisante aux Sçavans de philosopher sur la cause d'un effet si merveilleux de la nature, nous reprîmes nôtre droit chemin vers Fiorenzole.

Reflexions sur les Observations de M. Bianchini.

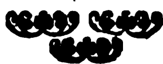
Ce feu observé en Toscane par M. Bianchini, a un grand raport à celui qui a été observé en Dauphiné par M. Dieulamant, & dont il est parlé dans l'Histoire de l'Academie de l'an 1669 page 23. Le terrein que ce feu occupe est de 6 pieds de long sur 4 de large. Il consiste dans une flâme legere errante telle qu'une flame d'eau de vie.

On ne voit point de matiere qui puisse servir d'aliment à la flâme, on s'apperçoit seulement qu'elle sent beaucoup le souffre. On assure que ce feu est plus ardent en hyver & dans un tems humide, qu'il diminuë peu à peu dans les grandes chaleurs.

Ces deux feux ont cela de commun qu'ils sont sur le penchant d'une Montagne, & paroissent sortir tous deux de la terre, sans qu'il y ait aucune fente qui puisse avoir communication avec quelque caverne inferieure.

Ils augmentent aussi tous les deux par l'humidité & par le froid, comme il a été remarqué dans le feu du Dauphiné, ce qui se raporte à l'effet de la neige, qui jettée sur la flâme de Pietra Mala, la fait augmenter pendant qu'elle se fond en eau.

La difference consiste dans l'odeur, qui dans le feu du Dauphiné est de souffre, au lieu que celle qui exale du terrein de Pietra Mala est comme aromatique.



TRAITE' DES ROULETTES,

Où l'on démontre la maniere universelle de trouver leurs touchantes, leurs points de recourbement ou d'inflexion, & de reflexion ou de rebroussement, leurs superficies & leurs longueurs, par la Geometrie ordinaire.

Avec une methode generale de réduire toutes les Lignes courbes aux Roulettes, en déterminant leur generatrice ou leur base, l'une des deux étant donnée à volonté.

PAR M. DE LA HIRE.

DEFINITIONS.

1706. 11. Aoust. J'Appelle une *Roulette* la ligne qui est décrite par un point d'une superficie plane, qui est toûjours appliquée sur une autre superficie plane, pendant qu'une ligne droite ou courbe telle qu'elle puisse être, que j'appelle la *Generatrice* de la Roulette, & qui est posée sur la même superficie où est le point, roule sur une ligne droite ou courbe qui sera la *Base* de la Roulette, & qui est posée sur l'autre superficie.

Il est évident par cette description ou generation de la roulette, que sa base sera toûjours égale à la ligne droite ou courbe qui en est la generatrice, ou à toute cette Courbe ou à sa partie, ce qui suit du roulement de la generatrice sur la base considerée comme immobile.

Je n'entends pas que cette base soit terminée par la rencontre de la roulette, mais qu'elle est terminée par deux points tels qu'on voudra de la droite ou de la Courbe generatrice, dans lesquels elle touche la base au commencement & à la fin de la description de la roulette, ou de quelqu'une de ses parties; car on peut n'en considerer

qu'une partie, & de plus il faut remarquer qu'il y a des Roulettes qui sont infinies, ce qui dépend de la Courbe generatrice ou de la nature de la base.

Il n'y a point de Courbe qu'on ne puisse considerer comme une roulette, laquelle sera formée par une ligne droite ou courbe qui lui servira de generatrice.

Tous les Geometres sçavent déja que toute ligne courbe proposée peut être décrite par l'évolution d'une ligne courbe, & la ligne courbe proposée aura pour sa generatrice une ligne droite, laquelle roulera sur la Courbe qui la décrit par son évolution, & qui lui sert de base, & le point décrivant sera un des points de la generatrice prolongée ou non prolongée.

Mais je dis encore, 1°. Que si l'on propose quelque ligne que ce soit droite ou courbe pour une roulette, & qu'on donne aussi de position une ligne droite ou courbe pour servir de base à cette roulette, on pourra determiner la generatrice de la roulette proposée.

2°. Que si l'on propose quelque ligne que ce soit pour une roulette, & qu'on donne quelque ligne droite ou courbe pour sa generatrice, & dans quelle position on voudra, où un point du plan de la generatrice est donné de position par rapport à la generatrice, & ce point étant sur la Roulette dans cette position de la generatrice, on pourra déterminer la base & sa position.

Mais avant que d'entrer dans la solution de ces Problêmes, je démontreray plusieurs proprietés particulieres des Roulettes en general, tant de leurs touchantes que de leurs points de recourbement & de reflexion, avec des methodes pour connoître les longueurs & les superficies de ces Courbes sans me servir de calcul; ce que j'avois déja expliqué en partie dans un Memoire que je lûs à l'Academie au mois de Juin 1698, & qui n'a point été imprimé.

Le point qu'on appelle *Flexus contrarius*, de *Recourbement* ou d'*Inflexion*, est celui où une ligne courbe se tourne en deux sens contraires; & le point de *Reflexion* ou de

Rebrouſſement eſt celui où elle paroît comme ſe reflechir & retourner vers le même côté où elle étoit.

DETERMINATION

Des Touchantes des Roulettes, & de leurs points de Recourbement & de Reflexion.

FIGURE I. I. Si dans quelque poſition que ſoit la ligne generatrice *EAB* d'une roulette ſur ſa baſe *AY* qu'elle touche au point *A*, on mene une ligne droite *AP* du point touchant *A* au point décrivant *P*, la perpendiculaire *PF* à cette ligne *AP* par le point *P*, ſera touchante de la Roulette dans ce même point *P*.

II. Si du point *A* on mene la ligne *AC* qui touche en *C* la ligne *NC*, laquelle décrit par ſon évolution la generatrice *EAB*; & de même ſi du point *A* on mene la ligne *AO* qui touche en *O* la ligne *MO* qui décrit auſſi par ſon évolution la baſe *YA*, & comme *CA* & *OA* ſont toutes deux perpendiculaires à la generatrice & à la baſe qui ſe touchent en *A*, elles ne feront qu'une même ligne droite *CAO* par le Lemme ſuivant; c'eſt-pourquoy ſi l'on fait comme *CO* à *CA*, ainſi *AO*, à *AV*, & que ſur *AV* comme diametre on décrive le cercle *AXV*, on connoîtra par ſon moïen de quel côté la convexité de la roulette *SPR* doit être tournée à l'égard de ſa touchante *PF* & du point *A*. Car ſi le point *P* qui décrit la roulette eſt au dedans du cercle *AXV*, la convexité de la roulette au point *P* ſera tournée vers le point *A*, & la roulette ſera au deſſus de ſa touchante *PF* par rapport au point *A* comme dans cette Figure. Au contraire ſi le point *P* décrivant eſt hors le cercle *AXV* dans cette même poſition de la generatrice & de la baſe, la concavité de la roulette ſera tournée vers *A*, & ſa touchante *PF* ſera au deſſus par rapport au point *A*. Enfin ſi le point décrivant ſe trouve ſur le cercle, le point *P* décrivant ſera dans le recourbement de cette roulette.

III. Si ſur le cercle *AXV* on prend quel point on vou-

dra pour le point décrivant d'une roulette dont la generatrice ſoit dans la poſition *EAB* touchant la baſe *AO* au point *A*; je dis que ce point ſera celui du recourbement de la roulette décrite par ce point. Ainſi ce cercle ſera le lieu du recourbement de toutes les roulettes décrites ſur cette baſe, & par cette generatrice quand elle touche ſa baſe au point *A*, les roulettes étant décrites par les points de ce cercle.

Mais il faut remarquer que dans les mouvemens de la même generatrice ſur la même baſe poſée immobile, le cercle comme *AXV* change de grandeur & de poſition; ce qui eſt évident par ſa deſcription, ce qui fait qu'une infinité de points du plan de la generatrice peuvent être les points de recourbement de roulettes décrites par ces points.

Il s'enſuit donc auſſi que les touchantes des roulettes dans tous les points de recourbement, pour une même poſition du cercle *AXV*, paſſeront toutes par l'extremité *V* de ſon diametre *AV*, puiſque ces touchantes feront toûjours des angles droits avec celles qui ſeront menées du point de contact *A* de la baſe & de la generatrice, aux points de la circonference du cercle.

IV. La figure generatrice étant donnée, & le point décrivant étant auſſi donné de poſition ſur le plan de cette figure, on peut déterminer le point ſur la figure generatrice lequel touchant la baſe, le point décrivant ſera dans le recourbement de la roulette. Et l'on peut auſſi déterminer l'eſpace ſur le plan de la generatrice, dans lequel ayant pris quel point on voudra pour le point décrivant, la roulette aura un recourbement, & le point décrivant étant pris hors cet eſpace, la roulette n'aura point de recourbement.

V. On déterminera auſſi le point de reflexion de la roulette ſi elle peut en avoir un, par rapport à la longueur de la generatrice & à la poſition du point décrivant, lequel ſera toûjours celui où ſe trouve le point décrivant lorſque la plus petite ou la plus grande ligne menée du point dé-

nir en *S*, la ligne *EZ* s'étant mûë en *ES*, en faisant l'angle *ZES* égal à l'angle *MEQ*. D'où il suit que les deux angles ensemble *PAZ*, *ZES* sont égaux au seul angle *CEQ*; car on regarde les points *B* & *E* comme un seul point.

Mais par la construction, puisque les lignes *AB*, *AE* sont égales entr'elles & indéfiniment petites, les angles *CBA*, *CAB* seront égaux, de même que les angles *OEA*, *OAE*; & par consequent l'angle *MAC* sera égal à l'angle *MEQ* & égal à *BAE*. Donc aussi leurs égaux *PAZ*, *ZES* seront égaux entr'eux & à l'angle *BAE*. Et ce sera toûjours de même quelque disposition que les lignes *AO*, *EO*, & *AC*, *BC* aïent entr'elles, soit qu'elles concourent comme dans cette Figure les unes au-dessus, & les autres au-dessous des cordes ou de la base de la roulette, soit qu'elles concourent d'un même côté, & soit enfin qu'il y en ait de paralleles entr'elles, ce qui ne fera que des cas particuliers de cette démonstration generale.

Maintenant il est facile à voir que puisque les deux angles *PAZ*, *ZES* sont égaux entr'eux, & ensemble égaux au seul angle *CEQ*, si l'angle *AZE* ou son égal l'angle *APB*, car le triangle *APB* dans le mouvement s'est placé en *AZE*, est égal à l'angle *CEQ*, les lignes *AP*, *ES* seront paralleles entr'elles; & par consequent si par le point *P* on mene la ligne *PF* perpendiculaire à *PA*, le point *S* sera dans la ligne *PF*. Mais si l'angle *AZE* est plus petit que *CEQ*, le point *S* se trouvera au-dessous de *PF*; au contraire s'il est plus grand il sera au-dessus.

On voit par-là que la position des points de la roulette comme *S* par rapport au point *P* sur la ligne *PF* laquelle est perpendiculaire à *AP*, dépend de la grandeur de l'angle *APB* par rapport à l'angle *CBQ*, ou bien des deux angles *OCB*, *COE* qui sont ensemble égaux à l'angle *CBQ* ou *CEQ*, puisque les points *B* & *E* ne sont considerés que comme un seul point, & que l'angle *CEQ* est l'exterieur du triangle *COE*.

Maintenant si l'on mene la ligne *PD*, qui faisant avec

recourbement n'étant que dans un point, à moins que toute la roulette ne fût une ligne droite, auquel cas tous ces points seroient des recourbemens.

Il s'ensuit donc de ceci que si l'angle *CEQ* est égal à l'angle *APB*, & le point *S* qui doit être indéfiniment proche de *P* étant sur la ligne *PF*, ce point *P* sera le recourbement de la roulette qu'il décrit.

Ce que je viens d'expliquer touchant la position de la roulette par rapport au point *A*, ne doit s'entendre que lorsque les points *C* & *O* qui sont les rencontres des perpendiculaires à la generatrice & à la base, sont des deux côtés du point *A*; mais s'ils sont tous deux du même côté, ce sera tout le contraire, ce qui ne change rien à la démonstration.

Démonstration du point de recourbement.

Il sera maintenant facile de déterminer la position du point *P* quand il est dans le recourbement de la roulette, si elle peut en avoir un, ce qui paroît dans la solution de ce Probleme. Car le point *C* étant le concours de deux perpendiculaires en *A* & en *E* indéfiniment proche l'une de l'autre sur la generatrice; ou bien, ce qui est la même chose, le point *C* étant le point touchant de la ligne menée du point *A* à la ligne qui décrit par son évolution la generatrice, si sur le diametre *AC* on décrit un demi-cercle *CXA*, quand le point *P* décrivant sera dans la circonference de ce cercle, il sera aussi dans le recourbement de la roulette qu'il décrit, pourvû que la base soit une ligne droite : car alors l'angle *CEQ* qui sera égal à l'angle *ACE*, sera aussi égal à l'angle *APE*, puisque le point *P* est dans la circonference du cercle *APC*, & que le point *E* peut être consideré comme étant sur la generatrice, sur la base de la roulette & sur le cercle *CA*, à cause que *AE* est une partie indéfiniment petite, & que le cercle touche la base qui est une ligne droite dans le point *A*, laquelle touche aussi la generatrice dans ce même point *A*. Fig. 3.

Il faut remarquer que la position & la grandeur du cercle *AXC* ou *AXV* change dans toutes les differentes positions de *CO*, & que dans chaque position il fera connoître seulement si le point *P* décrivant est dans le recourbement de la roulette, & si la roulette a sa convexité ou sa concavité tournée vers *A*: mais il sera le lieu du point de recourbement de toutes les roulettes formées sur la même base & sur la même generatrice dans la position où elles se touchent en *A*, quand les points décrivans y seront placés. Ce n'est pas que d'autres points décrivans ne puissent donner des roulettes qui auront des recourbemens, mais ce sera hors cette position, comme je l'explique plus au long dans le cas suivant.

FIG. 4. Mais si la base est une Courbe, & que le point *O* soit le point touchant de la ligne droite *CAO* sur la Courbe qui décrit par son évolution celle de la base, ayant fait comme *CO* à *CA*, ainsi *AO* à *AV*, & sur *AV* pour diametre ayant décrit le cercle *AXV*, je dis que ce cercle est le lieu du recourbement de la roulette lorsque son point décrivant *P* se trouvera sur la circonference de ce cercle dans cette position de la generatrice & de la base; & quand le point *P* sera hors ce cercle, la concavité de la roulette sera tournée vers *A*; au contraire sa convexité sera tournée vers *A* quand le point *P* sera dans le cercle.

La démonstration en est facile aprés ce que j'ay démontré; car dans les triangles dont deux des angles sont indéfiniment petits, & par consequent le troisiéme indéfiniment grand, on peut considerer que les angles sont entr'eux comme les côtés opposés à ces angles: c'est pourquoy au triangle *CEO* le côté *CO* est au côté *CE* ou *CA*, car on les suppose égaux, comme l'angle *CEO* ou son supplément *CEQ* à l'angle *COE*. Mais aussi au triangle *VOE* le côté *OE* est à *EV*, ou bien les lignes *AO* à *AV* qui leur sont supposées égales, comme l'angle *OVE* à l'angle *VOE*. Mais à cause que *CO* est à *CA* comme *AO* à *AV*, l'angle *CEQ* sera à l'angle *COE* comme l'angle *OVE* à l'angle *VOE* ou *COE*; donc l'angle *CEQ* sera égal à l'angle *OVE*

ou *AVE*, qui sera égal à *APE* à cause de la circonference du cercle *AXV*; & par ce qui a été démontré d'abord les points *S* ou *R* de la roulette & qui sont indéfiniment proche de *P*, seront sur la ligne *PF* perpendiculaire à *AP*, & par consequent la roulette sera dans son recourbement en *P*; car si la roulette étoit décrite, & qu'elle coupât le cercle *AXV* dans quelque point comme *P*, & que ce point fût alors sur le cercle & dans la position où il décrit la roulette lorsque la base & la generatrice se touchent en *A* sur *CO*, il s'ensuivroit que le point *P* de la roulette seroit dans son recourbement : mais si dans cette position de la base & de la generatrice, le point décrivant *P* se trouvoit au dedans du cercle *AXV*, l'angle *APE* seroit obtus, & par ce qui a été démontré d'abord des touchantes, la convexité de la roulette seroit alors tournée vers *A*, & ce seroit le contraire si le point décrivant étoit hors le cercle, car ce seroit la concavité de la roulette qui seroit tournée vers *A*.

On remarquera aussi qu'on peut placer le cercle *AXV*, dont on a déterminé le diametre *AV*, de l'autre côté de *A*, & ce sera la même démonstration, ce diametre étant toûjours sur *CO*.

On fera la même démonstration pour la roulette dont la courbure de la base aura sa convexité tournée du même côté de celle de la generatrice; car on fera aussi comme *CO* à *CA*, ainsi *AO* à *AV*, & *AV* sera le diametre du cercle, qui est le lieu du point décrivant, quand ce point est sur le recourbement de la roulette; & l'on aura dans le triangle *COE* le côté *CO* au côté *CE* ou *CA*, comme l'angle *CEO* à l'angle *COE*. Mais au triangle *VOE* le côté *OE* est à *EV*, ou bien *AO* à *AV*, comme l'angle *OVE* à l'angle *VOE*, ou son supplément *AOE* qui est le même que *COE*. C'est pourquoy l'angle *CEO* est à l'angle *COE*, comme l'angle *OVE* ou *AVE* à l'angle *COE*, & par consequent l'angle *CEO* sera égal à l'angle *AVE* ou à l'angle *APE*, & dans la formation de la roulette quand le point *E* de la generatrice sera placé sur le point *e* de la base, & FIG. 5.

du cercle generateur, il eſt évident que la roulette ne peut avoir de recourbement; car ce point ne pourra jamais ſe trouver ſur le cercle generateur qui eſt le même que *AVX* dans toutes ſes differentes poſitions, & alors ſi le point *P* eſt au dehors du cercle generateur, la Courbe de la roulette aura ſa concavité tournée vers le point *A* ſuivant la regle, & s'il eſt au dedans ce ſera ſa convexité qui ſera tournée vers ce même point *A*.

Mais ce qu'il y a de plus remarquable dans cette eſpece de roulette, c'eſt que ce ſera toûjours une ligne elliptique, hormis quand le point décrivant eſt au centre *C* du cercle generateur; car ce ſera un cercle, & une ligne droite quand il eſt ſur la circonference comme j'ay déja dit. Voici comme je démontre que ces roulettes ſont des Ellipſes.

Soit la baſe *BAEF*, le cercle generateur *OXA* & le point décrivant *P* ſur ſon diametre *OCA*. Ayant fait *AH* égale à *OP*, du point *O* pour centre & pour rayons *OP*, *OC*, *OH* ſoient décrits les cercles *PI*, *CM*, *HNT*, & le cercle generateur étant tranſporté en *OZE* & le point décrivant *P* en *R*; je dis que le point *R* eſt ſur la circonference d'une Ellipſe dont *OP* eſt la moitié du petit axe, & *OT* égale à *OH* eſt la moitié du grand axe. Fig. 7.

Lorſque le cercle generateur eſt parvenu en quelle poſition on voudra, comme en *OZE* en roulant ſur la baſe *AE*, ſon diametre étant placé en *OE*, il eſt évident que le point *O* ſera parvenu au point *Z*, enſorte que l'arc *OL* ſera double de l'arc *AE*; car le cercle de la baſe a ſon diametre double de celui du generateur. Mais auſſi l'arc *CM* qui eſt égal à l'arc *AE*, ſera la moitié de l'arc *OL*, & la corde *OL* ſera double du ſinus *MD* de l'angle *COM*, qui eſt la moitié de l'angle *OML*. De plus la ligne *MG* parallele à *OC* fera l'angle *OMG* égal à *MOC*, & par conſequent *MG* ſera perpendiculaire ſur *OL* & la coupera en deux également en *G*, & le point *L* ſera ſur *OT* perpendiculaire à *OA*. Mais puiſque le point *O* de la circonference du cercle a été tranſporté en *Z*, le diametre *OCA*

ſera tranſporté en *LM*, & le point *P* décrivant ſera par conſequent ſur *LM* en *R*, *LR* étant égale à *OP* ou à *OI*: c'eſt-pourquoy *IR* ſera parallele à *OL*. Enfin ſi l'on mene *RN*, le triangle *MRN* ſera iſocelle; car les lignes *MR*, *MI*, *CP*, *CH*, *MN* ſont égales: c'eſt-pourquoy les points *IRN* ſeront dans la circonference d'un cercle dont *IN* eſt le diametre, & par conſequent l'angle *IRN* ſera droit. Mais *IR* eſt perpendiculaire à *OA*, donc *RN* ſera parallele à la même *OA*. Il eſt donc évident par la generation des Ellipſes que le point *R* ſera ſur l'Ellipſe *PRT* qui a pour ſes demi-axes les lignes *OP*, *OH* qui ſont les rayons des cercles *PI*, *HNT*. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Ce ſera la même démonſtration pour la roulette Elliptique, qui ſera décrite par un point placé hors le cercle generateur, & qui peut être toûjours ſur un diametre.

Par ce qui a été démontré cy-devant, il eſt facile à voir que le changement de grandeur & de poſition qui peut arriver au cercle qui eſt le lieu du recourbement des roulettes, ne change rien à ce que j'en ay déterminé, car il ne peut apporter que quelques varietés à la figure de la roulette qui pourra avoir pluſieurs recourbemens, ce qu'on pourra connoître facilement par la regle que je viens de donner.

On peut connoître par ce que j'ay démontré juſqu'icy, que dans chaque poſition du cercle *AXV*, toutes les roulettes qui auront leurs points décrivans dans ſa circonference, ſeront auſſi toutes dans leur recourbement dans ces mêmes points. Ainſi l'on peut déterminer quelles ſeront les roulettes décrites par la même generatrice & ſur la même baſe qui peuvent avoir des recourbemens, puiſque cela dépend des lignes qui par leur évolution décrivent la generatrice & la baſe, leſquelles déterminent tous les cercles poſſibles comme *AXV* ſur ces données; & il eſt certain que s'il y a quelque eſpace déterminé où ſe trouvent ces cercles, ce ſera auſſi dans cet eſpace où tous les points qu'on y prendra pourront décrire des roulettes qui

auront un ou plusieurs recourbemens ; mais que hors cet espace les points décrivans ne donneront point de roulettes qui aïent des recourbemens. On en verra un exemple dans ce qui suit, où je démontre comment on peut déterminer sur la generatrice le point où elle doit toucher la base, pour faire que le point décrivant soit dans son recourbement, la generatrice & la base étant données, & la position du point décrivant sur le plan de la generatrice.

Soit donc, par exemple, la parabole *ABD* pour la generatrice d'une roulette, dont la base est le cercle *LAM* qui a pour centre le point *O*, & le sommet de la parabole touchant le cercle *LM* au point *A* ; soit aussi la ligne courbe *CKG* qui décrit la parabole par son évolution. Le point *O* represente aussi la ligne qui décrit le cercle par son évolution. C'est-pourquoy si de tous les points de la Courbe *CKG* on mene des touchantes à cette Courbe, ou des perpendiculaires à la parabole, comme *KB*, *GD*, & qu'on les prolonge en *E* & en *F*, ensorte que *BE*, *DF* soient égales à *AO* qui seront les perpendiculaires menées de la ligne *O* qui décrit le cercle par son évolution, jusqu'aux points du cercle qui répondront aux points *BD* de la parabole quand elle roulera sur *AM*, ces lignes droites *KE* & *GF* representeront celles qui touchent les deux lignes qui forment la generatrice & la base par leur évolution, & qui passent par le point commun touchant de la base & de la generatrice ; ce qui est facile à connoître par ce que j'ay expliqué cy-devant. Fig. 8.

Si l'on veut donc maintenant trouver les diametres des cercles qui seront le lieu des recourbemens des roulettes lorsque le point décrivant y sera placé, il faut faire par la regle comme *CO* à *CA*, ainsi *AO* à *AV* ; & comme *KE* à *KB*, ainsi *BE* à *BI* ; & de même comme *GF* à *GD*, ainsi *DF* à *DH*, & les lignes *AV*, *BI*, *DH* seront les diametres des cercles *VA*, *BI*, *DH* qui sont le lieu qu'on cherche. Mais aussi il est facile à voir que tous les diametres de ces cercles seront toûjours plus petits que *OA*,

puiſque le ſecond terme de la proportion eſt toûjours plus petit que le premier lorſque la baſe a ſa convexité tournée vers celle de la parabole, & par conſequent le troiſiéme terme qui eſt toûjours égal à *AO* dans cet exemple ſera plus grand que le quatriéme.

On déterminera donc par le moïen de ces cercles l'eſpace où le point décrivant *P* doit être ſur le plan de la parabole pour faire que la roulette ait un recourbement. Cet eſpace ſera renfermé entre la parabole & la Courbe qui touchera tous les cercles *AV*, *BI*, *DH*, qui ſeront décrits d'un côté & d'autre de l'axe de la parabole. Il eſt donc évident que ſi le point décrivant *P* eſt dans cet eſpace, il rencontrera un de ces cercles dont l'extremité du diametre ſur la parabole en déterminera le point où elle doit être placée ſur la baſe pour faire que ce point décrivant ſoit ſur le recourbement. Mais ſi le point décrivant eſt hors cet eſpace, la roulette n'aura point de recourbement, ce qui ſuit des démonſtrations précedentes.

Mais ſi le point décrivant *P* eſt donné de poſition avec un point comme *B* ſur la parabole, & qu'on demande le diametre de la baſe circulaire pour faire enſorte que lorſque le point *B* la touchera, le point *P* ſoit dans le recourbement de la roulette; il n'y aura qu'à ſe ſervir de la converſe de la propoſition generale, & mener la ligne droite *PB*, & par le point *P* la ligne *PQ* perpendiculaire à *BP*, laquelle rencontrera au point *Q* la ligne *BK* perpendiculaire à la parabole en *B*, enſorte que ſi l'on fait enſuite comme *KQ* à *KB*, ainſi *KB* à une quatriéme *KR*, le point *R* ſera le centre du cercle de la baſe, lequel aura pour rayon *RB*. La grandeur *KR* peut être priſe indifferemment d'un côté & d'autre de *K* ſur *KB*, pour y déterminer le centre *R* du cercle de la baſe qui aura ſon rayon *KB*; & il eſt évident qu'il y aura pluſieurs cas particuliers qui naîtront des differentes grandeurs données. Et ſi le point *Q* tomboit au point *K*, le cercle de la baſe auroit ſon centre à diſtance infinie, & ce ne ſeroit qu'une ligne droite.

La démonſtration de la conſtruction de ce problême ſe tire de la regle que j'ay donnée : car ſi le point *R* eſt le centre de la baſe, on aura par la regle *KR* à *KB*, comme *BR* à *BQ* ; mais en diviſant *KR* ſera à *BR* moins *KR*, ce qui eſt égal à *KB*, comme *KB* à *BQ* moins *KB*, ce qui eſt égal à *KQ* ; ce qui eſt la même proportion que je viens de donner pour trouver le point *R*.

Ces démonſtrations conviennent auſſi à toutes les lignes qui ſont décrites par l'évolution d'une autre, ſelon la methode de M. Hugens dans ſon Traité des Pendules, puiſque toutes ces ſortes de lignes ne ſont que des roulettes qui ont pour baſe la ligne courbe qu'il appelle évoluë, & pour generatrice le cercle infini ou la ligne droite, ce qui eſt la même choſe.

Pour les points de reflexion des roulettes, ils ſeront déterminés par la plus petite ou la plus grande ligne menée du point décrivant ſur la generatrice, lorſque le point de rencontre de cette ligne avec ſa generatrice ſera ſur la baſe ; alors le point décrivant ſera dans le point de reflexion de la roulette : ce qui paroît par la ſeule inſpection de la figure, & par la formation de la roulette.

Détermination de la ſuperficie & de la longueur des Roulettes.

On peut par la methode que j'ay donnée cy-devant déterminer la ſuperficie des roulettes, & la longueur de leurs Courbes. Car ſi les lignes menées du point décrivant juſqu'aux points de la Courbe generatrice, gardent entr'elles quelque progreſſion connuë, les diviſions de la generatrice auſquelles ces lignes ſont menées en ayant auſſi une ; & de plus les angles que font les touchantes des lignes qui décrivent par leur évolution la generatrice & la baſe, étant auſſi connus par rapport aux parties de ces lignes, on connoîtra la ſuperficie & la longueur des roulettes par rapport à quelque ſuperficie & à quelque ligne de celles qui ſont données dans la generatrice & dans la baſe.

On verra dans les exemples ſuivans des applications de cette methode, qui ſerviront pour toutes les roulettes.

Exemple I.

FIG. 9. Soit le cercle *ABD* dont le centre eſt *C* pour la Courbe generatrice de la roulette *DPV*; & le cercle *AEV* dont le centre eſt *O* pour la baſe. Les centres *C* & *O* de ces cercles repreſentent les lignes dont les deux cercles ſont évolus : c'eſt-pourquoy dans toutes les poſitions de ces deux cercles les lignes qui paſſeront par ces deux centres, ſeront perpendiculaires à la generatrice & à la baſe.

Maintenant dans telle poſition qu'on voudra du cercle generateur *AEPD* ſur la baſe *AAV* laquelle il touche en *A*, le point décrivant *P* étant placé ſur la roulette en *P*, ſi la generatrice a roulé ſur la baſe d'une partie indéfiniment petite *AE*, la ligne *CO* qui joint les centres ou qui touche les Courbes qui décrivent par leur évolution la generatrice & la baſe, aura paſſé en *OEQ*, & le point décrivant *P* ſera parvenu au point *S*.

Ayant mené comme on a fait pour les touchantes les lignes *AP*, *EP*, *ES*, il s'enſuit que la ligne *EP* ſera parvenuë en *ES*, & que l'angle *PES* ſera égal à l'angle *CEQ*. Ainſi dans ce petit roulement il ſe ſera formé la figure *PAES*, qui ſera la portion de la ſuperficie de la roulette qui convient à ce roulement *AE*.

Mais cette ſuperficie eſt compoſée de deux triangles *APE*, *PES*, & le triangle *APE* a ſon angle en *P* égal à la moitié de l'angle *ACE* ou à l'angle *ADE* à cauſe du cercle. C'eſt-pourquoy ſi l'on diviſe en deux également l'angle *ACE* par la ligne *CR* laquelle ſera parallele à *DE*, on aura le triangle *RCE* qui aura ſon angle *RCE* égal à l'angle *APE* à cauſe du cercle, & ſon angle exterieur *CEQ* égal à l'angle *PES*. Mais comme dans les triangles qui ont leurs angles indéfiniment petits ou grands, on raiſonne des côtés comme des angles; il s'enſuit que *ER* | *CR* || l'angle *RCE* ou *APE* | l'angle *CER* ou *CEQ* ou *PES*.

Mais auſſi les deux triangles qui ont un angle indéfini-

ment petit *PAE*, *PES*, & qui ont le côté commun *PE* & les autres ſenſiblement égaux, ſont entr'eux comme leurs angles *APE*, *PES*; on aura donc le triangle *APE* | triangle *PES* || *ER* | *CR*.

Mais dans le triangle *OCE* dont les angles en *C* & en *O* ſont indéfiniment petits, & dont l'angle *C* eſt diviſé en deux également par la ligne *CR*, & *CD* étant égale à *CA* ou *CE*, on a *OD* | *OC* || *DE* ou *DA* ou $2CA$ | *CR*. Semblablement on a *OD* | *DC* || *OE* ou *OA* | *ER*.

C'eſt-pourquoy $OD \times CR$ ſera égal à $OC \times 2CA$.

Et de même $OD \times ER$ ſera égal à *DC* ou $CA \times OA$.

Et comparant les quantités égales de l'un à l'autre, & à cauſe des côtés *OD* égaux, on a *CR* | *ER* || $OC \times 2CA$ | $CA \times OA$, ou bien || $OC \times 2CA$ | $2CA \times \frac{1}{2}OA$.

Donc auſſi à cauſe du côté égal $2CA$, on a *CR* | *ER* || *OC* | $\frac{1}{2}OA$, ou bien *invertendo* *ER* | *CR* || $\frac{1}{2}OA$ | *OC*; ou doublant || *OA* | $2OC$ égal $2OA$ plus $2CA$.

Donc enfin *OA* | $2OA$ plus $2CA$ || triangle *APE* | triangle *PES*.

Mais compoſant *OA* | *OA* plus $2OA$, ou bien $3OA$ plus $2CA$ || le triangle *APE* | triangle *APE* plus le triangle *PES* qui ſont enſemble égaux à la figure *PAES*.

Mais comme on aura toûjours la même analogie pour tous les points de la Courbe generatrice, & que tous les triangles *APE* enſemble compoſent le demi-cercle *DBA*, & toutes les figures *PAES* auſſi priſes enſemble compoſent toute la ſuperficie de la roulette, on aura le demi-cercle generateur *DBA* | la demi-roulette *ADPV* || *OA* rayon du cercle baſe | $3OA$ plus $2CA$, ce qui eſt trois fois le rayon du cercle baſe plus deux fois le rayon du cercle generateur.

Lorſque les convexités du cercle generateur & du cercle baſe ſont tournées du même côté, la même analogie ſubſiſte, mais non-pas avec addition, mais par ſouſtraction, ce qui vient de la ſuite des comparaiſons.

On aura auſſi par ce même moïen le rapport des ſecteurs du cercle generateur aux portions de la ſuperficie

de la roulette, lesquelles seront faites par une ligne comme *AP* perpendiculaire à la Courbe de la roulette en *P*. Car nous avons vû dans les touchantes, que si l'on mene une ligne droite *AP* du point *A* où la generatrice touche la base jusqu'au point décrivant *P*, la ligne menée par *P* perpendiculaire à *AP* touchera la roulette en *P*; c'est-pourquoy la ligne *AP* est perpendiculaire à la Courbe de la roulette. Mais il s'ensuit aussi par la démonstration que je viens de donner, que le segment du cercle generateur *PEA* sera au segment ou portion de la roulette *PSVEA* || *OA* | 3*OA* plus 2*CA*.

Il s'ensuit delà qu'une de ces roulettes étant donnée, on la peut diviser avec une ligne droite perpendiculaire à sa Courbe comme *AP* dans quelle raison on voudra, en divisant le cercle generateur *DPA* dans la même raison donnée par une corde comme *AP*, ce qui est facile en supposant cette division du cercle.

Pour la longueur de la Courbe de la roulette, on la détermine en cette maniere. Si les portions indéfiniment petites comme *AE* du cercle generateur sont toutes égales entr'elles, aussi tous les angles comme *CEQ* seront égaux entr'eux, qui sont aussi égaux aux angles *PES*. Mais comme on considere les triangles *PES* comme isoscelles dont les bases *PS* sont portions de la roulette, il est évident que toutes ces bases *PS* auront entr'elles la même raison que les côtés *PE*. Mais les côtés *PE* sont les cordes du demi-cercle *DBA*, & toutes ces cordes étant élevées perpendiculairement sur les parties *AE* du demi-cercle, font une superficie égale au quarré du diametre *DA*, ce qui est connu.

Mais aussi la premiere corde qui est *DA* aura même raison à la premiere base *PS*, que toutes les cordes ensemble à toutes les bases ensemble, & la premiere base *PS* est l'arc *MN* compris entre *EC* & *EQ*. C'est-pourquoy le produit de *DA* par toutes les *PS* prises ensemble, sera égal au produit de *MN* par toutes les cordes prises ensemble.

Mais la baſe *NM* dans ce cas de la figure, eſt égale à *ND* ou *AE* ſon égale plus *DM*. Et toutes les cordes priſes enſemble & multipliées par *AE* ou *ND*, ſont égales à la ſomme du produit de chacune en particulier par la même *AE*, ce qui eſt égal au quarré du diametre *DA*, comme nous avons dit. Donc *ND* | *NM* || le quarré de *DA* | produit de *DA* par toutes les *PS* priſes enſemble; & à cauſe de la hauteur commune *DA*, on a *ND* | *NM* || *DA* | à toutes les *PS* priſes enſemble.

Et par ce qu'on a démontré pour la ſuperficie dans cet exemple, *ND* ou *AE* | *NM* || *ER* | *CR*, & auſſi *ER* | *CR* || *OA* | 2*OA* plus 2*AC*; donc enfin *OA* | 2*OA* plus 2*AC* || *DA* diametre du cercle generateur | à la circonference de la roulette *DPV*; ou bien ce qui eſt la même choſe, en doublant les antecedens de cette analogie, & prenant enſuite la moitié de la premiere raiſon, on aura *OA* | *OA* plus *AC* || 2*DA* | *DPV*.

Pour ce qui eſt des portions de cette roulette comme *PV*, il s'enſuit de ce qui a été démontré, que ſi l'on fait *OA* | *OA* plus *AC* || 2*EP* qui eſt la corde de l'arc répondant à la portion de la roulette | à la portion *PV* de la roulette.

Si les convexités de la generatrice & de la baſe étoient tournées du même côté, on trouveroit pour le ſecond terme de l'analogie, *OA* moins *AC*, au lieu de *OA* plus *AC*, & le reſte ſeroit de même.

Si dans cette roulette la baſe étoit une ligne droite, la compoſition tant de la ſuperficie que de la circonference ſe déprimeroit; ce qui eſt facile à voir.

Exemple II.

On peut encore déterminer d'une autre façon la ſuperficie & la longueur de cette eſpece de roulette, & en même tems celles des roulettes allongées ou raccourcies, leſquelles ſont formées par des points qui ſont au dedans ou au dehors du cercle generateur qui roule ſur un autre cercle.

Lemme I.

Fig. 10. Soit le demi-cercle *BDV*, dont le diametre est *BV*, & le centre *C*; soit *CD* un rayon perpendiculaire à *BV*, & quelque ligne droite *Pπ* parallele à *BV*, qui rencontre le cercle en *P* & *π*. Si sur le diametre prolongé ou non prolongé on prend quelque point *A*, & que de ce point on mene les lignes *AD*, *AP*, *Aπ*; je dis que le quarré de *AP* joint au quarré de *Aπ* sera égal à deux fois le quarré de *AD*.

Des points *P* & *π* soient menées les perpendiculaires *PO*, *πω* au diametre *BV*. On aura par la construction *CO* égale à *Cω*, & *PO* égale à *πω*. Mais à cause des triangles rectangles, *APO*, *ADC*, *Aπω*, le quarré de *AP* est égal au quarré de *PO* plus le quarré de *AO*, lequel est égal au quarré de *AC* plus le quarré de *CO* plus deux rectangles *CA* par *CO*. Mais aussi le quarré de *Aπ* est égal au quarré de *πω* plus le quarré de *AC* plus le quarré de *Cω* moins deux rectangles *CA* par *Cω*; & assemblant ces deux valeurs, on aura le tout réduit à deux quarrés de *PO* plus deux quarrés de *CO* plus deux quarrés de *AC*. Mais le quarré de *PO* plus le quarré de *CO*, est égal au quarré de *CP* ou de *CD*; donc les deux quarrés de *AP* & de *Aπ* seront ensemble égaux à deux quarrés de *AC* plus deux quarrés de *CD*, lesquels sont ensemble égaux à deux quarrés de *AD*. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Ce sera la même démonstration si l'on prend le point *A* sur le cercle en *V*, ou sur le diametre *BV* au dedans du cercle.

Lemme II.

Fig. 11. Les mêmes choses étant posées comme dans le Lemme précedent, si par le point *A* on mene *AE* perpendiculaire à *VB* & soit *AE* de quelle grandeur on voudra, laquelle soit la base de trois triangles *AEP*, *AEπ* & *AED*; je dis que les deux triangles ensemble *AEP*, *AEπ* sont doubles du triangle *AED*.

Ayant

Ayant mené les lignes *EO*, *Eω*, *EC*, on formera trois autres triangles *AEO*, *AEω*, *AEC*, qui seront égaux aux précedens, puisqu'ils ont la même base *AE* & les mêmes hauteurs. Mais ces trois triangles qui ont la même base, sont entr'eux comme leurs hauteurs *Aω*, *AC*, *AO*, qui sont des grandeurs en proportion arithmetique par la construction ; c'est-pourquoy la somme des extrêmes est double de celle du milieu, ce qui sera aussi des triangles qui sont en même proportion. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Si le point *A* étoit pris sur le diametre *VB* au dedans du cercle ; alors si *CA* est plus grande que *CO* ou *Cω*, le cas est le même que le précedent : mais si le point *O* ou *ω* tombe en *A*, alors *AO* est double de *AC*, & la proposition est évidente : Et enfin si *CA* est plus petite que *CO*, alors on aura la difference entre *AO* & *Aω* qui sera double de *AC*, & ce sera la même chose pour les triangles.

Construction & démonstration de la Proposition.

Soit le cercle *AVN* dont le centre est *O* pour la base de la roulette, & le cercle generateur *DBA* dont le centre est *C*, & le point décrivant *F* placé où l'on voudra. Fig. 12.

Il est évident que dans le roulement du cercle generateur *DBA* sur la base, le point décrivant tracera un cercle *FIHG* concentrique au generateur, & par rapport à ce cercle *DBA* & sur son plan, dans toutes ses positions differentes sur la base ; mais le point décrivant tracera la roulette *FM* par rapport à la base & sur son plan.

Soit le point décrivant *F* en quelque position comme en *I*. Si par le point *I* on mene *IK* parallele au diametre *DA* du cercle generateur qui passe par le centre *O* de la base, quand le point décrivant est en *I*, & qu'on mene aussi les lignes *Ii*, *Kk* & *CB* perpendiculaires au diametre ; & qu'on suppose que le cercle generateur se soit avancé sur la base en roulant, d'une partie *AE* indéfiniment petite ; ayant tiré les lignes *AI*, *AH*, *AK* ; *EI*, *EH*, *EK* ; & *Ei*, *EC*, *Ek*, on aura par le Lemme 2. les deux triangles ensemble *AEI*, *AEK*, qui sont égaux aux

deux triangles *AEi*, *AEk*, à cauſe des hauteurs égales, égaux au double du triangle *AEH*, égal au triangle *AEC*, & qui eſt auſſi égal au triangle *AEB*; donc tous les triangles enſemble *AEI*, *AEK* dans la roulette *FMNA* ſeront auſſi égaux au double de tous les triangles *AEB* ou *AEC*, puiſqu'ils auront tous les mêmes petits arcs *AE* du cercle *ABD* pour baſe : mais la baſe *AVN* étant égale au demi-cercle *AB*, tous les triangles comme *AEI*, dont *AEK* en ſera auſſi un, ſeront enſemble égaux à tous les triangles *AEB* ou *AEC*, qui auront les mêmes baſes *AE* qui compoſent le demi-cercle *ABD*; donc enfin tous les triangles comme *AEI*, ſeront égaux à la ſurface du demi-cercle *ABD*, à laquelle tous les triangles *AEB* ou *AEC* ſont égaux; ce qui eſt évident.

Ce ſera la même choſe ſi le point décrivant eſt ſur la circonference du cercle generateur *ABD*.

Mais outre les triangles *AEI* dans la ſuperficie de la roulette, il y en a encore d'autres comme *EIR* ou *AIR* pour la remplir entierement, ſuivant ce que nous avons dit d'abord dans la generation; & tous ces triangles ſont ſemblables, car ils doivent tous avoir un même angle en *E* ou en *A*, & leurs côtés ſeront *EI*, *EH*, *EK*, ou bien *AI*, *AH*, *AK*; car on regarde ces lignes comme égales entr'elles, les points *A* & *E* étant pris pour un même point. C'eſt-pourquoy tous ces triangles ſemblables ſeront entr'eux comme les quarrés de leurs côtés *AI*, *AH*, *AK*. Mais par le Lemme 1. le quarré de *AI* & le quarré de *AK* ſeront enſemble égaux au double du quarré de *AH*; c'eſt-pourquoy les deux triangles ſemblables *AIR*, *AKX* ſeront enſemble égaux au double du triangle ſemblable *AHY*.

Il ne reſte donc plus qu'à connoître la ſomme de tous les triangles *AHY* ou *EHY*.

J'ay déja expliqué que tous les angles du ſommet, comme *HEY* de ces triangles ſemblables, doivent être égaux à l'angle *CEQ* qui eſt l'exterieur du triangle *CEO*, & qui eſt égal aux deux interieurs *OCE*, *COE*.

Je dis maintenant que si par le point *O* on mene la ligne *Ob* parallele à *AH* ou *EH* qu'on regarde comme la même, & qu'au point *b* on éleve sur *Ob* la perpendiculaire *hq* laquelle rencontre en *q* la ligne *OC*; & qu'on fasse comme *OA* à *OA* plus *Oq*, ainsi la superficie du demi-cercle generateur *DBA*, à une autre superficie, cette superficie sera égale à celle de la demi-roulette *FMNVA*, soit interieure, soit exterieure, soit moïenne; ce que je démontre comme il suit.

Toute la superficie de la demi-roulette est composée de quadrilateres comme *AERI* formés sur tous les arcs *AE* du demi-cercle generateur *ABD*, lesquels par ce que nous venons de rapporter sont égaux à autant de triangles *AEH* ou *AEC* qu'il y a d'arcs *AE* dans le cercle, & qui tout ensemble sont égaux au demi-cercle *ABD*; plus à autant de triangles *EHY* ou *AHY* qu'il y a aussi d'arcs *AE* dans le demi-cercle *ABD*.

Mais le triangle *AEC* est au triangle *AHY* dans la raison composée de la base *AE* à la base *HY*, & de la hauteur *CA* à la hauteur *AH*, car on considere ces triangles comme rectangles.

Mais *AE* est à *HY* dans la raison composée de la raison de *AE* à *CQ* qui est la partie de la ligne *CB* coupée par *OE* prolongée, & *AE* est à *CQ*, comme *OA* à *OC*, & de la raison de *CQ* à *HY* qui est aussi celle de *EC* à *EH*, ou de *AC* à *AH*.

Donc la raison du triangle *AEC* au triangle *AHY* sera celle du produit de *AO* par *AC* par *CA*, au produit de *OC* par *AH* par *AH*, qui est celle du quarré de *CA* par *AO*, au quarré de *AH* par *OC*.

Mais par la construction le quarré de *CA* est au quarré de *AH*; ou bien, ce qui est la même chose, le quarré de *CO* est au quarré de *Oh*, comme *CO* à *Oq*: Donc la raison du triangle *AEC* au triangle *AHY* sera celle de *CO* par *AO* à *Oq* par *OC*; & à cause du côté commun *CO*, ce sera celle de *AO* à *Oq*.

Donc enfin le triangle *AEC* est au triangle *AHY*,

comme *AO* à *Oq*. Et composant le triangle *AEC* est au triangle *AEC* plus le triangle *AHY*, ce qui forme la figure ou quadrilatere *AEYH*, comme *AO* à *AO* plus *Oq*; & le triangle *AEC* est au quadrilatere *AEYH*, comme tous les triangles *AEC* égaux entr'eux, qui forment le demi-cercle *ABD*, à tous les quadrilateres *AEYH* égaux entr'eux, qui forment la roulette *FMNVA*. Donc *AO* sera à *AO* plus *Oq*, comme le demi-cercle *ABD* à la demi-roulette *FMNVA*. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Cette démonstration & construction convient à toutes ces sortes de roulettes, soit que le point décrivant soit au dedans ou au dehors du cercle generateur, ou sur sa circonference. Mais dans ce dernier cas il est évident qu'au lieu de *AH* on aura *AB*, ce qui donnera le triangle isocelle *ACB*, & par consequent aussi le triangle isocelle *Ahq*, d'où l'on voit que *CO* & *Cq* seront égales entr'elles; & par consequent la raison de *OA* à *OA* plus *Oq*, se réduira à celle de *OA* à trois *OA* plus deux *CA*, qui est celle qu'on a trouvée par l'autre methode dans l'exemple précedent.

On trouvera aussi les parties de ces roulettes par les mêmes constructions. Et enfin ce sera la même chose pour toutes les roulettes tant allongées que raccourcies dont la base sera une ligne droite, qui n'est qu'un cercle dont le centre est à distance infinie; car alors les *Oh* & les *hq* qui sont paralleles aux *AH* & *Hp*, donneront des parties *AO*, *pq* aussi infinies; & les *AC* & *Cp* n'entrent point en comparaison avec elles, quoique dans leur étenduë infinie elles ne laissent pas de conserver toûjours la même raison des *AC* à *Cp*. C'est-pourquoy on aura alors le cercle generateur à la superficie de la roulette, comme *AO* infinie à *AO* infinie plus *Oq* infinie. Mais cette *Oq* infinie est composée de *AO* infinie & de *Aq* infinie, qu'on ne considere que comme *pq* infinie; & *AO* infinie étant à *pq* comme *AC* à *Cp*, le rapport du cercle generateur à ces sortes de roulettes, sera comme *AC* à *AC* plus *Ap*, ou comme *AC* à 2*AC* plus *Cp*.

Dans la premiere de ces roulettes où le point décrivant est sur le cercle generateur, & où alors *Cp* devient égale à *CA*, il s'ensuit que la surface de la roulette sera triple du cercle generateur, puisque *AC* plus *Ap* sera égal à trois *AC*.

Mais en general pour toutes ces roulettes qui ont la base en ligne droite, si l'on tire par le point *A* la ligne *Af* perpendiculaire à *CO*, & qu'on la prenne égale à *AH*, la ligne *Cf* sera le rayon d'un demi-cercle égal à la demi-roulette. Car par les démonstrations précedentes *CA* est à *CA* plus *Cp*, comme le demi-cercle generateur à la demi-roulette, & comme le quarré de *CA* au quarré de *CA* plus le quarré de *AH*, ce qui est égal au quarré de *Cf*.

Pour les longueurs de ces roulettes on voit dans la figure précedente qu'elles sont toutes composées de toutes les bases *IR* des triangles semblables *EIR* ou *AIR*, & ces bases sont entr'elles comme les côtés *IA* : c'est-pourquoy comme *IA* sera à *IR* dans un des triangles, ainsi toutes les *IA*, à toutes les *IR* qui seront la longueur de la roulette.

Si l'on prend la premiere ou la plus grande *IA* qui est *FA*, & la premiere ou la plus grande *IR* qui est *FZ* qu'on détermine dans cette figure, qui est la même que la précedente, & qu'on a seulement separée pour éviter la confusion des lignes, en faisant comme *AC* à *AF*, ainsi *CQ* à *FZ*, ou bien en menant la ligne *AQ* qui rencontre en *Z* l'arc *FZ* décrit du centre *A* sur le rayon *AF*, ou *FZ* perpendiculaire à *DA*, ce qui est la même chose dans des arcs indéfiniment petits, comme on les suppose icy, on aura *FA* à *FZ*, comme toutes les *IA* à toutes les *IR* qui sont ensemble égales à la longueur de la roulette. Donc on a *FA* par toutes les *IR* égal à *FZ* par toutes les *IA*. Fig. 13.

Soit mené *CE* qui coupe l'arc *GH* au point *s*, on aura l'arc *Gs* du cercle *FHG* semblable à l'arc *AE* du cercle *ABD*.

Mais toutes les *IA* par *Gs* seront à toutes les *IA* par *FZ*, comme *Gs* à *FZ* à cause de la hauteur commune *IA*. Si l'on détermine donc toutes les *IA* par *Gs*, & qu'on connoisse le rapport de *Gs* à *FZ*, on aura toutes les *IA* par *FZ* qui doivent être égales à *FA* par toutes les *IR*.

Mais on trouvera la raison de *Gs* à *FZ* en considerant qu'elle est composée de celle de *Gs* à *AE*, qui est celle de *CG* à *CA*; & de celle de *AE* à *CQ*, qui est celle de *OA* à *OC*; & enfin de celle de *CQ* à *FZ*, qui est celle de *CA* à *AF*; & ces trois raisons font celle du produit de *CG* par *OA* par *CA* au produit de *CA* par *OC* par *AF*, laquelle se réduit à celle du produit de *CG* par *OA* au produit de *OC* par *AF*, à cause de la hauteur commune *CA*.

Et si l'on mene *OH* & *Ar* parallele à *OH*, on aura *OC* à *CG* ou *CH*, comme *OA* à *Hr*; c'est-pourquoy le produit de *CG* par *OA* sera égal au produit de *OC* par *Hr*, & substituant ce produit de *OC* par *Hr*, à la place du produit de *CG* par *OA* dans la derniere raison trouvée, elle se réduira à celle du produit de *OC* par *Hr* au produit de *OC* par *AF*, laquelle se réduit encore à celle de *Hr* à *AF*, à cause de la hauteur commune *OC*, laquelle sera celle de *Gs* à *FZ*.

Il ne faut plus maintenant que trouver le produit de toutes les *IA* par *Gs*, & l'on en tirera par la raison de *Hr* *AF* le produit de toutes les *IA* par *FZ*, qui doit être égal au produit de *FA* par toutes les *IR*, & par consequent ce produit étant divisé par *FA*, donnera toutes les *IR* égales à la longueur de la roulette.

FIG. 14. Le demi-cercle *FHG* étant donné avec son diametre *FG* prolongé d'un côté & d'autre, & le point *A* aussi donné sur ce diametre; si l'on mene le rayon *CH* perpendiculaire à *FG*; & menant aussi *AH* avec sa perpendiculaire *HP* qui rencontre le diametre en *P*, on aura le rectangle de *AC* par *AP* égal au quarré de *AH*.

Maintenant si l'on fait *CV* égale à un demi *AP*, & qu'on prenne *VK* égale à *AC*, & qu'enfin du point *K* pour centre & pour rayon *KV* on décrive le demi-cercle *VNM*,

une ligne telle qu'on voudra *ON* perpendiculaire à *FA*, laquelle coupe les deux cercles en *P* & en *N*, fera *AI* égale à *VN*.

Car le quarré de *AH* est égal au rectangle de *AC* par *AP* par la construction, ou bien égal au rectangle de 2*AC* par $\frac{1}{2}$*AP*, & $\frac{1}{2}$*AP* est égal à *CV*, & 2*AC* égal à *VM*.

Le quarré de *AI* est égal au quarré de *OI* plus le quarré de *AC* plus le quarré de *CO* plus le rectangle de 2*AC* par *CO*; & le quarré de *CI* étant égal au quarré de *OI* plus le quarré de *CO*, il s'ensuit que le quarré de *AI* sera égal au quarré de *CI* ou *CH* plus le quarré de *AC* plus le rectangle de 2*AC* par *CO*, & enfin le quarré de *AI* sera égal au quarré de *AH* plus le rectangle de 2*AC* par *CO*.

Mais enfin le rectangle de 2*AC* ou *VM* par *CO* plus le rectangle de 2*AC* ou *VM* par *VC* ou $\frac{1}{2}$ *AP*, lequel est égal au quarré de *AH*, sera égal au quarré de *VN* par la construction; donc le quarré de *AI* sera égal au quarré de *VN*, & *AI* égale à *VN*. On fera une semblable démonstration si la ligne *ON* est au-dessous de *CH*.

On voit aussi que si l'on décrit une Parabole *VX* dont *VF* soit l'axe, *V* le sommet, & son parametre égal à *VM* ou 2*AC*, elle aura toutes ses ordonnées *OX* qui couperont les cercles *FHG*, *MNV* aux points *I* & *N*, égales à *AI* & à *VN*.

Ainsi les ordonnées *OX* de la Parabole *VX* étant élevées perpendiculairement sur les points *I*, formeront une figure sur le cylindre droit qui a pour base le cercle *FHG*, laquelle sera égale à toutes les *IA* par *Gs*, ou égales ensemble à chaque *IA* par chaque *Gs*, ou égales ensemble à chaque *IA* par chaque *Gs* qu'on suppose égales entr'elles.

Il paroît enfin que si l'on éleve le plan de la Parabole *VX* perpendiculairement sur son axe *VM*, & qu'on imagine un cylindre droit qui ait pour base cette Parabole, sa superficie coupera de la superficie du cylindre droit qui a pour base le cercle *FHG*, la même figure que nous venons de déterminer. *Ce qu'il falloit faire.*

On peut auſſi faire la même operation d'une maniere un peu plus abregée, en ſe ſervant du calcul des lieux ; c'eſt-pourquoy je l'emploïeray dans la methode ſuivante pour trouver d'une maniere differente de la précedente, la même valeur de toutes les *IA* par *Gs*.

FIG. 15. Soit le cercle *FIG* dont le centre eſt *C*, & ſur ſon diametre *FG* prolongé ſoit le point *A*, d'où ſoit mené les lignes *AI* à la circonferencee du cercle. Du point *G* pour centre & pour rayon *GF* ſoit décrit le quart de cercle *FTS*, lequel aura ſon rayon double de celui du cercle *FHG*. Soit auſſi dans le cercle *FIG* quelque corde *GI* prolongée en *T* juſqu'au cercle *FTS*. Du point *T* ſoit mené *TQ* perpendiculaire à *GS*. On ſçait que *TQ* doit être égale à *GI*.

Maintenant ſoit fait $CG = r$. $GQ = y$. $CA = a$, donc $FG = 2r$.

Si l'on mene *AI* on trouvera ſa valeur ; car *GI* eſt la même que $TQ = \sqrt{4rr - yy}$.

Mais $4rr =$ au quarré de $GT \mid yy \parallel 4rr - yy \mid \frac{4rryy - y^4}{4rr} = IO$ quarré.

Mais auſſi *CI* quarré moins *IO* quarré $= CO$ quarré, ce qui eſt $rr - \frac{4rryy + y^4}{4rr}$, ou bien $\frac{4r^4 - 4rryy + y^4}{4rr} = CO$ quarré, & par conſequent $\frac{2rr - yy}{2r} = CO$.

Donc enfin $a + \frac{2rr - yy}{2r}$, ou bien $\frac{2ar + 2rr - yy}{2r} = AO$, & par conſequent *AI* quarré $= AO$ quarré plus *IO* quarré, ce qui eſt $\frac{4aarr + 4r^4 + 8ar^3 - 4aryy - 4rryy + 4rryy - y^4}{4rr}$, ce qui ſe réduit à $\frac{raa + r^3 + 2rra - ayy}{r}$, ou bien à $aa + rr + 2ra - \frac{ayy}{r}$. Mais pour abreger ſoit $aa + rr + 2ra = dd = AF$ quarré ; donc $dd - \frac{ayy}{r} = AI$ quarré, & faiſant cette valeur $= zz = QX$ quarré, on aura $dd - \frac{ayy}{r} = zz$, ou bien $dd - zz = \frac{ayy}{r}$, ou enfin $dd - zz = \frac{rayy}{rr}$, qui eſt un lieu à l'Ellipſe, laquelle paſſera par tous les points *X*, & qui ſera tres-facile à conſtruire.

Car

Car ſi l'on prolonge *GF* juſqu'en *M*, & qu'on prenne *CM* $=$ *CA*, & que ſur *GM* comme diametre on décrive le demi-cercle *GhM* qui rencontre *CH* prolongée en *h*, on aura *Ch* quarré $=$ au rectangle *CG* par *CM* $=$ *ra*.

C'eſt-pourquoy ayant mené *Mh* prolongée juſqu'à *GS* en *V*, on aura *GM* & *GV* pour les deux demi-axes de l'Ellipſe *MXV*; & toutes les ordonnées comme *XQ* au petit axe de cette Ellipſe ſeront égales aux *IA*, & les arcs *FT* ſeront égaux aux arcs *FI*.

Il s'enſuit donc que ſi l'on éleve toutes les ordonnées *XQ* ſur les points *T*, on aura la même figure que ſi on élevoit les *IA* $=$ *XQ* ſur les points *T*, & cette figure ſera une portion de cylindre droit dont la baſe eſt le cercle *FTS*.

Cette figure déterminée ſe réduira comme la précedente pour en tirer la valeur de la longueur de la roulette cherchée.

On voit auſſi que ſi l'on éleve l'Ellipſe *MXV* perpendiculairement ſur ſon axe *GV*, & qu'on imagine un cylindre droit qui ait pour baſe cette Ellipſe, la rencontre de ſa ſuperficie avec celle du cylindre droit, dont la baſe eſt le cercle *FTS*, retranchera de ce dernier une figure égale à celle des *XT* élevées ſur les points *T*.

Si la baſe de ces ſortes de roulettes étoit une ligne droite, on trouvera par la même methode la valeur de la ſuperficie cherchée, qu'on pourra égaler à d'autres figures.

Exemple III.

Autre eſpece de roulette.

Si la generatrice de la roulette eſt une ligne droite, & que le point décrivant ſoit un des points de cette ligne, & que la baſe ſoit un cercle, on pourra connoître la ſuperficie & la longueur de cette roulette, puiſqu'on connoît tout ce qui eſt neceſſaire pour ce ſujet tant dans la generatrice que dans la baſe. Car puiſque la ligne qui décrit la ligne droite par ſon évolution eſt un point à diſtan-

ce infinie, & que celle qui décrit le cercle est un point à distance finie, on connoîtra comme on a fait cy-devant la grandeur des triangles qui composent cette roulette.

FIG. 16. Soit la ligne generatrice *AM* dont le point *P* joint au point *A* soit celui qui décrit la roulette, & que le cercle *AB* en soit la base. Ayant pris les parties *AE*, *EI* de la generatrice égales entr'elles & indéfiniment petites; lorsque les lignes *EC*, *IC* qui touchent celle qui décrit la generatrice *AM* par son évolution, seront jointes aux lignes *DE*, *DI* de celle qui décrit la base par son évolution, le point décrivant *P* ou *A* se sera mû en *F* & en *Q*, & l'angle *PEF* sera égal à l'angle *CEK*. De même l'angle *FIQ* sera égal à l'angle *LIG*; car *CI* sera posée en *LI* quand *PE* est en *FE*, & *LI* sera parallele à *KE*: mais tous ces angles *CEK*, *LIG* & les autres semblables étant toûjours égaux entr'eux par la construction, les angles *PEF*, *FIQ* seront aussi égaux entr'eux, puisqu'ils sont égaux à l'angle *CEK* ou aux angles égaux *ADE*, *EDI*.

Tous les triangles comme *PEF*, *FIQ* étant donc considerez comme isoscelle qui ont l'angle du sommet égal en tous; l'espace de la roulette *PQNOBA* en quelque endroit qu'elle soit terminée par sa ligne décrivante comme en *ON* & par sa base *ABO*, sera égal à la somme de tous ces triangles isoscelles semblables.

Mais tous ces triangles isoscelles semblables ont tous leurs côtés en proportion arithmetique; car chaque côté sera égal aux parties de la generatrice comme *EP*, *IP*, &c. qui augmentent de parties égales entr'elles, & à *PE*, *EI*, &c. C'est-pourquoy cet espace de la roulette *PQNOBA*, dont la base *ABO* sera égale à la partie *AM* de la generatrice, sera égal à un espace qui sera au tiers du secteur de cercle *DABOD* comme le quarré de la ligne *AM* ou de la partie *ABO* de la base qui lui est égale, est au quarré du rayon *DA* de la base.

Car les angles *ADE*, *EDI* du secteur sont égaux à ceux des triangles isoscelles qui composent l'espace de la roulette, & aussi en même nombre: mais si de tous les petits

ſecteurs comme *ADE, EDI* qui compoſent le grand ſecteur *ADOBA*, on en retranche des parties vers le ſommet *D* qui ſoient de petits triangles iſoſcelles dont les côtés ſoient en proportion arithmetique depuis le point *D* juſqu'à la ligne *DO*, il eſt évident que la ſomme de tous ces petits triangles retranchez ſera égale au tiers du ſecteur. Mais auſſi chacun de ces petits triangles iſoſcelles aura une même raiſon à celui qui lui répond dans la roulette comme *PEF* à celui qui eſt retranché de *ADE*; *FIQ* à celui qui eſt retranché de *ADI*, & ainſi des autres: c'eſt-pourquoy la ſomme des triangles retranchez du ſecteur de cercle, ſera à la ſomme des triangles ſemblables ou petits ſecteurs qui compoſent la roulette, comme un ſeul de ceux du ſecteur à un ſeul de ceux de l'eſpace de la roulette, qui pourra être le dernier dans l'un & dans l'autre. Mais le dernier du ſecteur a pour côté le rayon du cercle, & celui de l'eſpace de la roulette a pour côté la ligne *AM* ou la partie *ABO* de la baſe égale à *ON*; & l'un de ces triangles étant à l'autre comme le quarré de ſon côté au quarré de celui de l'autre, il eſt évident que le tiers du ſecteur *ABOD* ſera à l'eſpace de la roulette *AQNOBA*, comme le quarré de *DA* au quarré de *ON*. *Ce qu'il falloit démontrer pour l'eſpace.*

On peut déterminer auſſi cet eſpace en décrivant un cercle qui ait pour rayon *ON*, qui eſt la partie de la generatrice qui a décrit la roulette depuis le point décrivant *P*: car ſi l'on prend le tiers d'un ſecteur de ce cercle, lequel ſoit ſemblable au ſecteur de la baſe *ADOBA*, on aura l'eſpace de la roulette *AQNOBA*; ce qui eſt évident puiſque le ſecteur de la baſe ſera au ſecteur ſemblable du cercle qui a pour rayon *ON*, comme les quarrés des rayons de ces cercles, & les tiers de ces ſecteurs étant auſſi en même raiſon, celui du cercle dont le rayon eſt *ON* ſera égal à l'eſpace qu'on cherche.

Pour la longueur de cette roulette, il eſt évident par la methode que j'ay donnée cy-devant, qu'elle doit être égale à la ſomme de toutes les baſes des petits triangles

qui eſt décrite par l'évolution du cercle dans le tout ou dans ſes parties, ou même dans pluſieurs révolutions. C'eſt auſſi une eſpece de Spirale; car ſi l'on aſſemble tous les ſommets *E*, *I* des triangles comme *AEF*, *FIQ* en un même point, au lieu qu'ils ſont icy diſpoſés autour de la circonference du cercle, on en fera la Spirale d'Archimede, ce qui eſt facile à voir, car toutes les lignes comme *FE*, *QI* ſeront en proportion arithmetique, & comprendront des angles égaux autour du point commun qui ſera le ſommet de tous les triangles.

Mais quoique l'on puiſſe conſiderer l'eſpace de la Spirale d'Archimede égal à celui de cette roulette, puiſqu'il eſt composé de triangle égaux aux précedens & indéfiniment petits, ce qui eſt égal au tiers du ſecteur de cercle, dont le rayon eſt la ligne qui termine la Spirale, il ne s'enſuit pas que ſa ligne ſoit égale à la moitié de l'arc de ce même ſecteur, qui eſt la ſomme des baſes de tous les petits triangles *AF*, *EQ*, &c. comme avoit crû un celebre Geometre, n'ayant pas fait aſſez d'attention à la methode des indiviſibles. Car on ne peut pas appeller une ligne courbe continuë, celle qui n'eſt compoſée que de petites lignes toutes ſeparées & qui ne ſont point touchantes, quoiqu'on les conſidere indéfiniment petites & indéfiniment proches les unes des autres, mais dont on ne peut pas démontrer que la difference avec la ligne propoſée ſoit moindre qu'aucune quantité donnée. Il n'en eſt pas de même de la ſuperficie de cette figure, où les petits trilignes qui la compoſent ſont joints tous les uns aux autres, & approchent à l'infini de l'eſpace propoſé.

Voicy de quelle maniere on peut donner une ligne droite égale à la Spirale d'Archimede.

Soit une portion de Spirale *CEFGO* compriſe dans l'angle *ACO*, laquelle a été décrite par la ligne *CA* qui s'eſt meuë juſqu'en *CO* d'un mouvement égal, pendant que le point décrivant s'eſt meu auſſi ſur la ligne *CA* uniformément depuis le point *C* par l'eſpace *CA* égal à *CO*. Fig. 17.

Que la ligne *CO* ſoit diviſée en parties indéfiniment petites aux points *NQR*, &c. & l'angle *ACO* en de petits angles tous égaux entr'eux, & dont le nombre ſoit égal à celui des parties de la ligne *CO*, & que *PCO* en ſoit le dernier. Si par toutes les diviſions de la ligne *CO* on lui mene des perpendiculaires comme *NG*, *QM*, *RS* qui pourront être conſiderées comme des arcs de cercles dont les rayons ſont les lignes *CG*, *CF*, *CE* qui décroiſſent en proportion arithmetique par la generation de la Spirale, puiſqu'elles ſont menées du centre *C* juſqu'à ſa circonference aux points *GFE*, & qu'elles ſont des angles tous égaux entr'eux *OCG*, *GCF*, *FCE*, ces lignes *CG*, *CF*, *CE* ſeront auſſi égales aux lignes *CN*, *CQ*, *CR*; c'eſt pourquoy toutes les petites diagonales *OG*, *NM*, *QS*, &c. dans les petits quadrilateres *OPGN*, *NGMQ*, *QMSR* ſeront égales aux portions de la Spirale *OG*, *GF*, *FE* compriſes dans les angles égaux. Il s'enſuit donc auſſi que la ſomme de toutes les diagonales *OG*, *NM*, *QS* dans le triangle *COP*, ſera égale à toute la ligne ſpirale *OGEC*.

Maintenant ſi ſur la même ligne *CO* on éleve les perpendiculaires *OB*, *ND*, *QH* par les points de diviſion *ONQ*, &c. & qu'on les faſſe égales chacunes à des lignes qui aïent même raiſon à *CO*, que les lignes *OG*, *NM*, *QS* ont aux parties égales *ON*, *NQ*, *QR* de la ligne *CO*; ces lignes renfermeront un eſpace *CVHBO*, qui ſera au quarré de *CO* qui eſt *CT*, comme la ſomme des lignes *OG*, *GE*, *EF*, c'eſt à dire la Spirale, à la ſomme des lignes égales *ON*, *NQ*, *QR*, c'eſt à dire la ligne droite *CO*, ce qui eſt évident, puiſque chacune de ces lignes tant dans l'eſpace *CVBO* que dans le quarré *CT*, ſont multipliées par les parties égales *ON*, *NQ*, *QR*.

Je dis maintenant que l'eſpace *CVBO* eſt un eſpace hyperbolique dont *CV* eſt le demi-axe déterminé, & *C* le centre. *Ce que je démontre ainſi*,

Puiſque les parties *ON*, *NQ*, *QR* ſont des parties égales indéfiniment petites, auſſi les parties de la Spirale *OG*, *GF*, *FE* ou *OG*, *NM*, *QS* ſeront indéfiniment petites,

& elles peuvent être ſuppoſées, ou touchantes, ou cordes de la Spirale. Soit *OI* perpendiculaire à *CO* & égale à l'arc de cercle *OA* qui a pour rayon *CO*, & qui eſt compris dans l'angle *ACO*.

Soit $CO = r$. $OI = s$, & les parties de *CO* comme $CQ = y$.

Ayant fait *CX* perpendiculaire à *CO*, & prolongé quelqu'une des diagonales comme *QS* en *X* ſur *CX*, il y aura même raiſon de *QR* à *RS*, que de *QC* à *CX*.

Si l'on prolonge *QM* perpendiculaire à *CO* ou parallele à *OI* juſqu'à la rencontre de *CI* au point *K*; il eſt évident que la ligne *QK* ſera égale à l'arc de cercle renfermé dans l'angle *ACO* ſur le rayon *CQ*. Mais lorſque le point décrivant eſt en *Q* ſur *CO*, ou en *F* ſur la Spirale, s'il vient de *F* vers *E* ou de *Q* en *S*, il n'a plus que l'angle *ACF* à décrire, qui a même raiſon à tout l'angle *ACO* que *CQ* a à *CO*; car la ligne *CO* ſe meut également autour du point *C*, pendant que le point décrivant deſcend également de *O* vers *C*. La raiſon de *QR* à *RS* ou de *QC* à *CX*, doit donc être compoſée de celle de *CQ* à *QK*, & de celle de *CO* à *CQ*, qui eſt celle de *CO* à *QK*; mais *QK* eſt $\frac{sy}{r}$; donc *QR* à *RS* comme $r \mid \frac{sy}{r}$. Mais ſi l'on mene *OY* parallele à *QSX*, on trouvera $CY = \frac{sy}{r}$; car on aura $r \mid \frac{sy}{r} \parallel r \mid \frac{sy}{r}$.

Mais puiſque *OY* doit être égale à *QH*, & que l'on connoît ſeulement *OY* par ſon quarré qui eſt $= rr + \frac{ssyy}{rr}$, ſi l'on veut faire un lieu de tous les points trouvés comme *H*, ſuppoſant $CQ = y$ comme on a fait, il faut poſer $QH = x$, ce qui donnera l'équation du lieu $rr + \frac{ssyy}{rr} = xx$ ou $\frac{ssyy}{rr} = xx - rr$ à l'hyperbole. Ainſi l'on ſçait que la ligne *VHDB* eſt une hyperbole dont le demi-axe $CV = r$ qui eſt auſſi $= CO$.

Mais par la nature de cette équation à l'hyperbole, il

est évident que si du point *O* on mene la ligne *OL* perpendiculaire sur *CI* jusqu'à la ligne *CX* en *L*, & que du sommet *V* de l'hyperbole on mene *VZ* parallele à *CO* & égale à *CL*, la ligne *CZ* sera l'asymptote de l'hyperbole *VHB*. Enfin si l'on fait que comme le quarré de *CO* qui est *CT* à l'espace hyperbolique *CVBO*, ainsi *CO* à une ligne droite, cette ligne droite sera égale à la longueur de la Spirale depuis le point *O* jusqu'au centre ou à l'œil *C* de la Spirale. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Exemple IV.

Voicy encore un exemple de ces sortes de lignes.

Fig. 18. Soit la premiere roulette *ABI* qui a pour base la ligne droite *AE*, & pour cercle generateur *EFI*, & dont l'axe est *EI*. Si l'on forme une roulette *AMN* qui ait pour base la roulette *ABI*, & pour ligne generatrice une ligne droite, & que le commencement du roulement se fasse en *A*, on déterminera la superficie *ADINMA*, & la grandeur de sa ligne *AMN* en cette sorte.

Si l'on prend sur le cercle generateur de la roulette qui en est la base, des points comme *FGH* qui soient indéfiniment proches les uns des autres & à égale distance, & que par ces points on mene des paralleles *FB*, *GC*, *HD*, &c. à la base *AE* jusqu'à la rencontre de la roulette en *BCD*, & que la ligne generatrice se trouve dans les positions *BK*, *CL*, *DM* quand elle touche la base en *BCD*; à cause que les points *BCD* sont indéfiniment proches les uns des autres, on les peut regarder comme les sommets des triangles *KCL*, *LDM*, quoique ces sommets soient veritablement entre les points *BC* & *CD*. Mais ces triangles auront leurs angles du sommet *KCL*, *LDM* égaux entr'eux; car les lignes qui passent par les points *BCD*, & qui touchent les deux lignes qui décrivent par leur évolution la base & la generatrice, feront des angles égaux entr'eux, ce qui est évident, puisque la base étant une ligne droite, la ligne qui la décrit par son évolution est un point à distance infinie, & celle qui dé-

crit

crit la baſe eſt une roulette ſemblable à la baſe, ce qui eſt connu. Mais les touchantes de cette roulette, ou bien les perpendiculaires à la roulette *ADI*, ſeront des lignes paralleles aux cordes du cercle *EF*, *EG*, *EH* qui feront des angles égaux entr'eux au point *E*; & par conſequent les touchantes *BK*, *CL*, *DM* de la roulette *ADI*, qui ſont auſſi paralleles aux cordes *IF*, *IG*, *IH* feront des angles égaux entr'eux, puiſque ces cordes font des angles égaux entr'eux au point *I*.

Mais par les proprietés connuës de la roulette, on ſçait que les longueurs des lignes *BK*, *CL*, *DM* ſont égales au double de la difference qui eſt entre le diametre *IE* du cercle generateur & les cordes *IF*, *IG*, *IH* : c'eſt-pourquoy ſi du centre *I* & pour rayon *IE* on décrit le quart de cercle *EQR*, & ſi l'on prolonge les cordes *IF*, *IG*, *IH* juſqu'au quart de cercle en *OPQ*, les lignes *BK*, *CL*, *DM* ſeront chacune double de *FO*, *GP*, *HQ* : car les longueurs des parties de la roulette *IB*, *IC*, *ID* ſont doubles des cordes *IF*, *IG*, *IH*, & toute la roulette *IA* eſt égale au double *IE*.

Mais dans le demi-cercle toutes les cordes comme *IF* ſont égales aux ſinus comme *OS* du quart de cercle. C'eſt-pourquoy ſi l'on conçoit un cylindre droit ſur le quart de cercle *EPR*, & que ce cylindre ſoit coupé par un plan incliné au plan de ſa baſe d'un angle demi-droit & qui la rencontre en *RI*, on ſçait que la ſuperficie de ce quart de cylindre compriſe entre la baſe & le plan coupant, ſera égale à la ſuperficie formée par tous les ſinus ſur leurs arcs, & égale au quarré du rayon *IE*; mais la ſuperficie de ce cylindre qui a pour hauteur le rayon *IE*, ſera égale au rectangle *IR* dont le côté *EPR* eſt égal à la circonference du quart de cercle, & le côté *IE* égal au rayon du quart de cercle. Mais auſſi la portion de cette ſuperficie cylindrique compriſe entre le plan coupant & le plan ſuperieur, ſera égale à la figure faite de toutes les parties *FO*, *GP*, *HQ*, qui ſont les differences entre les ſinus comme *OS*, ou les cordes comme *IF* & le rayon *IE* ou *IO*, FIG. 19.

& cette figure *EGVR* sera le complément de la figure des sinus *EGVI*.

Il est donc évident que toutes les lignes comme *OF*, *PG* dans le complément de la figure des sinus, garderont toutes entr'elles la même proportion que les côtés *BK*, *CL*, *DM* des triangles qui composent la figure de la roulette *ALN*. Mais comme tous ces triangles sont semblables comme *KCL*, *LDM*, &c. ils seront tous entr'eux comme les quarrés de leurs côtés, ou comme les cercles qui auront ces côtés pour rayons; & par consequent si l'on fait tourner la figure *EGVR* sur la ligne *ER* comme axe, le Conoïde pointu qui s'en formera, sera au cylindre qui se formera du rectangle *EV* qui tourne aussi sur *ER* pour axe, comme la somme de tous les petits triangles comme *KCL*, *LDM* qui composent la roulette *AIN*, au dernier triangle *INY* pris autant de fois qu'il y a de triangles dans la figure de la roulette.

Mais le dernier triangle *INY* pris autant de fois qu'il y a de triangles dans la figure de la roulette, est égal au quadruple du quart de cercle *IER* : car le dernier triangle qui a pour côté *IN*, est quadruple de celui qui a pour côté *IR*, & pour base une des divisions du cercle comme *OP* : donc comme le cylindre formé par le rectangle *EV* est au conoïde formé par le complément de la figure des sinus, ainsi le cercle entier sur le rayon *EI* sera à la superficie de la roulette *ADINMA*; ou bien si sur chacune des ordonnées *PT*, *Od* dans la figure des sinus on prend *Pa*, *Ob* troisiémes proportionnelles aprés *PT*, *PG* & *Od*, *OF*, &c. il y aura même raison du cercle sur *PT* au cercle sur *PG*, que de la ligne *PT* à la ligne *Pa*, &c. Donc le cylindre sera au conoïde pointu comme le rectangle *EV* à la figure *EaVR*. Mais le rectangle *EV* n'étant consideré que comme la moitié du cercle entier dont le rayon est *IE*, aussi la figure *EaVR* ne donnera que la moitié de la roulette.

Maintenant pour la longueur de cette roulette *AMN*, puisqu'il y a même raison entre la base *NY* du dernier

triangle *INY* pris autant de fois qu'il y a de triangles, à la ſomme des baſes de tous les triangles, que du rectangle *EV* au complément *EaVR* de la figure des ſinus; & que la ſomme de la baſe *NY* du dernier triangle, laquelle eſt double d'une des diviſions du quart de cercle comme *OP*, eſt double auſſi de la circonference du quart de cercle; donc la circonference du demi-cercle qui a pour rayon *IE*, ſera à la circonference de la roulette *AMN*, comme le rectangle *EV* au complément *EGVR* de la figure des ſinus *EGVI*. Mais le rectangle *EV* eſt égal au demi-cercle dont le rayon eſt *IE*, & la figure des ſinus eſt égale au quarré du rayon : donc enfin la circonference du demi-cercle dont *IE* eſt le rayon, ſera à la roulette *AMN* comme la ſuperficie du demi-cercle, à la difference de cette même ſuperficie avec le quarré du rayon. Mais la ſuperficie du demi-cercle eſt à la difference entre cette même ſuperficie & le quarré du rayon, comme *IV* circonference du quart de cercle à la difference entre *IV* & *IE*; donc la longueur de la roulette ſera double de la difference entre *IV* & *IE*, qui eſt auſſi la difference double entre le diametre du cercle generateur de la baſe & ſa demi-circonference.

METHODE GENERALE

Pour réduire toutes les Lignes courbes à des Roulettes, leur generatrice ou leur baſe étant donnée telle qu'on voudra.

Et premierement la baſe étant donnée de poſition, il faut trouver la generatrice de la Courbe comme étant une Roulette.

PAR M. DE LA HIRE.

SOit une ligne courbe *ADB* donnée telle qu'on voudra que l'on conſidere comme une roulette, dont la ligne *CB* droite ou courbe ſoit auſſi donnée de poſition pour la baſe de cette roulette. 1706. 23. Aouſt. Fig. 20.

De tous les points *DLN* de la Courbe *A*, soit mené à la Courbe les perpendiculaires *DF*, *LM*, *NO*, &c. indéfiniment proche les unes des autres, lesquelles rencontrent la base donnée en *F*, *M*, *O*, &c.

Sur quelqu'une de ces perpendiculaires comme *DF* pour base, soit formé le triangle *DFG*, dont le côté *DG* soit égal à la plus proche *LM* des perpendiculaires aprés *DF*, & le côté *FG* égal à la partie indéfiniment petite *FM* de la base donnée & comprise entre les perpendiculaires *DF*, *LM*. De même sur *DG* pour base égale à *LM* soit formé le triangle *DGH* dont le côté *GH* soit égal à *NO*, & le côté *GH* égal à *MO*, & ainsi de suite tant d'un côté que d'autre de la premiere *DF* qu'on a prise.

Il se formera par ce moïen une ligne droite ou courbe *IHGFK* qui sera la generatrice de la Courbe *ADB* proposée pour roulette, & dont la base *CB* est donnée de position, & le point *D* qui est l'extremité de la perpendiculaire *DF* qu'on a prise d'abord, sera le point décrivant de la roulette par rapport à la generatrice trouvée dans la position où elle est sur la base *CB*.

On voit par la formation de la generatrice trouvée *IHGFK* que lorsqu'elle roulera sur la base *CB* proposée, le même point *D* du plan de la generatrice, doit passer successivement par tous les points de la Courbe *DLN*. Car la generatrice touchera la base dans tous ses points *FMO*, lorsque les points de la generatrice *FGH* qui leur répondent y seront posés, & alors les lignes *DG*, *DH* seront jointes aux perpendiculaires *LM*, *NO*. Et par consequent les lignes qui décrivent par leur évolution la base & la generatrice, auront une touchante commune qui passera par le point où la base & la generatrice se touchent; ce qui suit de ce qui a été démontré d'abord.

Les differentes bases proposées pour une même Courbe donnée comme roulette, formeront des generatrices differentes qui auront des proprietés particulieres, comme toutes les bases qui ne rencontreront pas perpendiculairement les roulettes proposées, donneront des genera-

trices qu'on ne pourra terminer, quoique leur longueur soit connuë qui est celle de la base. La Spirale dont tous ses rayons font des angles égaux avec elle, est une Courbe de cette nature; car si on la fait rouler sur une ligne droite qui lui serve de base, la roulette qu'elle formera sera une ligne droite; & si une ligne droite est proposée comme une roulette, & qu'on donne une autre ligne droite pour sa base qui ne lui soit pas parallele, on trouvera pour sa generatrice une Spirale telle que nous venons de l'exposer; mais si la base étoit parallele à la roulette, la generatrice seroit un cercle, & le centre en seroit le point décrivant; ce qui est vrai aussi de toutes sortes de Courbes proposées, quand on propose pour sa base une ligne qui lui est parallele; ce qui est évident, puisque tous les rayons comme *DF*, *DG*, *DH* seront tous égaux entr'eux.

Pour déterminer la nature de ces generatrices, il faut connoître quelque proprieté particuliere des perpendiculaires à la roulette proposée par rapport à la base donnée, ou quelque chose d'équivalent, comme on le verra clairement dans l'exemple suivant.

Exemple.

Soit la Courbe *ADP* proposée comme une roulette, & soit donné sa base *CB* une ligne droite. Ayant pris sur la Courbe les parties *AD*, *DP* indéfiniment petites, soit mené les perpendiculaires *AF*, *DM*, *PO* à la Courbe; mais ayant formé comme on a expliqué cy-devant le triangle *AFG*, ensorte que les points *FG* soient sur la generatrice, on donne cette proprieté, que dans tous les triangles comme *AFG* formés pour trouver la generatrice, l'angle *FAG* sera égal à l'angle *AED* que font les deux perpendiculaires *AF*, *DM* en se rencontrant au point *E*. FIG. 23.

Il s'ensuit de cette proprieté donnée que le triangle *AEM* ou *AEG*, car les deux points *M* & *G* ne sont regardés que comme un même point, sera isoscelle; & par

consequent l'angle *AMD* exterieur du triangle *AME* sera double de l'interieur *FAM* ou *FAG*.

Mais par ce qui a été démontré cy-devant, le point qui décrit la roulette étant en *A*, la touchante de la ligne qui décrit la generatrice *FG* par son évolution sera *FM* perpendiculaire à la generatrice *FG* & à la base *CB*, & sera aussi jointe à celle qui décrit la base par son évolution.

De même dans la seconde position du point décrivant en *D*, la ligne qui décrit la generatrice par son évolution comme *MK* sera aussi perpendiculaire à la base *CB*. C'est-pourquoy l'angle *DMK* sera plus grand que l'angle *AFM* de la quantité de l'angle *AED* ou son égal *FAG*.

Mais lorsque le point *D* étoit au point *A* & *DM* en *AG*, la ligne *KM* perpendiculaire à la generatrice devoit être placée en *MG*, & elle devoit rencontrer *FM* en quelque point *N*, ensorte que l'angle *FNG* étoit double de l'angle *FAM*.

Car les points *M* & *G* n'étant considerés que comme un seul point, si l'angle *DMK* se meut sur *M*, & que son côté *MD* passe en *MA*, le côté *MK* passera en *MN* ou *GN*, & l'angle *KGN* sera égal à l'angle *DMA*. Mais l'angle *DMA* a été démontré double de l'angle *FAM*; donc l'angle *KGN* est double de l'angle *FAM* ou *FAG*. Mais aussi à cause des paralleles *FN*, *MK*, l'angle *FNG* sera égal à l'angle *KGN*; donc enfin l'angle *FNG* sera double de l'angle *FAG*.

Il s'ensuit delà que les points *FGA* seront à la circonference d'un cercle dont le point *N* sera le centre, & les lignes *NF*, *NG*, *NA* seront égales entr'elles.

Si l'on poursuit la description de la generatrice comme on a enseigné, en cherchant un autre point *H*, ensorte que le triangle *AGH* soit formé par les lignes *PO* & *MO* sur *AG* égale à *DM*, on démontrera comme on a fait cy-devant que l'angle *GAH* sera la moitié de l'angle *GQH* formé par la ligne *GN* & par la ligne *OI* placée en *HQ*, & qui rencontrera *GN* en quelque point *Q*, & par con-

ſequent le cercle qui paſſeroit par les points *GHA* auroit ſon centre en *Q*, & les lignes *QG*, *QH*, *QA* ſeroient égales entr'elles; mais ce point *Q* placé ſur *GN* ne peut pas être different du point *N*, puiſque *NG* & *NA* ſont auſſi égales entr'elles; c'eſt-pourquoy le point *N* ſera le centre d'un cercle qui paſſera par les points *FGHA*.

On fera la même démonſtration pour tous les autres points qu'on trouvera de la generatrice; & par conſequent la generatrice cherchée ſera un cercle qui aura *NF* pour ſon rayon, & dont le point décrivant *A* de la Courbe propoſée, ſera placé à l'extremité d'un de ſes diametres.

Autre Exemple.

Soit une Courbe *FB* donnée pour roulette, & la ligne droite *VA* auſſi donnée pour ſa baſe, & ſoit *FV* l'axe de la Courbe, qui eſt perpendiculaire à la Courbe en *F* & à la baſe en *V*. Fig. 22.

Si de tous les points comme *B* de la Courbe on mene une perpendiculaire *BD* à la baſe, la proprieté de cette Courbe eſt telle que ſi ſur *BD* comme diametre on décrit le demi-cercle *BOD*, & qu'on y mene la corde *BO* égale à l'axe *FV*, la ligne *BOA* ſera perpendiculaire à la Courbe *FB* propoſée.

Ayant tiré *DO*, on aura le triangle rectangle *DOB* ſemblable au triangle rectangle *ADB*; & par conſequent le rectangle *AO*, *OB* ſera égal au quarré de *DO*.

Maintenant ſi ſur quelque perpendiculaire à la Courbe comme *BA*, ou ſur l'axe *FV* qui lui eſt auſſi perpendiculaire, on forme la generatrice *AHI* par la methode propoſée cy-devant, le point *B* étant le point décrivant, & toutes les lignes comme *BA*, *BH* repreſentant dans cette generatrice les perpendiculaires à la Courbe, & *BI* étant la plus courte qui repreſente *FV*, *BI* ſera auſſi l'axe de la generatrice, & la perpendiculaire *Id* ſur *BI* au point *I* repreſentera la baſe *VD* perpendiculaire à l'axe *FV* en *V*.

Il s'enſuit de la proprieté donnée que ſi du point *B*

pour centre & pour rayon *BI* égale à *FV*, on décrit un cercle *IEO*, il doit passer par tous les points comme *Q* des lignes qui representent sur la generatrice les perpendiculaires comme *BA* à la Courbe *FB*, & que *DI* menée du point *D* au point *I* de la generatrice, touchera le cercle en *I*, & sera égale à *DO*. Car par la formation de la generatrice, puisque la partie *BK* de la Courbe proposée *BKF* est indéfiniment petite, & *AB* étant perpendiculaire à la Courbe en *B*, on peut considerer *AK* comme égale à *AB*, & *KL* étant aussi perpendiculaire à la Courbe en *K*, le triangle *AKL* s'est placé en *ABH* pour la formation de la generatrice, ensorte que *AH* égale à *AL* est la corde indéfiniment petite de la generatrice, & par ce mouvement l'angle *BAK* est égal à l'angle *HAL*. Mais par le Lemme suivant l'angle *AKL* est double de l'angle *BAK*; donc tous les angles ensemble comme *ABH* égaux aux angles *AKL* qui sont formés dans la generatrice par les lignes menées du point *B* aux points de cette generatrice jusqu'à l'axe *BI*, feront ensemble un angle *ABI* double de tous les angles *BAK*, ou de ceux que font toutes les cordes comme *HAL* les unes avec les autres qui sera l'angle *IdT*. Et si par tous les points *K* on mene des paralleles *KS* aux perpendiculaires les plus proches comme à *KA*, l'angle *AKS* étant égal à l'angle *BAK* qui est la moitié de l'angle *AKL*, on aura l'angle *SKL* égal à l'angle *BAK*. Mais aussi tous les angles ensemble *SKL* que font toutes les perpendiculaires à la courbe les unes avec les autres de suite, ne peuvent être égaux qu'à l'angle *ABD* fait de la premiere *AB* & de la derniere *VF*, ou de sa parallele *DB*; c'est-pourquoy l'angle *ABI* sera double de l'angle *ABD*, & par consequent la ligne *Id* perpendiculaire à *BI* en *I* tombera sur *ID*, & les deux triangles *DBO*, *DBI* seront égaux & semblables, & *DI* touchera le cercle *IEO* en *I* & sera égale à *DO*.

Mais de plus, puisque l'angle *DBI* est égal à l'angle *DBA*, & que *ADT* touche la generatrice en *A* & qu'elle rencontre

rencontre l'axe *BI* en *T*, *DA* ſera égale à *DT*; & ſi du point *A* on mene *AR* parallele à *DI* ou perpendiculaire à l'axe *IB*, *IR* ſera égale à *IT*, ce qui eſt une proprieté de la touchante d'une parabole au point *A*. Et comme ce ſera la même choſe pour tous les autres points de la generatrice *IHA*, les points *I* & *B* demeurant les mêmes, il s'enſuit que la generatrice ſera une parabole.

Mais comme les deux triangles rectangles *TAR*, *ADO* ont leurs angles égaux en *T* & en *A*, ils ſeront ſemblables, & *TR* ſera double de *AO*, comme *TA* eſt double de *AD*; donc *RI* eſt égale à *AO*, & par conſequent le rectangle *RI*, *IB* ou le rectangle *AO*, *OB* qui lui eſt égal puiſque leurs côtés ſont égaux, lequel eſt égal au quarré de *DO*, ſera auſſi égal au quarré de *DI* qui ſera le quart du quarré de *AR* ordonnée à l'axe *IB* & double de *DI*; donc enfin le point *B* eſt le foyer de cette parabole.

LEMME.

Soit le demi-cercle *HIG* dont le diametre *HG* eſt perpendiculaire ſur la touchante *GA* prolongée vers *F*, & ſoit une corde *HI* appliquée dans le cercle & prolongée en *A* à la touchante *GA*. FIG. 23.

Soit auſſi *HE* perpendiculaire à *HA* au point *H*; & de quelque point *E* indéfiniment proche de *H* ſoit *EF* perpendiculaire à *GA* & par conſequent parallele à *HG*, & ſur *EF* ſoit décrit le demi-cercle *ELF*. Du point *E* ſoit appliqué dans le cercle *ELF* la corde *EM* égale à la corde *HI* & prolongée en *D*, & ſoit mené *ELB* parallele à *HA*, & de plus la ligne *EA*.

A cauſe de l'angle *BED* indéfiniment petit, on a *EL* | *EM* || *ED* | *EB*. Mais à cauſe des paralleles qu'on a menées *EL* | *EM* ou *HI* ſon égale || *EF* | *HG* & || *EB* | *HA* ou *EA* qu'on peut lui ſuppoſer égale : donc *ED* | *EB* || *EB* | *EA*.

Mais *DA* étant indéfiniment petite par rapport à *EB* grandeur déterminée, ſi l'on mene *RBS* perpendiculaire à *EB*, on doit auſſi la conſiderer comme perpendiculaire à *ED* & à *EA*.

C'eſt-pourquoy ayant *ED* | *EB* || *EB* | *EA*, ſi l'on diviſe, on aura *ED* | *EB*—*ED*, ce qui eſt *DR* || *EB* | *EA*—*EB*, ce qui eſt *SA*, donc *ED* | *EB* || *DR* | *SA*. Mais la difference des des deux *ED*, *EB* eſt indéfiniment petite; donc la difference des deux *DR*, *SA* qui ſont elles-mêmes indéfiniment petites, ſera encore indéfiniment petite; c'eſt-pourquoy elles doivent être conſiderées comme égales entr'elles, & *BR*, *BS* auſſi égales; & par conſequent l'angle *BER* égal à l'angle *BES* égal à l'angle *EAH*; donc l'angle *AED* ſera double de l'angle *EAH*.

Secondement.

Une Courbe telle qu'on voudra étant propoſée comme une roulette avec une autre Courbe auſſi telle qu'on voudra pour être ſa generatrice, & donnée de poſition avec un point de la roulette ſur le plan de la generatrice, comme point décrivant, la generatrice étant dans la poſition donnée, il faut déterminer la baſe.

FIG. 24. Soit la Courbe propoſée *AP* pour roulette, & la Courbe *BE* pour generatrice qui eſt donnée de poſition par rapport à la roulette *AP*, quand le point décrivant *P* du plan de la generatrice eſt auſſi donné de poſition ſur la roulette quand la generatrice eſt en *BE*.

On ſuppoſe qu'on ſçache mener des perpendiculaires tant à la Courbe *AP* qu'à la generatrice *BE*.

Soit donc du point *P* la perpendiculaire *PB* à la roulette *AP*, laquelle rencontre en *B* la generatrice *BE*. Soit auſſi par le point *B* de la generatrice la ligne *CB* qui lui ſoit perpendiculaire, & qui par les propoſitions précedentes doit auſſi être perpendiculaire à la baſe dans ce même point *B*, quand le point *P* décrivant eſt ſur la roulette. C'eſt-pourquoy ſi l'on mene *BF* perpendiculaire à *CB*, elle touchera la generatrice *BE* & la baſe auſſi dans ce même point *B*; & par conſequent une portion de *BF* indéfiniment petite & contiguë à ce point, ſera conſiderée comme partie de la baſe & de la generatrice tout enſemble.

Mais ſoit un autre point *A* de la roulette indéfiniment

proche du point *P*, & par ce point *A* ſoit la perpendiculaire *AG* à la roulette, laquelle rencontre la generatrice en *G* dans la poſition où elle eſt, & la touchante *FB* en *I*. Maintenant ſi ſur *PB* on forme le triangle *PHB* dont le côté *BH* ſoit égal à *BG*, & le côté *PH* égal à *AG*.

Ayant fait mouvoir ce triangle *PHB* ſur le point *B*, enſorte que la ligne *BH* ſoit poſée en *BI* ſur *FB*, & le côté *HP* en *IL*, & *BP* en *BL*, l'angle *PBL* ſera égal à l'angle *HBI*, & les points *G* & *I* ne doivent être conſiderés que comme un même point, puiſque la partie *BI* de la touchante *FB* de la Courbe *GB* eſt indéfiniment petite.

Mais ſi dans cette poſition du triangle *HPB* en *ILB*, la ligne *IL* n'eſt pas poſée ſur *GA*, & qu'elles faſſent enſemble un angle comme *LIA*, par le point *I* ſoit mené la ligne *IK* qui faſſe avec *FIB* au point *I*, l'angle *FIK* égal à l'angle *LIA*, il s'enſuit que ſi l'on fait mouvoir ſur le point *I* le plan ſur lequel eſt le triangle *BIL*, enſorte que la ligne *IL* qui eſt *GD* ou *IA* ſoit placée ſur *IA*, la ligne *IF* qui étoit touchante de la baſe en *B*, ſera placée en *IK*, & le point *G* de la generatrice étant placé en *I*, toute la generatrice aura changé de place dans cette ſeconde poſition, enſorte que la perpendiculaire à *IK* au point *I* ſera touchante des Courbes qui décrivent la generatrice & la baſe par leur évolution, ce qui ſuit des premieres propoſitions. Ainſi on aura les poſitions de toutes les touchantes indéfiniment petites de la baſe, comme *BI*, *IK*, &c. ce qui formera cette baſe.

Il s'enſuit delà que ſi le point *L* eſt joint au point *A* aprés le premier mouvement que la ligne *HP* a fait en *IL*, la baſe aura un recourbement dans le point *B*; mais ſi le point *L* eſt placé entre *P* & *A* comme dans cette figure, la baſe aura ſa convexité tournée vers *P*, au contraire ſi le point *L* eſt au delà de *AI*, la baſe aura ſa concavité tournée vers *A*; car il faudra dans le ſecond mouvement ramener *IL* en *IA*, ce qui ſuit des propoſitions qu'on a démontrées d'abord.

On pourra aussi déterminer la nature de la base si l'on a quelque proprieté particuliere tant de la roulette donnée que de la generatrice : mais il me suffit d'en avoir indiqué la methode, comme j'ay fait dans l'exemple précedent pour la détermination de la generatrice par les proprietés de la roulette & de la base.

SUITE DE LA PREMIERE Partie du Supplément au Memoire sur la Voix & sur les Tons.

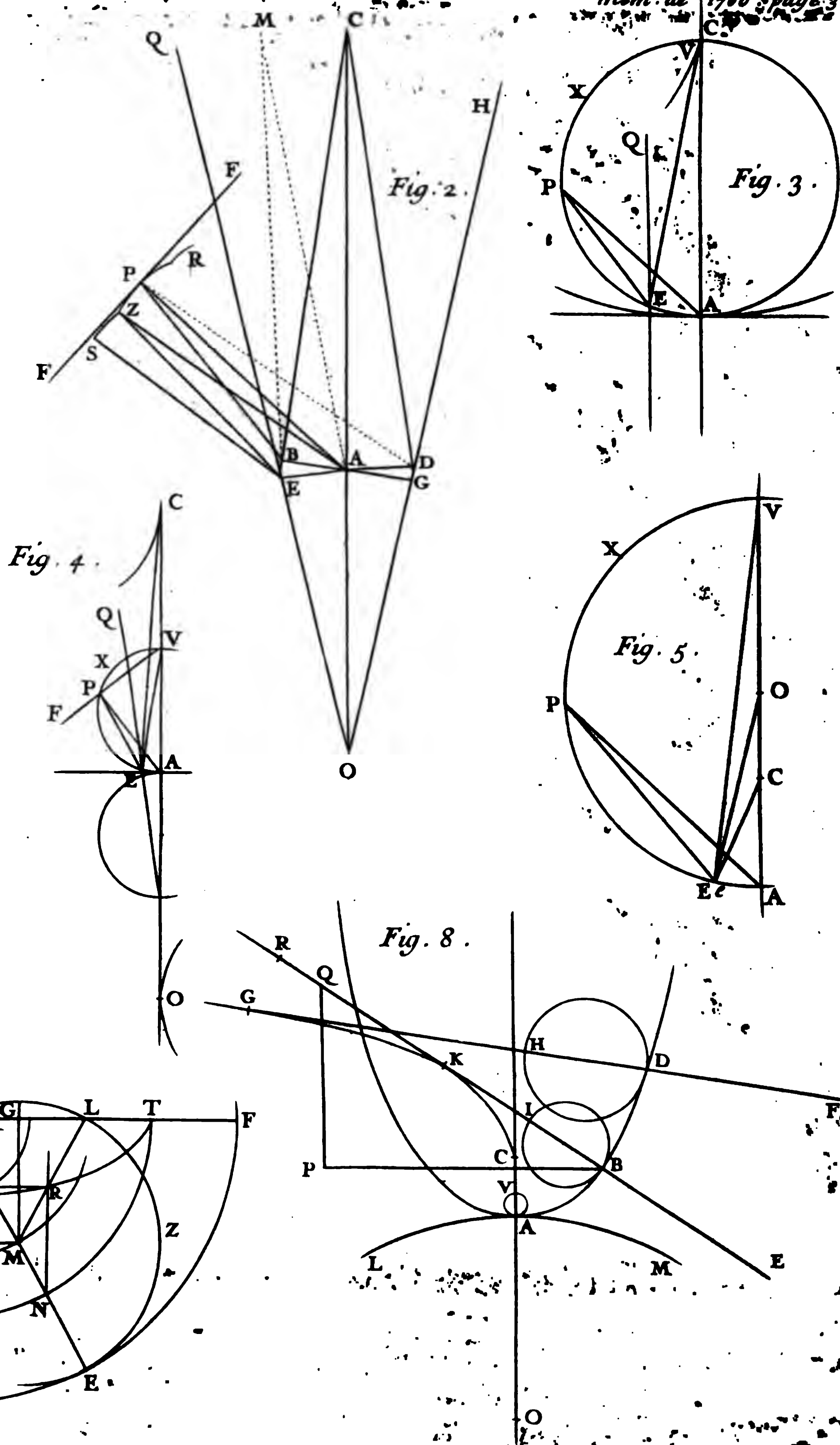
PAR M. DODART.

IV. ADDITION.

De la difference des tons de la parole & de la voix du chant par rapport au recitatif, & par occasion, des expressions de la Musique antique & de la Musique moderne.

1706. 14. Avril.

JE n'avois pas dessein de rien dire sur la difference des tons de la voix de la parole & de la voix de chant : mais à l'occasion de ce que j'ay dit sur la difference du son de ces deux voix, je diray ce que je pense sur la difference de leurs tons, sur ce en quoi elle consiste, sur l'usage qu'on en fait dans la Musique recitative, sur celui qu'on y en pourroit & peut-être qu'on y en devroit faire, & sur ce qu'on pourroit attendre pour la perfection de cet art en ce qui est du chant, dans le progrés merveilleux qu'il a fait pour la symphonie depuis son renouvellement, c'est à dire depuis prés de 700 ans jusqu'à present. Car ce bel art avoit été absolument perdu durant plus de 700 autres années avant Guy d'Arezzo pere de la Musique telle que nous l'avons, tres différente de l'antique, fort au-dessus pour le contre-point, & peut-être même pour le chant en ce qui regarde le plaisir de l'oreille, mais fort au-dessous en tout ce que le chant peut avoir de ca-


Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 8.
M C Q H F P R Z S F B A D E G O
C V X Q P E A
C Q V X P F A E O
V X O P C E e A
R Q G O H D K F I C B P V A L M E O
G L T F R M Z N E

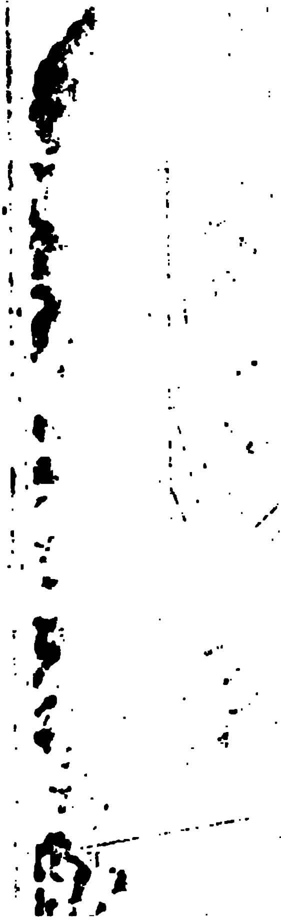


Fig. 10 .
B
O
P
D
C
D
Q
B
P
S
ω
π
V
V
A
Fig. 11 .
B
O
P
C
D
ω
π
V
B
A
E
Fig. 12 .
q
D
F
P
i
I
R
p
C
Q
H
B
h
Y
k
K
X
G
A
E
f
V
O
N
M
Fig. 14 .
M
F
K
P
O
I
N
X
C
H
G
V
A
Fig. 15 .
M
X
F
T
O
I
C
H
h
G
Q
B
V
A

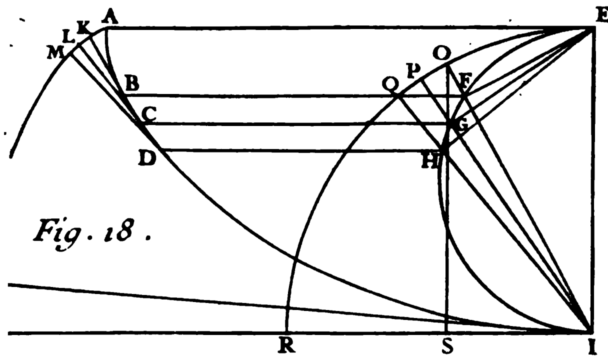


Fig. 18.

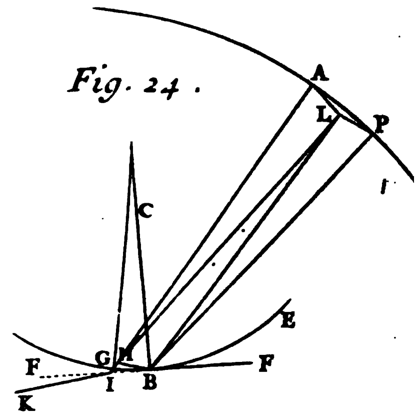


Fig. 24.

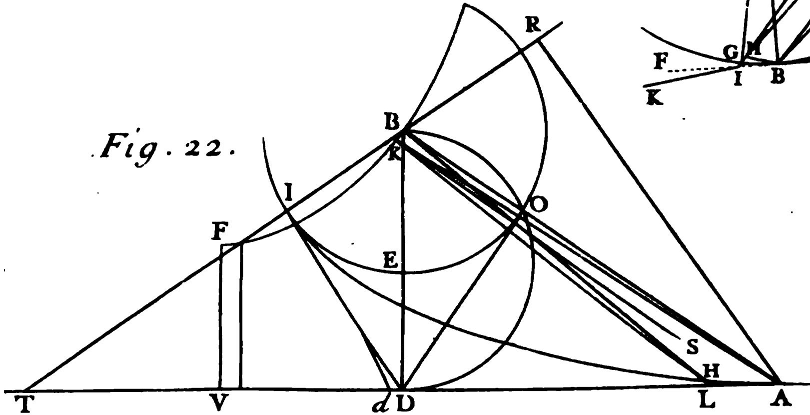


Fig. 22.

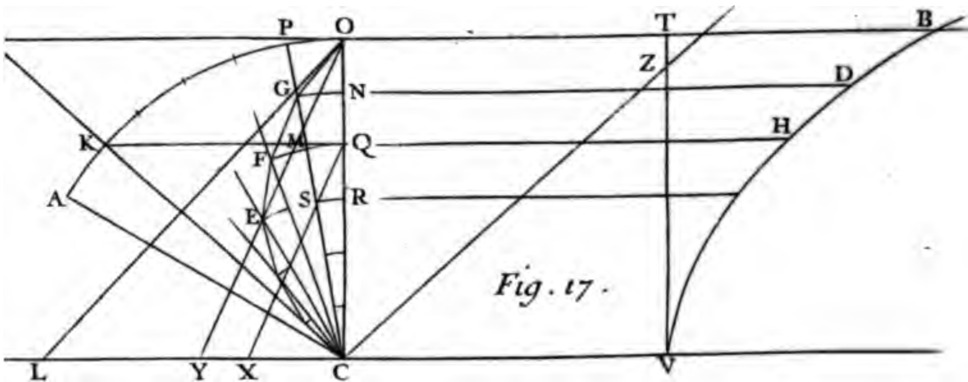
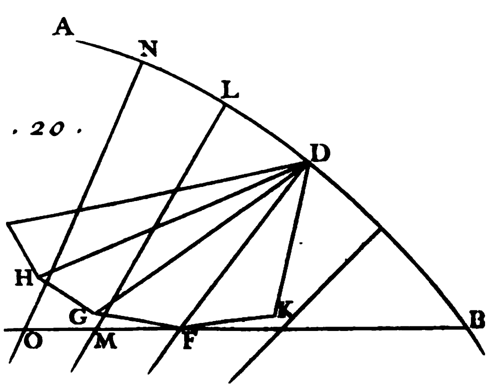


Fig. 17.



. 20 .

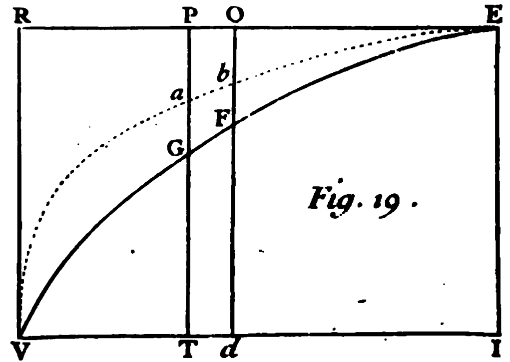


Fig. 19.

pable de toucher le cœur par l'expreſſion des mœurs & des paſſions, dont les anciens Grecs ont ſçû tirer de ſi grands avantages. Car la Muſique étoit chez les Anciens un art tres-ſerieux, étant conſideré comme important au gouvernement des Etats par la part qu'ils lui donnoient à l'éducation de la jeuneſſe. Cet âge s'étendoit à cet égard juſqu'à 28 ans chez certains Peuples, & chez d'autres juſqu'à 30. Le but des Anciens du premier âge immediatement aprés les temps heroïques, environ mille ans avant l'Ere commune, étoit de former les mœurs, de moderer les paſſions qui les pouvoient corrompre, & d'exciter celles qui pouvoient les regler & les conſerver, & cela par un moïen agreable capable d'inſinuer la vertu. Celle-cy étoit leur fin, & le plaiſir le moïen. Ainſi leur principale attention dans la Muſique étoit d'émouvoir certaines paſſions, & calmer les autres pour parvenir au reglement des mœurs & toucher le cœur d'une maniere convenable à ces deux intentions. Quant au reſte, c'eſt à dire le plaiſir de l'oreille, ils n'y avoient d'égard qu'autant qu'il étoit poſſible ſans préjudice de leur principale intention.

Il falloit donc imiter dans le chant les tons les plus naturels aux paſſions, & ces tons doivent être dans la Muſique recitative, & on peut même dire en toute Muſique, ſurtout dans la vocale, les plus reſſemblans qu'il ſe peut à ceux de la parole, car la parole a ſes tons comme le chant a les ſiens. On connoît les tons de la parole dans la converſation ; mais ces tons paroiſſent beaucoup plus dans les diſcours des perſonnes agitées de quelque paſſion que ce ſoit, & chaque paſſion a ſes tons & ſes mouvemens, au ſens auquel on a coûtume de prendre ce mot en Muſique. Les tons devroient être à peu prés les mêmes en toute nation, car la nature eſt la même partout ; cependant il n'en eſt pas abſolument ainſi. Il s'y mêle des tons d'inſtitution qui ſont ceux des langues & des dialectes ; mais malgré ce mêlange un homme attentif à une converſation paſſionnée entre pluſieurs perſonnes de quelque nation que ce ſoit dont il ignoreroit la langue, diſtinguera

facilement par l'oreille ſeule quelle eſt la paſſion qui anime la converſation.

Il n'eſt pas aiſé de rapporter ces tons à la Muſique. Une perſonne paſſionnée ne penſe ni à chanter ni à divertir l'oreille, il ne tend uniquement qu'à toucher le cœur en la maniere qui lui convient; par exemple, d'effroy ou de pitié, qui ſont les paſſions regnantes dans le tragique, ou de quelqu'autre paſſion ſelon les occaſions qui ſe preſentent dans la vie commune. Tout cela n'eſt touchant dans les ſpectacles & dans la Muſique, que parcequ'il l'eſt dans les actions ordinaires des hommes. Ainſi les tons & les mouvemens qui ont rapport aux paſſions ne ſont touchans dans la Muſique, qu'autant qu'ils ſont conformes aux tons & aux mouvemens que la paſſion produit dans le commerce ordinaire. Les intervalles des ſons de la parole ne ſont ſouvent que d'un demi-ton, quelquefois hors de mode, ſouvent d'un quart de ton. Cependant c'eſt delà que dépend preſque tout ce que la Muſique peut avoir de touchant par l'expreſſion des paſſions dans ſa partie harmonique. Car ils en comprenoient ſix ſous le nom de Muſique. Celle qu'ils comptoient la premiere & qu'ils regardoient comme la principale étoit la Rythmique, & celle qu'ils comptoient la derniere & qu'ils conſideroient le moins étoit l'Harmonique. Ils ſouffroient les fautes & les licences en celle-cy, mais ils n'en pardonnoient aucune dans la Rythmique. Cette partie regloit les démarches & certains autres mouvemens, le temps & la cadence de la recitation, les geſtes & la compoſition de toute la perſonne, & apparemment plus celle de ſon viſage que de tout le reſte du corps; car ils vouloient que tout concourût à l'expreſſion des mœurs & des paſſions. Cela étant, ce qu'ils pouvoient faire de mieux dans la partie harmonique de la Muſique pour arriver à cette expreſſion, c'étoit de ſe rendre attentifs aux inflexions naturelles de la voix paſſionnée, & de tâcher de les imiter dans la compoſition du chant. C'eſt ce qui a donné lieu au genre Chromatique de Timothée de Milet par les demi-tons

hors de mode, & à l'Enharmonique d'Olympe par la subdivision des semi-tons en quarts de ton.

On peut bien & mal user de ces subdivisions par rapport aux mœurs, car elles peuvent flatter les passions dangereuses, comme elles peuvent servir à en exciter de loüables & d'utiles. Mais sans entrer icy dans l'abus qu'on en peut faire, ces subdivisions ont servi dans la Musique antique à former une partie de ses expressions, & d'ailleurs il paroît certain que le genre enharmonique ne peut avoir été introduit que pour cette seule raison, n'offrant rien à l'oreille qui ne la doive blesser par la bizarrerie de ses intervalles, ni qui puisse plaire, sinon au cœur par une expression capable de le toucher, & par consequent capable de lui plaire dans l'imitation. Car il semble qu'on peut regarder le cœur à cet égard comme l'organe d'un sixiéme sens d'autant plus distingué des cinq sens externes, qu'ayant besoin des organes externes pour être ébranlé, & ne l'étant ordinairement que par leur rapport, il est souvent agreablement touché dans l'imitation, de ce qui frappe les sens desagreablement, & qui frapperoit le cœur de la même maniere, hors le cas de l'imitation.

Quoiqu'il en soit, les expressions de la Musique antique alloient à peindre les passions, dont les Legislateurs, les Magistrats & les Philosophes approuvoient la representation pour former les mœurs de l'Etat à la magnanimité, à l'humanité & à la sagesse, par la crainte & la pitié; plus curieux d'instruire & de toucher le cœur par des sentimens qui font les grands hommes, que de plaire à l'oreille en flattant les passions basses qui les avilissent, & qui n'ont nul besoin du secours de la Musique pour être excitées. Ces chants si concertés d'aprés nature n'étoient accompagnés pour tout contre-point que d'une espece de contre-partie en quarte, en quinte ou en octave sur l'instrument qui accompagnoit la voix; car les Anciens ne reconnoissoient pour accords ni les tierces ni les sixtes qui donnent un si grand jeu à la composition à plusieurs parties.

Cependant malgré cette ſimplicité ces chants faiſoient ſur les hommes, au moins une partie des grands effets auſquels toute l'antiquité rend témoignage. Effets ſurprenans qu'on a peine à croire en ce temps-cy, où on n'éprouve plus rien de pareil de la Muſique. Il ne ſeroit pourtant pas impoſſible de prouver non-ſeulement la poſſibilité, mais encore la verité d'une partie de ces grands effets. Mais cela ne ſe peut que dans un Memoire particulier, celui-cy n'étant déja que trop long.

Il n'auroit peut-être pas été impoſſible aux Anciens de rendre leur melodie morale & pathetique plus agreable, en la joignant avec une baſſe continuë, s'ils avoient ſçû le contre-point. Ils auroient même pû y joindre plus d'agrément, s'ils avoient connu le contre-point figuré : mais l'honneur du premier contre-point étoit reſervé à l'onziéme Siecle de l'Ere commune, & l'honneur du ſecond au quatorziéme. On pourroit donc dans 49 chordes du ſyſtême moderne, multipliées par le rétabliſſement des chordes du genre enharmonique juſqu'au nombre de 97, trouver tout enſemble & la Muſique expreſſive des Anciens, & l'agrément de la ſymphonie moderne, malgré les demitons hors de mode du Chromatique, & les quarts de ton de l'Enharmonique : mais trois cauſes nous priveront toûjours de cet avantage, malgré tous les efforts de la Muſique moderne pour parvenir à l'expreſſion. La premiere cauſe eſt l'impoſſibilité de faire entonner juſte aux Muſiciens des quarts de ton. C'eſt ce qui a fait renoncer toute la Muſique antique depuis Ariſtoxene, & à plus forte raiſon toute la Muſique moderne au genre Enharmonique. La ſeconde cauſe eſt le peu de litterature d'une grande partie des Maîtres de l'art. La troiſiéme qui eſt une ſuite de la ſeconde, le peu d'attention que la plûpart des Maîtres donne à imiter les tons naturels. Ce n'eſt pas que tous les Maîtres de Muſique ne ſe piquent d'imiter, mais toute l'imitation que pluſieurs ſe propoſent ne conſiſte gueres en ce qu'il y a de moral dans le ſujet. C'eſt, par exemple, monter le ton quand le mot *Ciel* entre dans la

A Guy d'Arezzo qui vivoit en 1024.

A Jean des Murs qui vivoit en 1358.

lettre

lettre du ſujet, baiſſer le ton quand il y eſt parlé de la *Terre* & des abîmes, quoiqu'il fallût ſouvent faire tout le contraire par rapport au ſens de la lettre. C'eſt encore imiter le bruit d'une tempête, ou d'un fracas, ou du tonnerre, ou l'agitation de la mer & des vents, quelques chûtes ou quelques vols qui ſont choſes ſi étrangeres à tout ce qu'il peut y avoir de moral dans la Muſique, que rien au monde n'eſt plus propre à le faire entierement perdre de vûë. Cette imitation moderne conſiſte encore, & trop ſouvent, à exprimer par des tons & des mouvemens gais le ſens d'une parole gaïe, enclavée dans un ſujet ſerieux, grave ou même triſte, ou à repreſenter le ſens d'une parole triſte dans un ſujet tout enjoüé, & tout cela parcequ'une partie des Maîtres ne cherche dans la Muſique que la ſurpriſe de l'oreille des Auditeurs, ſans aucun égard à ſatisfaire leur propre raiſon & celle de l'Auditeur. Je paſſe ſous ſilence ces longs paſſages ſouvent compoſés de doubles & triples croches ſur une ſeule ſyllabe, ces repetitions ſi multipliées, ces fugues & mille autres ſemblables jeux de compoſition, admirables ſurtout dans la Muſique inſtrumentale, mais qui ne ſignifient rien dans la Muſique vocale ſinon la délicateſſe, la ſoupleſſe & la legereté d'un goſier capable de franchir ces paſſages à perte d'haleine, ſur une ſeule ſyllabe, & le profond ſçavoir d'un Compoſiteur capable de ſoûtenir l'agreable jeu de tant de parties les unes avec les autres. Car il n'y a perſonne qui ne s'apperçoive dans un moment de reflexion que tout cela ne va point au cœur, & n'eſt capable que de plaire à l'oreille & de la ſurprendre; ce qui paroît, comme j'ay dit cy-deſſus, être l'unique ou le principal but de la Muſique moderne. Il n'y a donc nulle apparence ni d'eſperer le rétabliſſement de la Muſique morale des Anciens pour la compoſition du chant & pour la culture politique des bonnes mœurs, ni de craindre ce rétabliſſement pour le mauvais effet qu'il pouvoit produire dans les mœurs, ſi on entreprenoit ce rétabliſſement ſur le plan des mœurs publiques, & d'ailleurs rien n'eſt ſi oppoſé à la concilia-

J'en ay vû 46 ſur une ſyllabe dans un motet d'Occupati. *Ce motet étoit ſur le dernier Verſ. du Pſeaume* CXVIII. Erravi ſicut ovis quæ periit, quære ſervum tuũ quia mandata tua non ſum oblitus. *Et le paſſage étoit ſur la ſyllabe* quæ *dans* quære.

tion de la Musique ancienne avec la moderne, quelque avantage réciproque qu'elles pussent tirer l'une de l'autre, que le charme des symphonies d'apresent, à cause de l'avantage que leur donne le systême moderne par ses 49 chordes sur le systême des Grecs, qui dans sa plus grande richesse n'a jamais eu que quinze chordes en chaque genre reglées sur l'étenduë ordinaire de la voix. Cela suffit sur la difference des tons de la parole aux tons musicaux.

V. ADDITION.

Les muscles propres des cartilages du larynx ne donnent aucun mouvement à la Glotte, qui ne soit contraire à la formation de la voix, ou qui y contribuë immediatement.

1706. 4. Septemb. J'ay dit dans les notes sur le Memoire de la voix, que qui considerera bien les suites de la Mechanique du larynx, telle que je l'ay décrite, tiendra pour prouvé que le seul usage des muscles propres exterieurs du larynx à l'égard de la voix, est de tenir ferme & ouverte la caisse composée des cartilages du larynx pour servir d'appui à la Glotte dans son mouvement actif, necessaire pour la voix: car elle a des mouvemens passifs par certains muscles lateraux tant externes propres du larynx qu'internes propres à la Glotte même. Mais de ces muscles les externes ne peuvent que relâcher la Glotte & par consequent nuire à la voix, & les internes ne peuvent gueres que faciliter l'évacuation des gros excremens du poumon. J'avois invité dans la même note Messieurs les Anatomistes à examiner cette matiere qui paroît importante pour confirmer la cause précise de la voix. En attendant leur décision je diray pour y donner lieu ce qui m'est venu dans l'esprit sur ce sujet.

Tout ce que j'ay lû d'Anatomistes imprimés qui sont entrés dans le détail des organes de la voix & des tons, ont crû que l'usage des muscles propres du larynx est de dilater la Glotte & de la resserrer ou de l'accourcir & la dilater pour les tons bas, & de l'allonger & étrecir pour les tons hauts.

Il me paroît impossible que cela soit. La démonstration Mechanique résulte de la position des muscles tant interieurs qu'exterieurs, telle qu'elle est décrite sous la note susdite ; car elle démontre qu'ils sont incapables d'augmenter ou diminuer la glotte, au moins d'une maniere qui puisse contribuer à la voix. De plus le raisonnement suivant me semble démonstratif.

Tous les mouvemens du larynx qui accourciroient la glotte approcheroient le cartilage anterieur des posterieurs. Or par cette approche ils en relâcheroient les levres, & il faut necessairement qu'elles soient bandées pour produire le son de la voix ; car sans cela il n'y auroit nul fremissement, & sans fremissement il n'y auroit nul son de voix. De plus tous les mouvemens du larynx qui l'étreciroient iroient à l'allonger, ceux qui la dilateroient tendroient à l'accourcir. Or un de ces effets iroit à détruire ou à compenser l'autre, & par cette compensation il n'y auroit plus de changement de ton ; car allonger est augmenter, & par-là tendre à produire un ton plus bas : étrecir est diminuer, & par-là tendre à produire un son plus haut. Ainsi le même mouvement iroit ou à produire deux effets incompatibles, ou à jetter à peu prés le même son si on diminuoit autant l'ouverture en l'étrecissant qu'on l'augmenteroit en l'allongeant, & réciproquement si on diminuoit autant l'ouverture en l'accourcissant qu'on l'augmenteroit en la dilatant. Aussi voit-on dans la coupe ou embouchure des anches des haut-bois que celles qui sonnent le plus bas sont tout ensemble & les plus ouvertes & les plus longues, & que les anches qui sonnent le plus haut sont tout ensemble & les plus serrées & les plus courtes. Les glottes depuis le plus bas âge où on a la voix la plus claire jusqu'à l'âge fait, où la voix est la plus grave vont toûjours en s'ouvrant & s'allongeant de plus en plus à proportion du progrés de l'âge jusqu'à l'âge de puberté, où l'accroissement précipité de tout le larynx fait müer la voix.

VI. ADDITION.

La suppression totale de l'air par la glotte fermée exactement, confirme la même verité.

On peut voir dans le Memoire auquel celui-cy sert de supplément, la description de l'ouverture de la glotte en l'état où elle est mise pour produire la voix, & sous la note *b* l'état où est cette ouverture quand il ne s'agit que de respirer, ou de parler bas, ou de souffler, ou de donner issuë aux excremens du poûmon ; car elle a tous ces usages sans compter le nombre infini d'usages differens renfermés dans celui de produire la voix dans les sons innombrables que l'execution de la Musique suppose. Mais il n'est parlé dans ce Memoire qu'en un endroit & seulement en passant d'un troisiéme usage, qui consiste dans la suppression totale & volontaire de la respiration, & il n'en est dit qu'un mot dans les notes, parceque dans ces deux endroits il ne s'agissoit pas principalement de cet usage, mais indirectement.

Cependant on peut tirer un grand avantage pour l'établissement de la cause précise de la voix, de l'état où la glotte se met elle-même en supprimant l'air, & se rendant incapable par-là de produire en ce moment aucun son de voix. Car la cause principale & précise de la voix est fondée toute entiere sur le mouvement volontaire & actif des deux cordons musculeux-tendineux qui constituënt les levres de la glotte, & qui doivent produire tous les mouvemens. Or plus on est obligé de les reconnoître actifs pour la suppression totale de l'air, plus on doit les reconnoître actifs pour l'économie de la dépense de l'air dans son passage gradué pour la formation des differens sons. Car on ne peut fermer le passage de l'air qu'en passant par tous les degrés de resserrement depuis le premier jusqu'à l'extrême, duquel résulte la réduction de la ligne circulaire de chacune des levres à la ligne droite, d'où s'ensuit le contact immediat des deux levres dans toute leur éten-

duë, & consequemment l'entiere suppression de l'air.

Dans les premiers degrés d'approche mutuelle des deux levres, on peut chicaner en attribuant la cause du rétrecissement de la glotte pour la production des tons de la voix de bas en haut aux muscles internes du larynx: mais on ne leur peut attribuer ni de fermer entierement la glotte, ni de remplir entierement tout le canal du larynx. Or il faudroit qu'ils fissent l'un ou l'autre pour supprimer totalement la respiration. Il ne faut que considerer le volume de ces muscles tapis sur le concave du larynx de part & d'autre de la glotte, les attaches haut & bas de chacun de ces muscles haut & bas au-dessous de la glotte, la nature & la situation des parties ausquelles ils sont attachés, pour voir qu'ils sont incapables de satisfaire à aucun de ces deux usages; & en effet, s'ils font quelque chose aux mouvemens de la glotte, c'est pour l'ouvrir quand elle est entierement relâchée pour laisser l'issuë libre aux excremens du poûmon, & non pour la resserrer. De tout cela résulte ce raisonnement.

Les tons de la voix sont certainement l'effet d'un mouvement volontaire capable de resserrer la glotte moins ou plus en autant de degrés qu'il y a de tons actuels & possibles. Ce mouvement volontaire ne peut être celui des muscles propres du larynx. Ce n'est pas celui des muscles externes tant anterieurs que posterieurs, qui ne peuvent que dilater la caisse du larynx en tout sens. Ce n'est pas celui des muscles externes lateraux qui ne peuvent que relâcher la glotte, ni celui des muscles internes qui ne peuvent que la dilater pour donner passage aux gros excremens du poûmon. Il faut donc que ce soit quelqu'autre partie soûmise à la volonté, qui par ses attaches & sa direction soit capable de resserrer la glotte naturellement ouverte, & de la resserrer en tous les degrés musicaux depuis son ouverture naturelle jusqu'à son entiere clôture exclusivement.

Or les cordons des levres de la glotte ont leurs attaches, leur direction, leur position tres-convenable à cet

effet en tous degrés, & même à fermer exactement la glotte.

Ces cordons doivent donc être chacun de son côté l'organe du rétrecissement gradué de la glotte pour les tons musicaux du plus bas au plus haut son dans chaque glotte.

VII. ADDITION.

Les changemens de la Glotte viennent de la Glotte même par deux muscles de structure extraordinaire.

Comment ces cordons ne seroient-ils pas l'organe du rétrecissement gradué de la glotte, puisqu'ils sont certainement celui de la clôture absoluë de la glotte? Car il est certain que la glotte ne peut passer de l'état de son ouverture naturelle, qui est celui qui convient à la respiration libre, à celui de la clôture absoluë; d'où s'ensuit la suppression de toute respiration, qu'en passant par tous les degrés possibles du rétrecissement. Or comme cette diminution poussée jusqu'à l'entiere suppression de l'air est absolument volontaire, il faut que l'organe de ce mouvement soit construit de maniere à pouvoir être commandé par la volonté; il faut donc que chacun des cordons cachés dans les levres de la glotte soit ou un muscle ou quelque chose d'équivalent, c'est à dire un muscle d'une structure differente de la structure ordinaire du muscle, à moins qu'on ne voulût dire que la volonté de l'homme produit ce mouvement sans organe; ce qui ne se peut dire en Physique, ni proposer en Metaphysique sans égaler la volonté de l'homme à celle du Createur. Or c'est ce qu'on ne peut prétendre raisonnablement; ce n'est pas certainement un muscle ordinaire, c'est donc un organe extraordinaire équivalent à un muscle ordinaire, sinon dans sa structure, au moins dans son action.

Un Anatomiste celebre qui a bien voulu verifier par une dissection exacte ce que je lui avois dit de ces cordons cachés dans les levres de la glotte, consideroit comme ligamenteux ces deux cordons que j'appellois muscu-

leux-tendineux. C'est un epithete dont je m'étois avisé pour marquer par un mot inventé ce que je voyois d'extraordinaire dans ces cordons, musculeux dans leur action, quoiqu'ils ne paroissent que tendineux dans leur structure. Cet Anatomiste les consideroit comme simplement ligameux, parcequ'il n'y remarquoit non-plus que moi aucune trace de fibres charnuës à aucune des deux extremités, ni mêlées avec les fibres du cordon ; mais seulement quelques fibres charnuës paralleles à ces cordons, & qui ne faisoient pas un seul corps avec eux : de sorte que je ne croyois pas possible de soûtenir que ces fibres charnuës fissent avec ces fibres tendineuses un corps de muscles capable de mouvement volontaire qui pût constituer ces cordons tendineux en qualité de muscles, n'y trouvant pas la structure des autres muscles du corps humain. Je trouvois donc alors sa difficulté bien fondée, & elle l'étoit en effet à juger des choses selon la structure ordinaire.

Mais j'ay pensé depuis que l'action de ces cordons tendineux étant prouvée tant par leur position que par l'exclusion de toute autre cause capable de produire une action aussi marquée que celle qui produit le contact parfait des deux levres de la glotte, on ne pouvoit se dispenser de considerer ces deux cordons comme deux instrumens du mouvement volontaire, c'est à dire comme deux muscles d'une structure particuliere.

Dés qu'on ne peut se défendre d'admettre cette structure differente de celle de tout autre muscle, il est avantageux de la recevoir comme un nouvel exemple ajoûté au nombre infini d'autres exemples de structures differentes pour parvenir à un même effet, en d'autres genres d'effets qui prouvent comme celui-cy la richesse infinie de la Mechanique du Createur.

Toutes les instances fondées sur les inconveniens prétendus, tirés du seul extraordinaire de la structure seroient donc allegués mal à propos, à moins qu'on ne fît voir que cette structure extraordinaire est incompatible

avec leur action. Mais comment le pourroit-on montrer? On connoît beaucoup mieux la structure des grands muscles de structure ordinaire, mais on n'en sçait gueres mieux ce que cette structure contribuë à leur accourcissement; & qui pourroit empêcher que dans un aussi petit muscle on ne supposât une structure tendineuse invisible semblable à celle qu'on remarque dans la partie charnuë des autres muscles? On connoît des contractions dans un nombre infini de fibres purement membraneuses au moins en apparence, c'est à dire, autant que les yeux sont capables de distinguer les parties dites vulgairement spermatiques de celles qu'on nomme charnuës. Le mouvement peristaltique des intestins gresles ne s'execute pas autrement que celui de l'ésophage. Les mouvemens peristaltiques des boyaux ne sont pas à la verité soûmis à la volonté, mais ils n'en sont pas moins reglés en eux-mêmes, & il ne leur manque rien pour être censés volontaires, que d'attendre les ordres de la volonté pour entrer en exercice, & pour interrompre, presser, ou rallentir leur action. Cette action s'execute avec un ordre merveilleux, chaque fibre membraneuse circulaire entrant en mouvement à son rang pour exprimer & transmettre la charge du boyau à la fibre voisine inferieure qui se resserre à son tour pour le même effet, sans que cette succession de mouvement soit troublée ni interrompuë tant que le besoin subsiste dans l'animal en santé à cet égard. Les mouvemens progressifs des vers ne sont pas plus reglés, & personne ne peut nier que ces mouvemens dans les vers ne soient volontaires au moins selon la maniere ordinaire de parler, & parfaitement semblables au mouvement vermiculaire des boyaux quant à l'execution, quoique differente dans le principe.

La dépendance des muscles à l'égard de la volonté est manifestement d'institution, aussi-bien que l'union d'une ame immortelle à un corps mortel. Ce n'est pas que l'Auteur de cette institution n'ait donné des organes convenables à l'execution de cette dépendance, & ces organes sont

ſont les muſcles; mais on ne voit pas clairement dans ce qu'on connoît de leur ſtructure, comme il a été dit, la raiſon de leur mouvement, quoiqu'on ſoit aſſuré que cette ſtructure & l'influence des eſprits ſont la cauſe immediate de leurs mouvemens. Il eſt vrai que les cordons de la glotte ſont fort differens des muſcles: mais s'il avoit plû au Createur de les faire dépendre de la volonté, on en ſeroit quitte pour admettre deux ſortes d'inſtrumens, des mouvemens volontaires, c'eſt à dire des muſcles, les uns charnus & ſanguins, les autres ſpermatiques. Car enfin dans les fibres blanches comme dans les fibres rouges, le mouvement eſt également, contraction par l'influence des eſprits, & relâchement par la ſuſpenſion du mouvement des eſprits ou par leur diſſipation. De quelque cauſe que procede le mouvement ou la ſuſpenſion du mouvement, il ſe fait également dans les fibres blanches comme dans les rouges, & apparemment par la même mechanique ou par une mechanique équivalente. La ſeule difference que j'y trouve eſt, que c'eſt le ſeul beſoin qui exige le mouvement des fibres blanches, & la ſeule volonté qui commande le mouvement des fibres rouges. Mais ni le beſoin, ni la volonté n'influënt rien par eux-mêmes dans les organes. Le beſoin & la volonté précedent & accompagnent, l'un les mouvemens des fibres blanches, l'autre ceux des fibres rouges: mais l'un & l'autre n'en ſont que l'occaſion, & ni l'un ni l'autre n'en ſont les cauſes, puiſqu'il eſt clair que ſans l'inſtitution divine le beſoin exigeroit en vain les mouvemens des fibres blanches, & la volonté commanderoit inutilement celui des fibres rouges. Ces organes ne ſont nullement ſoûmis par eux-mêmes ni à la volonté, ni au beſoin. Car celui-cy ne peut être une cauſe active, puiſque ce n'eſt ſouvent qu'une pure privation; & quant à la volonté, quelque active qu'elle ſoit en tout ce qui eſt compris dans l'étenduë de ſon activité, c'eſt à dire de ſon pouvoir, elle en a auſſi peu par elle-même ſur les corps les plus délicats, que les corps les plus délicats & les plus mobiles ont par eux-mêmes peu d'intelligence pour recevoir les ordres de la volonté,

pour les comprendre & pour les executer. Y a-t-il donc quelque inconvenient de penser que le Createur a soûmis ces deux cordons à la volonté, en les construisant capables de recevoir des esprits? Les Physiciens sont réduits à l'égard des mouvemens volontaires qui s'executent par des muscles de structure ordinaire de recourir à la seule institution du Createur pour comprendre, autant qu'ils en sont capables, comment il se peut faire qu'une ame remuë un corps, ce qui est encore plus difficile à concevoir, que de comprendre comment une ame peut être unie avec un corps. Sera-t-il donc plus difficile de reconnoître qu'une ame peut remuer un corps par un cordon de structure convenable, qu'il n'est difficile de comprendre qu'elle le peut remuer par un muscle de structure ordinaire, en vertu d'une institution toute-puissante, sans laquelle on ne peut entendre ni l'un ni l'autre, & par laquelle on entend également l'un & l'autre?

Les Physiciens qui regardent les brutes comme de pures machines, n'auroient nulle peine à admettre cette division de muscles en muscles sanguins & muscles spermatiques; car les mouvemens dits volontaires dans les bêtes ne s'executent selon cette opinion en consequence d'aucun ordre de volonté, mais seulement à l'occasion des impulsions externes sur les organes des sens, d'où s'ensuivent necessairement & mechaniquement les mouvemens dits volontaires dans les brutes. Ces mouvemens volontaires ne sont donc selon ces Physiciens en rien differens des mouvemens peristaltiques des boyaux des brutes, sinon que ces boyaux sont eux-mêmes tout ensemble l'organe d'un sens, c'est à dire, du toucher mechanique, en ce qui regarde leur œconomie & en même tems les organes du mouvement peristaltique. Et ainsi les deux structures dans les brutes sont également des organes destinés à entrer en exercice dés qu'une impression externe l'éxige.

Enfin si dans l'homme le cœur nous oblige de reconnoître au moins un muscle sanguin de structure ordinaire absolument indépendant de la volonté, sans aucun inconve-

nient, pourquoy y auroit-il de l'inconvenient qu'il y eût un muſcle ſpermatique de ſtructure extraordinaire qui fût ſoûmis à la volonté ? J'avouë que pour moy je n'y en vois aucun. Il y auroit un tres-grand inconvenient à rendre l'homme maître abſolu des mouvemens vitaux du cœur par ſa ſeule volonté, ce qui ſeroit le rendre maître abſolu de ſa vie, & il y auroit un autre inconvenient tres-conſiderable à ne le rendre pas maître des mouvemens neceſſaires pour la production de la voix & des tons qui font partie de la parole, ce qui ſeroit le rendre incapable de la ſocieté. Or la ſocieté eſt abſolument neceſſaire à la vie humaine.

Je donne donc pour vrai & pour prouvé dans ce Supplément, ce que je n'ay avancé que comme probable dans le Memoire & dans les Notes. C'eſt à dire que les cordons de la glotte ſont de vrais muſcles quant à leur uſage, & conſequemment des muſcles d'une ſtructure extraordinaire & ſinguliere dans l'homme.

VIII. ADDITION.

Ces cordons tendineux de la glotte ſurmontent ſans effort l'effort de pluſieurs grands muſcles & de l'air ſupprimé, non par leur propre force, mais par une adreſſe de mechanique naturelle, qui conſiſte toute, 1. dans leur poſition, 2. dans la ſimplicité d'un ſphincter rectiligne.

Avant que de quitter cet uſage de la glotte ſi oppoſé à la voix, puiſqu'il n'eſt établi que pour ſupprimer l'air, & cependant ſi propre à en démontrer l'organe ; je tâcheray de donner la ſolution d'une difficulté que Galien a propoſée ſans la réſoudre, s'étant contenté d'admirer ce qu'il auroit aiſément compris s'il avoit voulu faire uſage de la connoiſſance qu'il avoit de la Mechanique.

J'ay dit ſous le renvoy cy-deſſus que la ſuppreſſion de l'air eſt une action ſans comparaiſon plus forte que la voix, & cela eſt vrai ; car la clôture entiere ſuppoſe tous les degrés d'action neceſſaires pour le chant. Mais la ſuppreſſion totale comprend actuellement outre tous les de-

grés neceſſaires pour le chant celui qui eſt neceſſaire pour la ſuppreſſion totale. Galien prouve la force de cette action par la force des muſcles du bas ventre, de ceux qui reſſerrent la poitrine, & de ceux qui remuënt les bras dans les actions les plus fortes de tous ces muſcles, ou de la plûpart, comme dans l'éternuëment, dans les plus preſſantes neceſſitez de vuider un ventre pareſſeux ou d'aſſener quelque coup de toute ſa force. Car dans toutes ces occaſions ſi importantes & ſi neceſſaires à la vie & à pluſieurs arts, ces deux petits cordons ſeuls joints enſemble, tiennent contre huit grands muſcles qui couvrent tout le ventre, quatre grands muſcles tres-composés qui reſſerrent la poitrine, ſans compter les autres muſcles que pluſieurs Anatomiſtes croïent non ſans quelque fondement capables de la même action, comme les intercoſtaux. Galien admire cette réſiſtance, & en effet elle eſt admirable : mais on y doit plus admirer la poſition que la force, car tout cela ſe fait ſans grand effort. En voici la preuve. Ces cordons de la glotte n'agiſſent que ſur le fondement que leur donnent les muſcles exterieurs du larynx anterieurs & poſterieurs, qui ne ſont que quatre, tres foibles par leur poſition, & par-là incapables de ſoûtenir la contraction de ces deux cordons ſi elle avoit une force conſiderable. La contraction de ces deux cordons tendineux eſt donc manifeſtement une action foible. Tout cela augmente de beaucoup la difficulté propoſée par Galien. Ce qui ſuit la pourra réſoudre.

Il faut rabattre de l'effort des huit muſcles du bas ventre bandez contre les muſcles de la glotte, tantôt pour l'accouchement, tantôt pour l'évacuation d'un ventre pareſſeux, tout ce qui peut être ſoûtenu de cet effort par l'action du diaphragme bandé, qui en cette action eſt le principal antagoniſte de ces huit muſcles. Il eſt vrai que l'air reſpiré qui emplit la poitrine pour appuïer l'action du diaphragme appuïe ſa contraction, & l'appuïe de plus en plus à meſure qu'il ſe rarefie de plus en plus en s'échauffant dans la poitrine où il eſt retenu. Il faut donc rabattre

ſur l'effort du diaphragme contre les huit muſcles du bas ventre, tout ce que le volume & la rarefaction de l'air contenu dans les poûmons contribuënt à la réſiſtance du diaphragme contre ces huit muſcles. Et il faut tenir compte aux deux petits cordons de la glotte de toute la part que le volume & la rarefaction de l'air contenu dans les poûmons contribuënt à la réſiſtance du diaphragme; car ce ſont eux ſeuls qui tiennent contre ce volume d'air qui a part à la réſiſtance du diaphragme. Or cette part n'eſt pas petite Car il y faut ajoûter l'effort que les muſcles qui reſſerrent la poitrine font contre l'air qui la dilate, pour le reſſerrer de plus en plus à meſure qu'il ſe rarefie, & réünir tout ſon effort contre le diaphragme qui doit preſſer les boyaux de plus en plus pour concourir avec les huit muſcles du bas ventre à chaſſer ce qui charge & incommode le ventre dans les deux ſexes, & la matrice dans les accouchemens. Or cette action eſt ſi forte qu'elle va ſouvent juſqu'à jetter une partie des boyaux & même la matrice hors de la capacité du ventre, c'eſt à dire les boyaux dans les deux ſexes, & la matrice dans les femmes: les boyaux en forçant l'ouverture étroite & tres-forte des muſcles obliques & tranſverſaux du bas ventre menagée dans les aponevroſes pour donner paſſage au cordon des vaiſſeaux ſpermatiques dans les hommes, & aux ligamens ronds dans les femmes: la matrice, malgré les fortes attaches qui devroient la retenir en ſa ſituation naturelle. Or le plus fort de cette action, qui eſt le dernier degré de cet effort, eſt tout entier de l'air rarefié preſſé par les côtes ſur le diaphragme; car le diaphragme contrebandé & retenu par le mediaſtin, ne peut par lui-même que commencer l'action en diminuant ſa vouture naturelle pour diminuer d'autant la capacité du ventre. Il faut donc reconnoître que le plus pénible de cet effort eſt réſervé aux deux foibles cordons de la glotte; car ce n'eſt que leur contact immediat qui ſoûtient l'effort de l'air rarefié, preſſé par les muſcles intercoſtaux, par le diaphragme, & par tous les muſcles du ventre.

Cet effort paroît fort superieur à la force de ces deux petits muscles tendineux à n'en considerer que le volume & les fibres : mais si on en considere la situation & la direction, c'est toute autre chose ; car ils sont posez de sorte que sans effort ils peuvent soûtenir les plus grands efforts de tout ce grand nombre de grands muscles dont j'ay fait mention. Voici comment.

Les liquides qui n'ont point de ressort n'ont de force que selon leur poids, & leur poids n'agit que suivant leur hauteur. Les liquides qui ont ressort agissent en tout sens, dés que les causes de la rarefaction mettent leur ressort en état d'agir : mais les uns & les autres agissent en ligne directe, les premiers de haut en bas selon le diametre & la hauteur de leur colomne, les seconds du centre à la circonference en tout sens. Or l'air est un des liquides capables de rarefaction.

Cela étant, l'effort de l'air retenu & rarefié dans la poitrine se doit partager sur toutes les parties solides de la capacité de la poitrine qui en doivent soûtenir chacune leur part. La glotte ne doit soûtenir que la colomne où la base du cone qui convient au diametre du larynx en sa partie superieure, ou plutôt la colomne qui convient à son ouverture naturelle : car la partie solide de la glotte doit être en cela considerée, à peu prés, comme le reste de la circonference concave de la poitrine.

Ainsi ces deux petits muscles ne se trouvent chargez que de repousser l'air qui porte contre cette ouverture, ou plutôt celui qui porte contre le contact des deux levres jointes l'une à l'autre. Or elles sont jointes l'une à l'autre par un contact immediat. Cet effort se réduiroit donc presqu'à rien, c'est à dire à l'exercice de la seule force necessaire pour contrebander les attaches du demi tympan de part & d'autre de l'ouverture jusqu'au point de rendre droite la ligne circulaire de chaque levre.

Il est vrai qu'une colomne d'air égale à la capacité du larynx fait quelque effort contre le tympan : mais c'est à peu prés comme quelqu'un qui voudroit passer au travers

d'une ouverture fermée par deux coulisses, en poussant à plomb contre cette double coulisse parfaitement jointe au milieu de cette ouverture, & bien arrêtée haut & bas. Car l'effort de l'air n'est que de bas en haut, & la force des levres & leur direction d'avant en arriere. De sorte qu'au pis aller l'effort de l'air à l'égard des cordons tendineux ne peut être consideré que comme deux poids égaux suspendus chacun au milieu d'une corde de la longueur des deux muscles tendineux qui constituënt les deux levres de la glotte, chaque poids suspendu a sa corde bien arrêtée à ses deux extremités. Or ces deux poids pesant à plomb ne tendroient nullement à écarter, mais seulement & au plus à cambrer & plier chaque corde également, & par consequent sans préjudice de leur contact.

Ainsi l'air poussé directement de bas en haut ne tend qu'à soulever & seulement à proportion de son volume, & non à écarter. Il ne peut même soulever que fort peu les cordons tendineux, car il n'a de force sur eux qu'autant qu'ils lui donnent de prise. Or ils ne lui en peuvent donner qu'à proportion de leur diametre & de leur longueur, & tout cela est fort peu de chose. Ils seront donc soulevés, si l'on veut, mais sans préjudice de leur contiguité. La partie charnuë & membraneuse de chaque demi tympan prêtera beaucoup davantage à proportion de son étenduë & de sa consistance, & soulagera d'autant les deux cordons.

Il n'y a donc pas lieu de s'étonner de la résistance immense du bandement de ces petits muscles à l'effort de l'air & de tant de grands muscles. Ce n'est pas par une force extraordinaire, mais par l'application avantageuse de leur peu de force qu'ils produisent un si grand effet, jointe à la simplicité de leur structure & de leur application mutuelle en sphincter rectiligne, beaucoup plus exact pour la suppression de l'air que les sphincters circulaires. Ceux-ci sont beaucoup plus aisés à forcer; car il n'est pas possible qu'ils suppriment l'air, qu'en accourcissant leur diametre avec beaucoup d'effort. Or cela ne se peut que

leur circonference ne ſoit extrêmement froncée de plu-ſieurs plis tous fort ſerrés les uns contre les autres. Ce ſont donc autant d'ouvertures en rayon chacune capable d'être forcée dés que l'effort qui les ſerre diminuëra, ſans compter qu'il eſt difficile que le centre mechanique de ces rayons ſoit réduit à un point indiviſible. Et il eſt impoſſible au contraire que ces deux lignes parfaitement droites appliquées l'une à l'autre dans toute leur longueur, faſſent entr'elles par un contact immediat autre choſe qu'une ligne indiviſible. Ces plis froncés ſont donc dans les ſphincters circulaires pluſieurs échappées à garder avec autant d'efforts multipliés à proportion qu'il y a d'échappées, au lieu qu'un ſphincter rectiligne comme celui de la glotte demande d'autant moins d'effort que la ſeule juſteſſe de l'application ſuffit pour la ſuppreſſion totale. Je ne ſçay ſi je me trompe, mais il me ſemble qu'on pourroit calculer cette difference entre les ſphincters rectilignes & les circulaires par la proportion du diametre à la circonference, plus au nombre & à l'étenduë d'autant de rayons qu'il peut y avoir de plis dans les ſphincters circulaires.

IX. ADDITION.

Conſideration ſur un prétendu fait allegué par Galien pour preuve de la clôture exacte de la Glotte, dont l'exactitude n'a nul beſoin d'être prouvée.

Galien donne pour preuve de l'exactitude de la ſuppreſſion de l'air par l'action de ces deux muſcles, un fait dont la verité me paroît fort ſuſpecte, quoiqu'il ſoit confirmé par pluſieurs relations modernes de voyageurs. Le fait prétendu eſt que pluſieurs Eſclaves au deſeſpoir, privés par leur état & par la précaution de leurs maîtres de tout moïen de s'échaper & de ſe tuer, ſe ſont aviſés de s'étouffer par la ſeule action de ces muſcles, opiniâtrée juſqu'à cet étrange effet. Voilà ce que Galien ſuppoſe, peut-être pour l'avoir oüi dire & l'avoir crû ſans preuve, &

& ſans approfondir la verité ou l'impoſſibilité du fait.

Les raiſons que je crois avoir d'en douter m'ont porté à m'en informer plus particulierement, & j'en ay trouvé l'occaſion par le retour du Directeur general de la Compagnie du Senegal. Il m'a confirmé le fait, & ſur mes difficultés il a fait intervenir dans nôtre converſation un des principaux Commis chargé du ſoin des Negres vendus, & des embarquemens pour l'Amerique. Ce premier Commis a été autrefois Chirurgien.

M. Bru.

M. Caſtais.

Celui-ci m'a aſſuré qu'il avoit vû deux faits de cette eſpece. L'un de ces faits fut d'un jeune Negre de 14 ou 15 ans, qu'il fut contraint de faire embarquer les fers aux pieds & aux mains, ſe défiant de lui parcequ'il ne l'avoit jamais pû apprivoiſer, quelque bon traitement qu'il lui eût fait pour le deſabuſer de l'opinion qu'ils ont tous qu'on ne les tranſporte en Amerique que pour les y manger. Demi-quart-d'heure aprés l'embarquement on vint dire au Commis que le jeune Negre étoit mort. L'autre étoit un Negre de 27 ou 28 ans qui mourut de la même maniere, étant aſſis à la vûë de pluſieurs perſonnes qui ne penſoient à rien de ſemblable. Je lui demanday la cauſe de ces étouffemens volontaires prétendus, il me dit que c'étoit la langue ramenée vers la gorge & appliquée ſur le conduit de la reſpiration. Je ſoûtins l'impoſſibilité de cette application, & lui voulois faire ſoupçonner quelque poiſon. Il repliqua que ces Negres étoient nuds comme la main, & qu'on les viſitoit par tout avant l'embarquement, & ſur tout avant le débarquement, parce qu'alors leurs fraïeurs redoublent.

Il ne paroît ſur le corps de ces miſerables aucune marque de violence, ils ne jettent du ſang par aucun endroit, on n'a pas eu la curioſité de les ouvrir. On m'a promis de le faire à la premiere occaſion, & de m'en envoyer une relation exacte ſuivant le Memoire que je dois donner pour cet effet.

J'avouë que j'ignore la cauſe de ces morts volontaires; mais je crois être aſſuré que ce n'eſt l'effet d'aucun mou-

vement volontaire, quel qu'il puisse être, soit de la langue, soit des levres de la glotte. Aucun mouvement volontaire, quel qu'opiniâtré qu'il puisse être, ne peut être poussé que jusqu'à perte de connoissance; & dés qu'on en est venu là, le mouvement machinal de la respiration, tel qu'il s'exerce dans un profond sommeil indépendamment de la volonté, recommence sans attendre l'ordre de la volonté, & reprend peu à peu son train ordinaire. De sorte que tout ce que la volonté peut faire en ceci, seroit de suspendre la respiration jusqu'à perte de connoissance, & de donner par-là lieu à des retours alternatifs, qui donnant autant de fois lieu de se repentir d'une extravagance si outrée & si opposée à l'inclination naturelle de se conserver, préviendroient une décision finale dans tous les corps dont les vaisseaux ne seroient pas pleins à crever. La promptitude de ces morts sans retour ne s'accorde pas avec semblables alternatives. Et d'ailleurs on ne voit pas que les Plongeurs de profession meurent dans cet exercice de respiration supprimée, à moins qu'il ne leur arrive sous l'eau quelque accident du dehors ou du dedans qui les empêche de prendre le haut pour reprendre haleine: Je ne puis donc croire cette cause; & comme semblables morts sont rares, puisqu'un Commis appliqué depuis 17 ans au soin de ces Esclaves n'en a que deux exemples en une si longue suite de tems. J'aime mieux avoüer mon ignorance, ou attribuer semblables morts aux cas imprévûs des morts subites par differentes causes, ou à la fraïeur d'un homme qui croit n'être embarqué ou ne débarquer que pour être égorgé par un Boucher, & son corps débité par quartiers dés qu'il sera à terre au lieu de sa destination.

Voilà les IX Additions que je me suis proposées pour la premiere Partie de ce Supplément au Memoire sur la Voix. J'espere donner dans la seconde Partie de nouvelles preuves des principes du même Memoire.

QUE LES PLANTES contiennent réellement du fer, & que ce métal entre necessairement dans leur composition naturelle.

PAR M. LEMERY le fils.

IL y a quelque tems que M. Geoffroy fit part à l'Academie d'une découverte fort curieuse qu'il avoit faite sur un grand nombre de cendres de differentes Plantes: Il nous dit qu'il n'en avoit trouvé aucune où il n'y eût des grains capables d'être attirez par l'aimant. Mon Pere a fait voir depuis à la Compagnie que dans les cendres mêmes restées dans la cornuë aprés la distillation du miel, on trouvoit aussi de semblables grains, & j'en ay trouvé jusques dans les cendres du Castoreum. 1706. 13. Novembre.

Quoique ces grains soient aussi facilement attirez par l'aimant que des grains de fer de même volume, n'y a-t-il point lieu de soupçonner que ces grains soient une matiere differente du fer, & neanmoins aussi propre que le fer même à être attirée par l'aimant? Ou si l'on prouve que ces grains ne peuvent être autre chose qu'un fer veritable, ou une matiere de même nature que celle de l'aimant, cette matiere n'a-t-elle point été formée pendant que la plante a été brûlée & réduite en cendres? ou n'étoit-elle point déja dans la plante? & n'y est-elle point montée avec les sucs qui ont servi à nourrir & à faire vegeter la plante pendant qu'elle étoit sur la terre? Voilà, à mon avis, les doutes les plus raisonnables qu'on puisse avoir sur la nature & la formation de cette matiere surprenante. Je vais tâcher de les éclaircir le plus succinctement que je pourray.

Il me seroit aisé de prouver par plusieurs experiences que la matiere qui se trouve dans les cendres est un veri-

table fer ou aimant ; mais je m'en tiens à une seule experience qui me paroît suffisante pour cela. J'ay exposé la matiere en question au verre ardent de Monseigneur le Duc d'Orleans : elle s'y est fonduë de la même maniere & avec les mêmes circonstances que le fer ou l'aimant, c'est à dire en petillant ou étincellant beaucoup, & aprés la fusion elle s'est réduite en une boule métallique comme fait la limaille de fer, ou la poudre d'aimant exposez au même verre ardent.

Puis donc que cette matiere est un veritable fer ou aimant, par quel hazard s'est-elle rencontrée dans les cendres ? & que croire de sa formation ? La principale raison qu'on allegue pour prouver que cette matiere a été formée dans le tems que le feu a brûlé & calciné la plante, c'est qu'on ne conçoit pas aisément comment des parties aussi grossieres que celles du fer auroient pû monter & se distribuer dans tous les vaisseaux d'une plante, passer jusques dans les tuyaux des fleurs qui doivent être d'une tres-grande subtilité, être recüeillies par les abeilles, & se retrouver enfin aprés la distillation du miel, qui comme tout le monde sçait n'est qu'un composé des parties les plus subtiles des fleurs ; mais cette objection disparoîtra peut-être par le raisonnement & les experiences suivantes.

Premierement le fer est un métal si commun, du moins dans nos païs, que je pose en fait qu'il n'y a point de terre où l'on n'en trouve. En second lieu ce métal se dissout avec la derniere facilité par toutes sortes de sels, & prend differentes formes suivant la nature des sels qui ont servi à le dissoudre. Quand il rencontre dans la terre des acides semblables à ceux de l'esprit de soufre, de l'esprit d'alun & de l'esprit de vitriol, il s'y réduit en un veritable sel concret que nous appellons vitriol. Pourquoy, par exemple, ce sel dont la base est du fer, comme je l'ay démontré dans un autre Memoire : ce sel, dis-je, résous dans une quantité suffisante d'eau, ne pourra-t-il pas se distribuer dans toute la plante ? Est-ce parceque l'eau

bouchure de ses tuyaux est fort petite, & qu'on ne croit pas que ce sel soit divisible en d'assez petites parties pour enfiler des routes aussi étroites? On reviendra de ce préjugé si l'on considere qu'un seul grain de vitriol dissous dans neuf mil deux cens-seize grains d'eau commune, teint sensiblement de sa couleur toute cette quantité d'eau, & lui donne en même tems un goût assez considerable de fer ou de vitriol; car en ce cas il faut que le fer ait été divisé en des parties bien petites & bien subtiles pour communiquer son goût, & une couleur sensible à un si grand nombre de particules d'eau. Cette divisibilité du fer ou du vitriol me paroît plus que suffisante pour le rendre capable de penetrer dans les tuyaux des plantes les plus déliez.

On objectera peut-être que si le fer peut prendre une forme assez petite pour passer par les filets les plus déliez des racines des plantes, il conserve toûjours sa pesanteur specifique qui le rendra éternellement incapable de s'élever plus avant dans la plante, & de monter jusques dans les fleurs.

Je réponds premierement que si l'on dissout dans de l'eau commune autant de vitriol qu'elle en peut contenir, & qu'on tire ensuite par un siphon cette eau chargée de fer ou de vitriol, elle montera aussi-bien malgré son nouveau poids, que si elle n'eut point contenu de fer ou de vitriol. Pourquoy donc le fer ne pourra-t-il pas monter de même dans les tuyaux de la plante qui peuvent être regardez comme des especes de siphons?

Mais si l'on veut encore une nouvelle preuve que la pesanteur specifique du fer ne peut jamais être un obstacle à son élevation dans les plus petits tuyaux des plantes, on n'a qu'à considerer que le principe le plus fixe & le plus grossier, sçavoir la terre qui comme tout le monde sçait, resiste à une violence de feu tres-considerable, ne laisse pas de s'insinuer par le cours de la circulation dans le tissu même des fleurs; car on en trouve toûjours dans leur analyse: pourquoy donc le fer réduit en sel par

des acides ne montera-t-il pas dans les fleurs ? Et cela d'autant mieux que ce sel s'éleve & se sublime de lui-même avec la derniere facilité.

Je prouve la facilité qu'il a à s'élever, 1°. Parceque quand on met dans une même boëte du vitriol blanc, du vitriol verd, & du vitriol bleu sans les couvrir séparément, les parties qui s'exhalent naturellement de chacun d'eux, & qui retombent ensuite confusément sur ces vitriols, changent tellement leur couleur, que le vitriol blanc devient gris blanc, le vitriol verd d'un gris plus foncé, le vitriol d'Allemagne qui est bleüâtre devient gris brun & jaunâtre en quelques endroits, & enfin le vitriol de Chypre qui est fort bleu devient d'un bleu tirant sur le gris. Il est encore à remarquer que ces vitriols ne changent point de couleur dans leur surface inferieure qui est appliquée contre la boëte, mais seulement dans leur surface superieure qui peut recevoir les differentes parties qui s'élevent de tous ces vitriols, & qui retombent ensuite indifferemment sur chacun d'eux.

2°. Si l'on met dans un pot du vitriol & qu'on l'humecte avec un peu d'eau, on verra quelque tems aprés le fer chargé d'acides monter de lui-même jusqu'au haut des parois du pot, & quelquefois même retomber en dehors & fort bas contre ces mêmes parois. Cette espece de sublimation naturelle du fer prouve assez la facilité qu'il a à s'élever quand il a été penetré par des acides; mais voici une experience nouvelle qui la prouve encore infiniment mieux qu'aucune autre.

Quand on verse de l'esprit de nitre sur de la limaille de fer, on sçait qu'il se fait un boüillonnement violent & accompagné d'une chaleur si forte, qu'il n'est presque pas possible de tenir la main sur le vaisseau. Aprés le boüillonnement la liqueur devient rouge & chargée, à cause du fer qui y a été dissous. J'ay jetté de l'huile de tartre par défaillance sur cette dissolution de fer, il s'est fait une fermentation mediocre, pendant laquelle la liqueur s'est fort gonflée : je l'ay laissé reposer, & peu de tems aprés il s'est

formé aux parois du vaisseau quantité de petits branchages fort distincts, qui s'élevant toûjours de la liqueur sans qu'il y eût de fermentation apparente dans cette liqueur, & augmentant continuellement, ont bien-tôt gagné le haut du vaisseau, & sont même retombez au dehors en si grande quantité qu'ils couvroient la surface interne & externe du vaisseau. On pourroit donner le nom d'arbre de fer ou de Mars à cette espece de vegetation Chimique. Cette experience m'aïant paru curieuse, je l'ay repetée un tres-grand nombre de fois, tantôt augmentant, tantôt diminuant la dose de l'huile de tartre, & il s'est toûjours fait differentes sortes de vegetations qui quelquefois ne ressembloient qu'à de purs branchages: souvent ces branchages étoient garnis comme de feüilles, & portoient en haut comme des fruits ou des fleurs, & à l'extremité d'embas ou des petits filets qui imitoient parfaitement la figure de ceux des racines, ou des tuyaux veritablement creux qui partoient du fond du vaisseau, & qui communiquoient au haut où étoit le fort de la vegetation. Enfin il m'est souvent arrivé de faire un mêlange si exact d'huile de tartre par défaillance, & de la dissolution de fer dont il a été parlé, que la liqueur aprés avoir suffisamment fermenté, & avoir ensuite reposé dans le verre pendant quelques heures, sans produire aucune apparence de vegetation bien considerable, elle devint tout d'un coup d'une volatilité surprenante; car elle s'éleva [illegible] fort peu de tems au haut du verre, & une partie de cette liqueur s'y condensa sous la figure de fleurs parfaitement bien formées, tandis que l'autre coula en dehors où elle produisit de pareilles fleurs, & enfin le surplus de la liqueur tomba par terre, de sorte que je fus obligé de mettre au plutôt une petite écuelle sous le verre qui resta bien-tôt sans liqueur. Je remis dans le verre la liqueur qui étoit tombée dans l'écuelle, mais elle ne demeura pas long-tems en place, & retomba de nouveau dans l'écuelle, augmentant toûjours en passant la vegetation qu'elle avoit commencée. Je remis encore la liqueur dans le ver-

re, & je continuay un grand nombre de fois le même manege jusqu'à ce que toute cette liqueur se fût corporifiée, & eût été emploïée à couvrir de branchages & de fleurs la surface interne & externe du verre, & même une bonne partie de l'écuelle où elle s'étoit répanduë tant de fois; ce qui fit un spectacle fort agreable à la vûë.

Je ne donne point icy un détail bien circonstancié de toutes les observations que j'ay faites sur cette operation, parceque je craindrois d'être long & de faire perdre de vûë le sujet principal pour lequel j'ay rapporté cette experience particuliere. Je réserve ce détail pour un Supplément à ce Memoire-cy, que je donneray dans une autre Assemblée. Je diray seulement en passant que c'est le fer qui donne dans ce cas-cy toute la force & la volatilité à la liqueur dont il a été parlé, & que sans le mêlange de ce métal cette liqueur, qui n'est à proprement parler qu'un veritable nitre fondu dans une certaine quantité d'eau, ne produiroit tout au plus au fond du verre que quelques cristaux semblables à ceux qu'on fait tous les jours quand on purifie le nitre commun.

Toutes les experiences qui ont été rapportées dans ce Memoire, prouvent que le fer dissous par des acides peut être aisément réduit en des particules assez petites & d'une assez grande legereté pour pouvoir penetrer les tuyaux les plus petits & les plus élevez des plantes. Concluons donc que le fer qui se trouve dans les cendres des plantes, étoit dans ces mêmes plantes avant qu'elles eussent été brûlées; & en effet le fer étant répandu en abondance dans toute sorte de terres, & pouvant être aisément dissous par les premieres liqueurs salines qui l'arrosent, comme il a déja été dit; ces liqueurs montant ensuite par la chaleur du Soleil dans les tuyaux des plantes pour les nourrir & les faire croître; ces liqueurs, dis-je, portent naturellement avec elles le fer dont elles se sont chargées. Ces raisons une fois conçûës, il y auroit bien plus de lieu d'être surpris si l'on ne trouvoit point de fer dans les plantes, que l'on ne doit être étonné d'en trouver.

On

On pourroit même dire avec quelque vrai-ſemblance, que nonſeulement le fer eſt réellement exiſtant dans les plantes, mais qu'il leur eſt peut-être encore plus neceſſaire qu'on ne penſe ; car comme ce métal ſuffiſamment attenué par des acides acquiert une force & une volatilité ſurprenante, qu'il prend avec la derniere facilité la figure de branchages, & qu'il produit un grand nombre de differentes ſortes de vegetations ; ne pourroit-il pas ſervir par tout le mouvement & toutes les figures dont il eſt ſuſceptible, à étendre puiſſamment & de la maniere la plus convenable les petits tuyaux des plantes où il ſe rencontre, & contribuer par-là beaucoup à la vegetation de ces mêmes plantes? Enfin comme le fer ſe peut rencontrer plus ou moins abondamment dans certaines plantes que dans d'autres, & s'unir dans les unes à de certains ſels, & dans d'autres à des ſels d'une autre nature ; ce métal contribuë peut-être encore beaucoup par-là aux differentes qualitez & vertus medicinales des plantes.

Il ne me reſte plus qu'à expliquer pourquoy les plantes dans leur entier ne donnent aucun goût ni aucune marque de fer. C'eſt que le fer s'y trouve en petite quantité par rapport aux parties huileuſes, ſalines, aqueuſes & terreuſes qui l'envelopent, & qui le cachent de maniere qu'il n'eſt plus reconnoiſſable en cet état. Mais quand la plante a été brûlée & réduite en cendres, & que l'on a eu ſoin de bien laver ces cendres pour en emporter les ſels fixes, les grains ferrugineux dégagez alors de leurs envelopes qui empêchoient l'aimant d'y produire aucun effet, reprennent leur premiere qualité, & ſont enſuite facilement attirez par l'aimant, ou par une lame d'acier aimantée ; de même que le vitriol pouſſé par un grand feu ſe réduit par la perte de ſes acides en une matiere qui recommence à pouvoir être attirée par l'aimant, & qui certainement avoit ſervi de baſe à la formation du vitriol, comme je l'ay démontré dans un autre Memoire. On pourroit encore ajoûter que comme le fer qui a ſervi à faire du vitriol, & qui a été enſuite revivifié par la vio-

lence du feu, a perdu pendant cette operation un assez grand nombre de parties huileuses, pour être devenu sensiblement different de ce qu'il étoit auparavant par raport aux experiences Chimiques; le fer qui est entré dans la composition des plantes souffre aussi une alteration pareille par la calcination, & devient une matiere plus semblable par sa nature à la matiere propre de l'aimant qu'à celle du fer.

Je répondray dans le Tome de 1707 à une objection contre ce Memoire-cy, qui m'a été faite dans une Assemblée particuliere de l'Academie. Je renvoïe cette réponse à un autre Memoire, parcequ'elle demande plusieurs experiences nouvelles dont le détail la rend un peu longue.

OBSERVATIONS SUR DEUX ENFANS JOINTS ENSEMBLE.

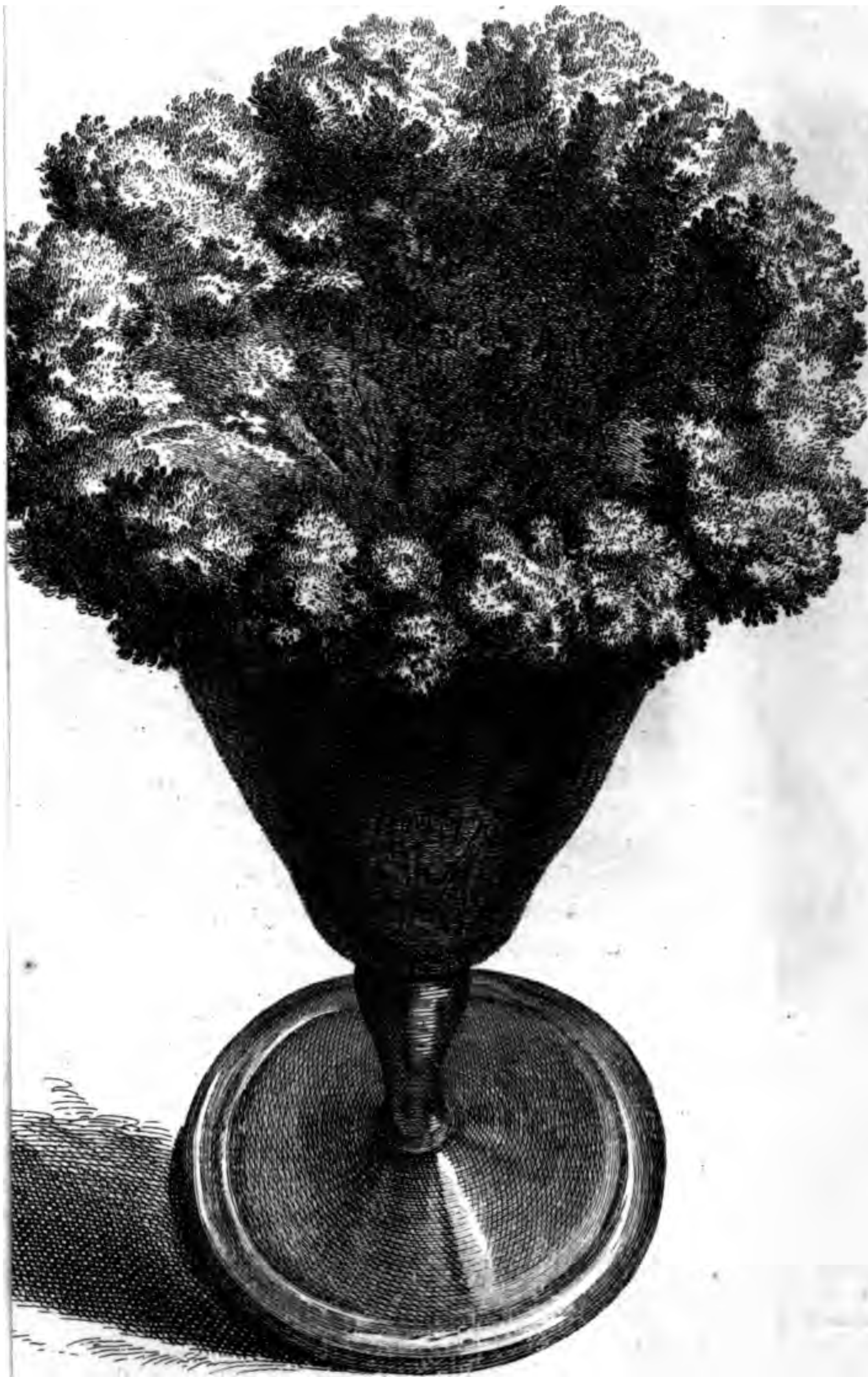
PAR M. DU VERNEY l'aîné.

1706. 13 Novembre.

LE dix-neuviéme du mois de Septembre de l'année 1706, Catherine Feüillet femme de Michel Alibert Jardinier du Village de Vitry prés Paris, accoucha de deux Enfans mâles joints ensemble par la partie inferieure du ventre. C'étoit sa sixiéme grossesse, & elle entroit dans son neuviéme mois quand elle accoucha.

Il lui est arrivé ce qui est ordinaire à toutes les femmes qui sont grosses de deux Enfans, qui est d'être plus incommodée que dans les autres grossesses, d'avoir le ventre fort gros & fort tendu, & des varices aux jambes.

Le travail ne fut ni trop long ni trop penible, parceque l'un de ces Enfans se presenta dans la situation naturelle; & que la Sage-femme, qui dans cette occasion fit connoître



une vegetation qui n'a couvert que la Surface interieure et le haut du verre





Figure d'une autre vegetation plus belle et plus distincte qui s'est f
en beaucoup moins de tems que la premiere et qui a couvert le dedans
le dehors du verre et mesme une bonne partie du petit vaisseau q
a esté obligé de mettre dessous

qu'elle eſt habile dans ſon art, ayant reconnu par les tentatives qu'elle avoit faites, qu'il y avoit quelque obſtacle qui empêchoit l'Enfant de ſortir, & examinant d'où cela pouvoit venir, s'apperçût que ſa poitrine étoit embraſſée par les jambes d'un ſecond Enfant, qu'elle croïoit être ſeparé du premier; ce qui l'obligea de faire de nouvelles tentatives pour tirer celui qui ſe preſentoit au paſſage: mais ces tentatives furent inutiles; c'eſt-pourquoy elle réſolut ſur le champ de tirer dehors les deux pieds du ſecond Enfant, & d'achever ſon operation, comme ſi elle n'eût eu à en tirer qu'un ſeul qui ſe ſeroit preſenté par les pieds, ce qui réüſſit fort heureuſement.

Le délivre étoit composé d'un ſeul cordon & d'un ſeul *placenta*, & ces Jumeaux étoient renfermez ſous les mêmes membranes. Le *placenta* étoit plus grand & plus épais qu'à l'ordinaire, les envelopes plus fortes & plus épaiſſes, & le cordon plus gros.

Ces Enfans étoient fort vifs; ils ont vêcu depuis le 19 Septembre juſqu'au 26, & pendant ce tems-là ils ont fait leurs fonctions naturelles autant que la ſituation où on les mettoit a pû le permettre.

Celui qui paroiſſoit le plus fort mourut à quatre heures du matin, & l'autre trois heures aprés.

On peut penſer que trois choſes ont contribué à leur mort. La premiere eſt la mauvaiſe ſituation qu'on leur donnoit en les emmaillottant à l'ordinaire, ce qui a comprimé la partie du bas ventre qui leur étoit commune, & les conduits par où les excremens devoient ſortir, comme on le prouvera dans la ſuite.

La ſeconde, parcequ'ils n'ont jamais tetté, & qu'on ne les a nourris que de lait de Vache lequel s'eſt caillé dans l'eſtomac & dans les inteſtins qui en étoient remplis, comme je l'ay reconnu en les ouvrant.

La troiſiéme, parcequ'on les découvroit trop ſouvent, pour ſatisfaire la curioſité de pluſieurs perſonnes, & qu'à chaque fois on les tournoit en divers ſens.

Ces Enfans joints enſemble, comme on les voit dans la

premiere Figure, avoient 22 pouces de long. Il seroit inutile de décrire tout ce qui se presente depuis la tête jusqu'à la partie moïenne de leurs ventres, parceque toutes ces parties ont leur conformation ordinaire : mais la partie moïenne du ventre, qu'on nomme communément ombilicale, n'avoit point de nombril ; & au lieu que ces Jumeaux en devoient avoir chacun un, il n'y en avoit qu'un seul pour tous les deux, dont on marquera la situation.

Le bas du ventre, qu'on nomme communément l'Hypogastre, est tout ce qu'il y a de singulier.

Dans la conformation naturelle des autres enfans, les os Pubis en se joignant font une espece de cintre, qui termine le bas de la partie anterieure du ventre ; & par leur jonction avec les os des Iles & les Ischions qui s'unissent avec l'os sacrum, ils forment tous ensemble la cavité qu'on nomme le bassin.

Dans ces Jumeaux il n'y avoit point de Pubis ; mais les os qui eussent dû le composer par leur jonction, étoient separez & placez vers les aînes ; l'os pubis droit d'un de ces Jumeaux au lieu de se joindre avec l'os pubis gauche du même sujet, rencontroit l'os pubis gauche de l'autre, auquel il s'unissoit par un ligament tres-fort & tres-souple, & les deux faisoient en cet endroit une espece de cintre.

Ces ligamens qui joignoient les os pubis de chaque côté n'avoient chacun qu'environ 2 lignes de long, & faisoient une espece d'articulation aisée & commode, qui permettoit à ces Enfans d'approcher & d'éloigner réciproquement les troncs de leur corps jusqu'à un certain point.

On voyoit encore un ligament tres-fort & tres-épais, qui allant d'un côté à l'autre s'implanter dans la partie inferieure de la jonction des os pubis, divisoit en quelque maniere le bassin commun en deux parties. Ce ligament avoit la figure d'un cintre renversé, & la peau qui joignoit les deux derrieres de ces Enfans y étoit étroitement colée. Les os des Iles étoient plus plats qu'à l'ordinaire, tournez en arriere, & posez presque sur le même plan. Les Ischions

étoient aussi tournez en arriere, les os sacrum moins convexes & plus recouverts des os des Iles. Les coccyx plus raccourcis, & leur pointe étoit un peu de côté.

Par cet arrangement les trous qu'on nomme ovales se trouvoient sur les côtez & l'un vis à vis de l'autre, & la boëte des hanches étoit fort tournée en arriere; ainsi les cuisses étoient tellement articulées que la pointe des pieds étoit entierement en dehors.

On découvre aisément la conformation & la situation extraordinaire de ces os dans la troisiéme Figure; & il est necessaire de la consulter: on doit pareillement jetter les yeux sur les autres Figures avant que de lire le reste de la description.

Le nombril commun aux deux Enfans étoit précisément au milieu de la partie la plus basse du ventre, laquelle leur étoit aussi commune; & en cet endroit le ventre étoit aussi un peu plus étroit, & la peau qui le recouvroit étoit plus ferme, étant fortifiée par plusieurs fibres tendineuses; on y distinguoit même comme une espece de coûture qui marquoit le lieu où la peau des ventres de ces enfans s'unissoit. Cette peau alloit d'un des côtez de la jonction des os pubis jusqu'à l'autre, en faisant une espece de cintre opposé à celui de dessous.

On a déja vû quelques monstres de cette nature. Paré dans ses Oeuvres de Chirurgie, donne la figure de deux Jumeaux presque semblables nez à Paris en mil cinq cens soixante & dix: mais au lieu que nos deux Enfans étoient tous deux mâles, Paré rapporte que les Chirurgiens jugérent que l'un des deux dont il parle étoit mâle, & l'autre femelle; ce que l'on ne peut connoître par la Figure qu'il en a donnée, parce qu'elle les represente seulement couchez sur le dos.

Dans la seconde Figure qui represente les Enfans dont je parle icy, couchez sur le ventre, tout est semblable à ce que l'on voit dans les autres enfans: mais les os des Iles étant plus serrez contre l'os sacrum, comme il a été dit, font que le derriere de chaque Enfant est plus plat & plus étroit.

Ces Enfans n'avoient point d'anus, & de l'endroit où il est ordinairement on voyoit sortir les verges, dont l'une étoit tournée d'un côté & l'autre de l'autre.

A chaque côté de ces parties on voyoit un repli de peau qui representoit assez bien la moitié d'un scrotum vuide & applati.

Voyez la 3. Figure.

Ces Enfans étant couchez sur le ventre, les deux verges paroissoient situées d'une maniere bisarre, quoyqu'en effet elles fussent simplement abaissées & tournées vers le croupion.

En faisant la dissection de ce Monstre, la premiere chose qui me parut meriter quelque attention, fut la disposition des muscles droits; car dans l'état naturel ils vont droit du sternum par la partie anterieure du ventre s'inserer aux os pubis: mais dans ces Jumeaux, aprés être parvenus vers la partie moïenne du ventre, ils se détournent vers les côtez pour s'inserer aux os pubis qui sont leur appui naturel & qui y sont placez. Par ce moïen il restoit un espace à peu prés de la figure d'un lozange qui étoit rempli par les aponevroses des autres muscles du bas ventre. Le nombril étoit placé au milieu de cet espace, le cordon qui en sortoit étoit plus gros qu'à l'ordinaire, & composé d'un plus grand nombre de vaisseaux, comme nous l'expliquerons dans la suite.

Voyez la 1. Figure.

Comme les parties externes étoient semblables à celles des autres enfans depuis la tête jusqu'à la partie basse du ventre, les parties internes l'étoient aussi; le Foye, la Ratte, le Pancreas, l'Estomac & le canal des intestins grêles, tout y étoit semblable aux mêmes parties des autres sujets; mais les intestins grêles de chacun de ces Jumeaux venoient par leurs extremitez s'ouvrir dans un intestin commun, qui à l'un de ses côtez avoit un petit cœcum garni d'une appendice sans issuë; & la rencontre de ces trois intestins se faisoit vers un des côtez où les os pubis se joignoient.

Cet intestin commun doit être regardé comme un Colon, tant par rapport à son diametre qu'à la forme de son

appendice. Il étoit neanmoins garni de feüillets semblables à ceux des intestins grêles; il étoit un peu évasé à sa naissance, & peu aprés il faisoit deux plis en se tournant d'abord vers l'os sacrum, puis il venoit s'ouvrir dans un autre intestin qui avoit de chaque côté un cœcum garni de son appendice aveugle. Ce second intestin, qu'on peut nommer un second Colon, faisoit d'abord un long repli en allant sous les intestins grêles de l'un de ces deux Enfans; puis revenant, il faisoit un autre repli, mais plus petit, sous les intestins grêles de l'autre enfant, & enfin il alloit s'inserer dans une espece de sac commun à ces Jumeaux. Ce dernier colon qui étoit sans cellules & sans feüillets, avoit un pouce de diametre sur neuf de long; & le premier colon qui paroissoit y être enté, avoit un pouce de diametre sur six de long.

Les intestins grêles avoient dans chaque Enfant leur mezentere & leurs vaisseaux particuliers; mais le colon étoit attaché de chaque côté dans toute sa longueur par un prolongement du mezentere de chacun de ces Jumeaux: ainsi les vaisseaux dont il étoit arrosé étoient communs aux deux Enfans, & outre les vaisseaux qu'il recevoit de l'artere qu'on nomme Mezenterique superieure, il en recevoit aussi de la Mezenterique inferieure, & la veine qui en rapportoit le sang se déchargeoit dans la veine cave au-dessous des Emulgentes. On voit par cette description que la jonction de ces Freres étoit fort étroite, puisqu'elle étoit formée non-seulement par les parties solides & molles, mais encore par le cours des liqueurs.

Le sac où s'ouvre l'intestin dont on a parlé, paroissoit composé de deux vessies applaties & jointes l'une à l'autre par le côté & sans cloison; de sorte qu'il n'y avoit à proprement parler qu'une cavité. Ces vessies n'étoient pas unies suivant toute leur longueur; car par enhaut il s'en falloit environ trois lignes que la jonction n'allât jusqu'au sommet, qu'on nomme ordinairement le fond, & par embas il y avoit environ un demi-pouce de separation:

dans cet endroit le ligament qui ſeparoit les deux baſſins ſupportoit cette veſſie qu'on peut nommer jumelle, & la partie de cette double veſſie particuliere à chacun de ces Enfans étoit ſituée dans la cavité du baſſin qui lui répondoit, & qui étoit propre à cet Enfant; mais elle n'ocupoit pas cette cavité toute entiere, parce que quelques contours du colon en occupoient une partie.

Les Ureteres s'ouvroient preſque à l'ordinaire dans chaque veſſie, dont la tunique charnuë étoit fort épaiſſe, & composée d'un double plan de fibres qui ſe croiſoient, & dont pluſieurs paſſoient obliquement d'une veſſie à l'autre en ſe croiſant.

Il y avoit dans chacun de ces Jumeaux à chaque côté du ligament qui ſeparoit les deux baſſins, deux gros trouſſeaux de fibres qui alloient s'épanoüir ſur les côtez de chaque veſſie, dont la tunique interieure étoit un peu goderonnée, épaiſſe, & comme calleuſe.

L'extremité de l'inteſtin s'appliquoit obliquement ſur un des côtez de cette veſſie, l'embouchure en étoit fort étroite par rapport à ſon diametre, & elle ne ſe trouvoit qu'à l'un des côtez de l'extremité de l'inteſtin, l'autre côté faiſant une eſpece de ſac aveugle. La plus grande partie de cette ouverture répondoit à l'une des veſſies; la plus petite avoit ſa direction vers l'autre veſſie: de maniere qu'il ſemble que l'un étoit compenſé par l'autre pour diſtribuer également les matieres dans les deux veſſies. Il y avoit auſſi ſur cette veſſie un petit ſac aveugle qui communiquoit avec l'embouchure de l'inteſtin.

Dans les Enfans d'une ſtructure ordinaire la veſſie a la figure d'une poire; ce qui fait qu'on y diſtingue un fond & un col, lequel diminuant inſenſiblement, s'abouche avec l'urethre: mais l'une & l'autre veſſie de ces Jumeaux n'avoit point de col, & l'urethre qui ſortoit d'abord de chaque veſſie, ſe courboit ſous le ligament qui ſepare les deux baſſins, à peu prés comme il fait ſous les os pubis dans la conformation

mation ordinaire, & il passoit entre les corps caverneux.

Dans le trajet que l'urethre faisoit depuis sa naissance jusqu'à la verge, il étoit garni de plusieurs muscles.

Outre ceux qui tiennent lieu des accelerateurs, il y en avoit deux paires particulieres dans chaque Enfant.

La premiere prenoit son origine de la partie anterieure du trou ovale, & descendant un peu obliquement s'inseroit à la partie de l'urethre qui regarde le coccyx. La seconde paire sortoit de la partie inferieure du même trou ovale, & remontant & repassant sous la premiere paire s'implantoit dans la partie anterieure de l'urethre. On voit par-là que de chaque côté ces muscles se croisent, & que leur plan represente la machine qu'on appelle Sauterelle, dont un lozange embrasse le conduit de l'urethre.

Du côté où l'intestin s'ouvroit dans la vessie, un des testicules de chaque Enfant étoit placé dans l'aine, & renfermé dans une poche émanée du peritoine, dont l'entrée n'étoit pas fermée comme elle est dans les hommes, mais ouverte comme elle est dans les autres animaux.

De l'autre côté, les deux autres testicules de ces Enfans étoient à nud dans la cavité du ventre, placés à la même hauteur, & attachés au peritoine. Les testicules, les épidydimes, les vessicules seminales, & tout ce qui appartient à ces parties avoit sa conformation naturelle. Mais les vaisseaux déferens au lieu de s'ouvrir dans l'urethre, venoient s'inserer dans chaque côté de cette vessie un peu au-dessus de la naissance de chaque urethre, & leur embouchure étoit simple & sans caruncule.

Tout ce que les verges avoient de plus singulier, étoit que leurs racines étoient un peu plus écartées à cause de la separation des os pubis, & qu'au lieu d'être suspenduës en devant comme à l'ordinaire, elles étoient abaissées & tournées en arriere un peu sur le côté.

La construction de la vessie étant bien connuë, il sera plus aisé de parler de la route des vaisseaux qui composoient le cordon.

Le cordon du fœtus ordinaire est composé de deux ar-

teres, d'une veine & de l'ouraque. Le cordon de ces Jumeaux étoit composé d'un ouraque, de deux veines & de trois arteres.

L'ouraque sortoit de l'échancrure superieure des deux vessies : elle ne paroissoit point percée, & l'on voïoit clairement qu'elle étoit formée par un prolongement des fibres charnuës des mêmes vessies.

Il n'y avoit rien d'extraordinaire dans la route ni dans la grosseur des deux veines : mais au lieu que le cordon de chaque fœtus a deux arteres, il n'y en avoit que trois pour ces deux Enfans, & elles étoient placées sur le même côté de la double vessie.

Pour rendre raison de la situation & de la route de ces trois arteres, il faut remarquer qu'un côté de la double vessie étoit presque tout occupé par les circonvolutions du colon & par son insertion, & que sur l'autre côté qui étoit libre, ces trois arteres étoient placées l'une au milieu, & les deux autres aux côtez.

L'un de ces Jumeaux avoit deux arteres ombilicales, & l'autre n'en avoit qu'une.

Dans celui qui avoit deux arteres, celle du côté droit faisoit sa route à l'ordinaire : celle du côté gauche ne pouvant se rendre au cordon à cause des obstacles qui s'y trouvoient, descendoit sous cette double vessie ; & passant sous la grande separation dont on a parlé, remontoit par le milieu du côté opposé qui étoit libre jusqu'au cordon.

L'artere ombilicale de l'autre Jumeau étoit posée à son côté gauche ; il n'y en avoit point au côté droit, parceque l'intestin & son mezentere occupoit la place où elle eût dû être : mais si cette artere étoit unique, elle étoit en récompense plus grosse que les deux autres prises ensemble, & l'iliaque d'où elle sort étoit double de l'autre iliaque.

POUR comprendre les Usages des parties singulieres qui se rencontroient dans ces Jumeaux, on remarquera que l'os pubis droit de chacun de ces Enfans alloit ren-

contrer l'os pubis gauche de l'autre. Ces quâtre os pubis joints ensemble deux à deux, & unis avec les os des iles, les ischions & les os sacrum, faisoient un bassin commun, ferme, solide, & commode pour renfermer les gros intestins & la vessie qui étoient communs à ces Jumeaux.

Dans les autres hommes les os pubis sont joints par un cartilage d'une consistance ferme, & leur union est si étroite qu'ils prestent fort peu.

Dans ces Jumeaux, au lieu d'un cartilage on voïoit un ligament fort souple, qui joignoit de chaque côté l'os pubis droit de l'un avec l'os pubis gauche de l'autre; & cette espece d'union leur permettoit d'aprocher ou d'éloigner les troncs de leur corps l'un de l'autre jusqu'à un certain point, comme on pourra voir dans la suite; & afin que ce mouvement fût plus libre, les extrémitez par où ces os se joignoient étoient arrondies.

Si cette conformation ne venoit que de l'union de deux œufs & d'une espece de rencontre fortuite, il faudroit qu'elle eût été fort heureuse; car pour peu que les extrémitez de ces os, qui ont peu de largeur eussent glissé l'une sur l'autre, presque toutes les parties tant solides que molles qui composoient le bassin, auroient été privées de leurs fonctions sans ressource; mais je n'entrerai pas dans ce détail qui meneroit trop loin.

On a observé que les muscles droits étant parvenus vers la partie moyenne du ventre, se détournoient vers les côtez pour aller s'inserer aux os pubis. Dans cette situation ils ne laissoient pas de faire leur fonction, & d'aider à comprimer le milieu de la partie inferieure du ventre; parce qu'étant dans chaque Enfant inserez aux os pubis, comme à deux points fixes, ils ne pouvoient se raccourcir que les aponevroses, ausquelles ils sont aussi attachez, ne s'approchassent du plan de leurs appuis autant qu'il étoit possible, & ne comprimassent le bas du ventre de chaque Enfant.

Le foye, la ratte, le pancreas, l'estomac & les intestins gresles avoient leur conformation ordinaire dans ces Ju-

meaux, qui étoient par ce moyen pourvûs de tous les organes necessaires pour digerer les alimens, pour les convertir en chyle, & pour le bien filtrer.

La structure des intestins merite une consideration particuliere.

Les intestins gresles venoient s'ouvrir par leurs extrémitez dans un intestin commun qui leur servoit de colon. Il s'agit maintenant de faire voir la difference qui se rencontroit entre ce colon & celui des autres hommes.

Ce colon ordinaire fait un contour considerable en forme d'arc, attaché aux principaux visceres du bas ventre; il n'a qu'un mésentere, & il est garni de feüillets & de cellules.

Il n'y avoit qu'un seul colon pour ces Jumeaux; il étoit court, avec un double mésentere, & garni de feüillets seulement dans le tiers de sa longueur, & il n'avoit aucune connexion avec les visceres du bas ventre.

La longue circonvolution des colons, les cellules, & les feüillets ordinaires servent à leur donner une grande capacité pour contenir plus de matieres, pour en retarder le cours, pour les rendre plus épaisses, & pour nous dispenser de la necessité de les rendre trop souvent. Dans ces enfans le colon étoit fort court, sans cellules, & peu garnis de feüillets; ainsi les matieres y séjournant moins y prenoient moins de consistance; tout cela étoit necessaire à cause de la petitesse des passages par où elles devoient sortir.

Comme cet intestin étoit fort court dans ces enfans, il étoit aisément renfermé dans la partie du ventre qui leur étoit commune, sans avoir besoin d'être suspendu, ni attaché aussi fortement aux autres visceres que le colon des autres hommes, lequel étant trés long, le poids & la quantité des matieres qu'il contient demandent qu'il soit ainsi soûtenu; mais les matieres ne séjournant pas long-temps dans le colon de ces enfans, il n'étoit pas necessaire qu'il fût d'une grande capacité ni qu'il y en eût deux.

On a dit que le colon de ces Jumeaux étoit attaché de chaque côté à un prolongement de leurs mésenteres, & que les vaisseaux de ces mésenteres, par un trés-grand nombre de rameaux, venoient se ramifier de chaque côté sur le corps de cet intestin où ils s'abouchoient les uns aux autres. Toutes ces anastomozes établissoient un commerce mutuel du sang entre ces enfans, & les nerfs, par une distribution à peu prés semblable, y établissoient pareillement une communication reciproque des esprits.

De ce que l'on vient de dire, on peut juger aisément que les bonnes & les mauvaises qualitez du sang & des esprits pouvant se communiquer par cette partie, toutes les maladies qui y pouvoient arriver, ou par les liquides dont elle étoit arrosée, ou par les matieres qu'elle renfermoit, auroient été communes à ces deux freres. Ainsi il n'étoit pas possible, que l'un des deux venant à mourir, l'autre pût vivre que fort peu de temps.

On a fait observer que le colon s'ouvroit par son extrémité dans une vessie jumelle; que son embouchure étoit fort étroite, mais disposée de maniere, qu'elle distribuoit presqu'également les matieres dans chaque vessie: Comme il n'y avoit point de sphincter à l'embouchure de l'intestin dans la vessie, on peut dire qu'elle faisoit dans ces Enfans la fonction des intestins *Rectum.* En effet elle servoit de receptacle aux excremens, & elle n'en permettoit la sortie, que quand le sphincter de l'urethre s'ouvroit: il tenoit donc lieu du sphincter de l'anus & de celui de la vessie.

Plusieurs choses favorisoient cette sortie. La premiere étoit la consistence des excremens qui étoit fort molle, tant par le peu de séjour qu'ils faisoient dans le colon, que par leur mêlange avec l'urine fournie par les quatre ureteres.

La seconde étoit la contraction de chaque vessie qui étoit beaucoup plus forte que dans les autres enfans; parceque leur tunique musculeuse étoit beaucoup plus épaisse qu'à l'ordinaire. De plus, l'ouverture du conduit

de l'urethre étant plus large qu'à l'ordinaire & dans la partie la plus basse de chaque vessie, les excremens s'y portoient par leur propre poids. Quoique cette vessie jumelle n'eût qu'une capacité commune, cependant elle recevoit de chaque côté l'urine par les deux ureteres de chaque enfant, & chacune avoit son urethre qui lui servoit comme à l'ordinaire de conduit de décharge; ainsi les excremens solides & les liquides mêlez ensemble sortoient par les verges, qui faisoient la fonction d'anus. Cette vessie n'avoit ni col, ni prostates, ni sphincter; mais les deux paires de muscles, dont l'urethre étoit garnie à sa naissance, & qui ont été décrites, tenoient lieu de sphincter: car comme elles se croisoient & qu'elles embrassoient le devant & le derriere de l'urethre dans un sens opposé, il falloit de necessité qu'agissant ensemble elles comprimassent ce canal.

Il nous reste à parler de la situation qui paroît avoir dû être la plus convenable & la plus commode à ces Jumeaux. Il nous a paru que c'eût été d'être à demi couchez avec quelque appuy sous le dos; dautant que par ce moyen les parties du bas ventre, sur tout celles qui leur étoient communes, pouvoient alors faire librement leurs fonctions. Cette situation jointe aux vestiges qui restent de celle qu'ils avoient dans le sein de la mere avec ce qu'elle nous a dit, nous a fait juger qu'ils y étoient à peu prés dans la posture que la figure represente, & qui instruira mieux que ce que nous en pourrions dire.

Quant au marcher, il nous a paru qu'ils pouvoient aller tous deux de côté du même sens; mais on voit qu'il étoit impossible, que l'un allât en avant que l'autre ne reculât en arriere; & qu'ainsi ils auroient marché avec beaucoup de difficulté.

Les canaux déferens s'ouvroient dans la vessie; & comme on n'y appercevoit point de sphincters qui auroient pû empêcher l'écoulement continuel de la semence, ainsi que dans les autres hommes, il y a apparence que ces Jumeaux eussent été steriles, parceque leur semence au-

roit été toûjours mêlée avec l'urine & les excremens grossiers.

On attribuë d'ordinaire la production des Monstres, tantôt au hazard, tantôt à des mouvemens purement naturels mais dereglez, tantôt aux égaremens d'une vertu formatrice aveugle, à ce qu'on dit, même dans ses ouvrages les plus reglez, & qui cependant agit comme si elle avoit de l'intelligence: mais le Monstre dont nous venons de faire la description, & le raport de sa conformation interne à sa figure exterieure, font bien voir qu'il n'a pû être l'ouvrage du hazard, ou d'une vertu formatrice aveugle, ni l'effet d'un dérangement fortuit des mouvemens naturels.

Depuis les envelopes jusqu'au plus profond des entrailles, tout y est d'un dessein conduit par une intelligence libre dans sa fin, toute puissante dans l'execution, & toûjours sage & arrangée dans les moïens qu'elle emploïe.

Suivant l'ordre commun les hommes & les animaux à quatre pieds ont deux issuës pour l'évacuation des excremens de la premiere digestion; l'une pour les solides, & l'autre pour les liquides: au lieu que dans ce Monstre l'intelligence dont je parle a voulu produire deux corps humains joints ensemble, qui pussent être droits, s'asseoir, approcher ou éloigner les troncs de leur corps l'un de l'autre jusqu'à un certain point; elle a voulu conduire par un seul canal les excremens solides jusques dans un receptacle commun où ils se mêlassent avec les liquides, afin que chacun de ces Jumeaux pût ensuite les rendre separément par la verge. On ne peut se dispenser de supposer cette volonté, puisqu'on en voit si clairement l'execution. Je laisse aux Theologiens à en chercher les raisons; mais cette volonté étant supposée, je dis que l'inspection de ce Monstre fait voir la richesse de la Mecanique du Createur, au moins autant que les productions les plus reglées, puisqu'à toutes les preuves que nous en avons, elle ajoûte encore celle-cy d'autant plus

forte & plus convaincante, qu'étant hors des regles communes, elle montre mieux & la liberté & la fecondité de l'Auteur de cette Mecanique si variée dans ces sortes d'ouvrages; car il doit passer pour constant que dans toutes les especes de Monstres qui ont paru, soit qu'ils aïent été examinez ou non, il y a toûjours eu une structure interne aussi extraordinaire que leur figure exterieure a paru differente de celle des autres animaux de la même espece.

DISSERTATION
SUR LES BAROMETRES ET THERMOMETRES.

PAR M. DE LA HIRE le fils.

1706. 13. Novem.

ON a beaucoup d'obligation aux Philosophes du Siecle passé d'avoir trouvé le moïen de déterminer les differens changemens qui arrivent à l'air consideré comme corps à ressort ou comme pesant, & l'on ne pouvoit faire dans la Physique une plus belle découverte ni une plus considerable, puisqu'elle sert à expliquer une infinité de Phenomenes qui avoient jetté les anciens Philosophes dans un grand embarras, dont ils n'avoient pû se tirer qu'en attribuant à la nature une proprieté qu'elle n'avoit pas, & de laquelle cependant ils s'étoient servis pour rendre raison de tout ce qui regardoit cette partie de Physique, dont tous les Phenomenes devoient être attribués à la pesanteur & au ressort de l'air.

Le celebre Galilée, Mathematicien du Grand Duc, fut le premier qui s'apperçut que l'eau dans le tuyau d'une pompe aspirante ne pouvoit s'y soûtenir qu'à la hauteur

teur environ de 32 pieds, & que le reste du tuyau, s'il étoit plus haut, demeuroit vuide. La consequence qu'il tira de cette remarque fut, que la nature n'avoit d'horreur pour le vuide qu'à cette hauteur. C'étoit, comme l'on voit conclure avec les Anciens, ce qui ne perfectionnoit point la Physique.

Toricelli qui fut son disciple & son successeur fit en 1643 une autre experience. Il prit un tuyau de verre de 4 pieds ouvert seulement par un bout, & l'ayant empli de mercure, il le renversa dans un autre vaisseau plein aussi de mercure, & s'apperçût que celui qui étoit dans le tuyau descendoit & laissoit enhaut un espace qui devoit être vuide.

En 1644 on écrivit d'Italie cette experience au R. P. Mersenne Minime de Paris, qui la divulgua par toute la France; & M. Petit Intendant des Fortifications l'ayant sçûë & l'ayant apprise à M. Pascal, ils la firent ensemble à Roüen en 1646, & la trouverent conforme à ce qu'on avoit mandé d'Italie. Cela donna occasion à M. Pascal de faire plusieurs autres experiences, dont il fit un petit Livre qu'il publia en 1647, & qu'il envoya par toute l'Europe. Il eut avis cette même année que Toricelli avoit soupçonné que c'étoit la pesanteur de l'air qui avoit été cause que le mercure s'étoit soûtenu dans le tuyau quand il avoit fait l'experience dont nous avons parlé. Cela lui donna occasion de faire encore de nouvelles experiences qui le confirmerent dans la pensée que Toricelli avoit euë, & qui lui firent avancer que tout ce qu'on avoit attribué à l'horreur du vuide n'étoit causé que par la pesanteur de l'air. Ce qu'il a parfaitement bien prouvé dans le Livre que nous avons de lui sur cette matiere, & dont tous les Sçavans sont demeurés d'accord. Voilà la suite & les dattes des experiences qui ont été faites pour découvrir cette belle proprieté de la pesanteur de l'air ignorée de tous les Philosophes pendant un si grand tems. Je vais donner presentement la description des Machines qui ont été faites pour découvrir sa vertu élastique, & je com-

menceray par la plus ancienne, & j'iray de suite suivant l'ordre des tems.

Sanctorius qui étoit de Capodistrie, Medecin celebre par les Ouvrages qu'il a laissé, s'avisa de faire une Machine appellée Thermometre, pour connoître les differens degrés de chaleur de ceux qui avoient la fiévre, sans faire attention, suivant toutes les apparences, que la même Machine pourroit lui montrer les changemens qui arriveroient à l'air, qui peut augmenter de volume par les differentes chaleurs, & qu'elle seroit fort curieuse, & plus utile au public par la connoissance qu'elle lui donneroit des degrés de la temperature de l'air, que par l'application qu'il en vouloit faire à la Medecine.

Ce Thermometre étoit composé de deux boules de verre attachées à un tuyau de verre recourbé par enbas, & tout proche de la boule inferieure; la boule superieure qui n'avoit point de communication avec l'air exterieur, & une partie du tuyau étoit pleine d'air tel que nous le respirons, & le reste avec une partie de la boule inferieure, qui étoit ouverte par sa partie superieure, étoit remplie d'eau seconde. Il est aisé de voir par cette construction que lorsque l'air de la boule superieure se dilatoit par la chaleur, il comprimoit l'eau seconde qui étoit dans le tuyau & l'obligeoit d'y descendre, & la laissoit remonter quand il se condensoit.

Cette Machine, quoique sujette à quelques irrégularités, ne laissa pas d'être trouvée fort curieuse par tous les Sçavans, & d'être mise en usage jusqu'au tems où l'on trouva le Barometre; car alors on s'apperçut d'un tres-grand défaut qu'elle avoit, qui étoit d'agir aussi comme Barometre, ce qui pouvoit souvent détruire tout l'effet qu'elle pouvoit avoir comme Thermometre, à cause que l'air de la boule inferieure communiquant avec l'air exterieur agissoit sur la liqueur, & l'obligeoit à monter ou à descendre selon qu'il étoit plus ou moins pesant. Ce fut un malheur pour le Thermometre de Sanctorius de ce qu'on découvrit le Barometre: mais il ne dura pas long-

tems ; car quelques Sçavans de Florence ayant travaillé sur cette matiere, en construisirent un autre qui n'avoit point le défaut du premier. Je n'ay pû sçavoir d'autre datte du tems où il avoit été trouvé, quoique je l'aye cherché avec beaucoup de soin, que dans le Livre de Guerick intitulé *Experimenta Madeburgica*, & imprimé en 1672, où il dit qu'il y a environ 30 ans qu'il a été découvert, & dans les Dissertations Academiques de M. Petit imprimées en 1671 où il y en a une description, & où il est marqué que l'invention en est dûë à l'Academie de Florence qui en a donné une figure & une description dans le Livre qu'on a d'elle intitulé *Saggi di Naturali Experienze*.

Ce Thermometre qu'on doit appeller de Florence, & qui est celui qui est le plus en usage presentement, & tres-commode pour toutes les experiences qu'on veut faire, pour être transporté, & pour sa construction qui est fort simple ; car il n'est composé que d'une boule de verre à laquelle est attaché un tuyau scelé hermetiquement par enhaut, dont la grosseur & la longueur sont proportionnées de telle maniere au diametre de la boule qui est remplie d'esprit de vin avec une partie du tuyau, que dans les plus grandes chaleurs la dilatation de l'esprit de vin ne remplisse pas tout à fait le tuyau, & que dans les plus grands froids sa condensation n'aille pas jusqu'à rentrer dans la boule.

Quoique ce Thermometre eût de tres-grandes commodités, il ne laissoit pas d'avoir une tres-grande incommodité : c'étoit de ne pouvoir faire la comparaison de la temperature de l'air d'un païs avec celle d'un autre, à moins que ce ne fût le même Thermometre qu'on transportât, ou differens divisés sur les mêmes degrés de chaleur : mais M. Amontons qui étoit de cette Academie, & un des meilleurs genies de ce Siecle pour la Physique, trouva le moïen de le rendre universel sans rien changer à sa construction, en fixant un degré de chaleur auquel on pouvoit rapporter tous les autres, qui est celui de l'eau boüillante, & qui doit être le même par toute la terre sui-

vant l'experience de M. Amontons; ensorte qu'il sembloit qu'on ne pouvoit rien souhaiter de plus parfait sur cette matiere. Cependant M. Nuguet vient d'en publier un autre cette année, qu'il prétend bien meilleur que tout ce qui a paru jusqu'à present, comme on le peut voir par le titre qu'il y a mis, que voicy:

Nouvelle découverte d'un Thermometre cherché depuis longtems par Messieurs de l'Academie Royale des Sciences, exemt des défauts des autres Thermometres, contenant tous les avantages qui ne se trouvent que separément & par parties dans ceux dont on s'est servi jusqu'à present.

Je ne doute point que M. Nuguet n'ait crû par ce titre faire beaucoup valoir son Thermometre dans l'esprit du public; mais il ne devoit pas pour cela y citer l'Academie, n'ayant vû en aucun endroit qu'elle ait jamais cherché un Thermometre tel qu'il le propose, à moins que ce ne soit à cause que M. Amontons, environ 12 ans avant que d'être de l'Academie, en avoit voulu faire un qui étoit à peu prés semblable à celui qu'il a fait; mais ayant reconnu qu'il seroit défectueux & bien plus difficile à construire que celui de Florence, il l'abandonna. Je ne crois pas que ce que je viens de rapporter soit valable pour autoriser M. Nuguet à citer l'Academie qui n'est point garante des fautes que peuvent faire ceux qui en sont, & à plus forte raison de celles qu'ils ont pû faire quand ils n'en étoient pas encore. Passons à l'éxamen de son Thermometre, & voïons s'il répond au titre qu'il porte.

Ce Thermometre est assez semblable au Barometre de M. Hugens. Il est composé d'une boule de verre scelée hermetiquement & pleine d'air condensé par le froid de l'eau à la glace, & de 4 tubes cylindriques soudés & joints les uns aux autres, & qui tous ensemble n'en font qu'un seul recourbé dont la courbure est enbas. On emplit ce tuyau comme le Barometre double, avec des précautions cependant dont nous parlerons dans la suite; ce qui fait que l'espace depuis le haut de ce tuyau jusque vers le milieu du premier tube est vuide d'air grossier, & qu'ensuite

il y a du mercure jusque vers le milieu du troisiéme tube qui est au-dessus de la courbure dans l'autre branche, & au-dessus du mercure il y a de l'esprit de vin jusque vers le milieu du quatriéme tube au haut duquel est attaché la boule qui est pleine d'air comme le reste de ce même tube. Il est aisé de voir par cette construction que dans la chaleur l'esprit de vin doit descendre, & remonter dans le froid; parceque l'air de la boule & d'une partie du tuyau se dilatant par la chaleur oblige l'esprit de vin de descendre, & se condensant par le froid laisse la liberté à l'esprit de vin de remonter. Je ne crois pas que cette construction, non-plus que la maniere de le remplir, paroisse plus simple que celle du Thermometre de Florence. Mais voïons surquoi il établit le rapport de ses tubes, d'où dépend toute la construction de son Thermometre.

La proportion qu'il a prise entre le tube où se meut l'esprit de vin & les tubes dans lesquels le mercure se termine de part & d'autre, & entre la pesanteur de l'esprit de vin & celle du mercure, est telle, que quand la liqueur est arrivée au haut du troisiéme tube qui marque les plus grandes chaleurs de l'esté, l'air de la boule supporte 4 pouces de mercure plus qu'il n'en soûtient quand cette même liqueur est parvenuë à l'entrée de la boule qui marque les plus grands froids de l'hyver. La raison qu'il rapporte pour prendre cette proportion, est que l'air renfermé acquiert par les plus grandes chaleurs de l'esté la force de soûtenir 4 pouces de mercure plus qu'il n'en soûtient pendant les plus grands froids de l'hyver.

Il y a plusieurs remarques à faire sur ce que je viens de dire qui est tiré de son écrit.

1°. Qu'il ne parle point du diametre de la boule dans laquelle l'air est enfermé, à quoi cependant il devroit faire attention; car nous avons fait des experiences qui nous ont montré que differens volumes d'air enfermés & exposés à un même degré de chaleur soûtenoient le mercure à differentes hauteurs, ce qui l'obligera à faire ces boules parfaitement égales dans tous ses Thermometres, &

les tubes égaux ou dans la même proportion, ce qui est presqu'impossible dans l'execution.

2°. Qu'il ne dit pas en quel endroit de la terre la difference des plus grandes chaleurs de l'esté aux plus grands froids d'hyver soûtient 4 pouces de mercure, il est probable que c'est à Paris, où les termes en ont été connus depuis un certain tems: mais quand on voudra avoir de ces Thermometres dans d'autres païs, il y en faudra faire; ceux qu'il a fait pour Paris n'y pouvant pas servir, à cause que les plus grandes chaleurs d'esté & les plus grands froids d'hyver, sur lesquels il en établit la construction, changent suivant les païs; ce qui obligera de les connoître, & ce qui est une grande difficulté.

3°. Qu'il devoit marquer si cet air tel que nous le respirons qui a la force en esté de soûtenir 4 pouces de mercure plus qu'en hyver, est enfermé en le comprimant ou condensant; parceque quand on lit l'explication de son Thermometre, il ne paroît pas que cet air soit condensé: cependant celui de la boule de ses Thermometres l'est par le froid de l'eau à la glace. C'est ce qui jette dans une difficulté, à cause que celui sur lequel il établit la construction de ses Thermometres est d'une façon, & que celui qui est dans la boule est d'une autre, & que cependant il paroît conclure l'effet que doit faire celui de la boule par celui que l'autre a produit.

4°. Qu'il aura toûjours besoin de glace pour construire ses Thermometres, ce qui est un embarras.

5°. Qu'il doit faire attention, quand il veut faire ses Thermometres, aux differentes hauteurs d'atmosphere qui causent des changemens au corps de l'air.

6°. Qu'il doit prendre garde aux differens degrés de secheresse & d'humidité de l'air qui peuvent produire quelque alteration dans son Thermometre.

Voila bien des précautions qu'on aura de la peine à prendre, & des difficultés bien difficiles à surmonter dans l'execution.

Examinons présentement les précautions que cet Au-

teur dit qu'il faut apporter pour remplir son Thermometre.

Avant que de sceler l'extrémité de la boule, il faut avoir soin que l'esprit de vin contenu dans le tube qui est joint à la boule, réponde par sa partie superieure au degré de la graduation du Thermometre ordinaire qui exprime exactement le froid de l'eau à la glace dans laquelle ils sont plongés, & parce qu'il proportionne tellement la quantité de l'eau & la quantité de glace dont il se sert, que le froid qui provient du mélange de ces deux choses, est suffisant pour faire descendre la liqueur du Thermometre ordinaire au 33e degré de sa graduation : il introduit de la liqueur dans ce tube jusqu'à ce que son extrémité superieure réponde à un point qui marque le 33e degré de la graduation de son Thermometre.

Il est évident que par cette maniere de remplir ses Thermometres, il aura toûjours besoin de celuy de Florence, & qu'il ne les rendra pas universels, puisqu'il n'y aura que ceux qui auront été faits sur un même Thermometre ordinaire qu'on pourra comparer, supposé que dans toutes les autres parties ils puissent être égaux, n'étant pas persuadé que le 33e degré de ceux dont on se sert ordinairement, exprime le même degré de froid, parce que ce 33e degré n'est point déterminé par une même cause par toute la terre comme celui qui est marqué par la chaleur de l'eau boüillante. Ce sont en géneral les difficultés qui m'ont paru dans la construction du Thermometre de M. Nuguet; il ne me reste plus qu'à donner la comparaison que j'en ai faite avec celui de Florence dont nous nous servons il y a trés long-temps.

Le 25 Juin de cette année 1706 à 2 heures & $\frac{3}{4}$ aprés midy, le ciel étant serein, j'exposai au soleil dans un lieu où il ne faisoit point de vent, ce dernier Thermometre & celui dont nous nous servons que mon Pere fit faire par M. Hubin il y a plus de 30 ans, dont la boule a 1 pouce 11 lignes de diametre, & le tuyau a 3 pieds 9 pouces de long sur une ligne à peu prés de diametre inte-

rieur. Celui de M. Nuguet étant posé bien à plomb, à quoi il faut prendre garde afin qu'il fasse son effet, descendit jusqu'à 93 degrés & demi, & quelques minutes aprés remonta jusqu'à 89 degrés & demi, & y resta étant toûjours exposé au soleil; ce qui fait voir qu'on ne peut pas attribuer cet effet ni à l'air qui auroit pû être rafraîchi pendant l'experience, parce que ou l'air auroit continué d'être rafraîchi, & alors l'esprit de vin auroit dû continuer de monter, ce qu'il ne fit pas; ou l'air ne l'auroit été que pour quelques minutes, & alors les rayons du Soleil l'auroient réchauffé & l'esprit de vin auroit dû redescendre, ce qu'il ne fit pas non plus; ni à la diminution de l'action des rayons du Soleil causée par sa difference de hauteur sur l'horizon, parce qu'ayant descendu au plus bas en peu de temps, quand il commença à remonter il auroit dû continuer jusqu'à la fin de l'experience, ce qu'il ne fit pas; il ne faudra donc pas avoir recours à ces raisons-là pour expliquer ce fait, mais à celles que je donne dans la suite. Le nôtre étant à côté, monta jusqu'à 86, & ne s'éleva plus sensiblement; le temps qu'ils y furent exposés fut d'environ 25'; ensuite je les ôtai tous deux, & les mis dans une chambre ouverte à l'Est & où le Soleil ne donnoit point; & aprés y avoir été assez de temps pour ne plus changer ni l'un ni l'autre, je trouvai que celui de M. Nuguet étoit remonté à 78 degrés & demi, & que le nôtre étoit descendu à 64 degrés & demi; & ainsi la difference de l'état où étoit celui de M. Nuguet exposé au Soleil à celui de la chambre, étoit de 11 degrés qui valent 3 pouces 3 lignes & demie, & la difference des deux expositions du nôtre étoit de 21 degrés & demi, qui valent 7 pouces 3 lignes & demie: donc le nôtre a été une fois plus sensible que le sien; mais on en pourra faire comme le nôtre qui seront encore beaucoup plus sensibles; car il n'y aura qu'à augmenter le diametre de la boule, ou mettre un tuyau plus delié qu'il faudra faire assez long afin qu'il ne casse pas pendant les grandes chaleurs.

Il

Il eſt à propos d'avertir ici ceux qui ne ſçavent pas les regles de Dioptrique, qu'ils ne doivent pas attribuer le grand effet des Thermometres de Florence quand ils ſont expoſés au Soleil, à la figure ſpherique de leurs phioles, qui ne doit pas plus augmenter l'action de ſes rayons ſur l'eſprit de vin qui y eſt contenu, que s'il y étoit expoſé à nud dans tout autre vaiſſeau, parce que ſi par la figure de la courbure de la phiole, les rayons qui y tombent vont en ſe raſſemblant en paſſant au dedans de la liqueur, & qu'ils échauffent la partie qu'ils touchent par cette réünion plus qu'ils ne feroient s'ils n'étoient raſſemblez, auſſi ils abandonnent une autre partie de cette liqueur contre laquelle ils ne font aucune action; ce qui fait que l'un recompenſe l'autre.

Le Thermometre de M. Nuguet n'aura donc pas l'avantage qu'il prétend de parcourir un plus grand eſpace que celuy de Florence. De plus le ſien doit toûjours avoir prés de 3 pieds; au lieu qu'on peut faire l'autre auſſi petit qu'on veut, & qui aura néanmoins autant de juſteſſe à proportion que les plus grands; ce qui eſt fort commode en pluſieurs occaſions.

Il ne me reſte plus qu'à expliquer pourquoi, quand j'eus expoſé au Soleil ce nouveau Thermometre, il deſcendit au plus bas à 93 degrés & demi, & qu'enſuite il remonta à 89 degrés & demi; c'eſt parce que la chaleur agiſſant ſur l'air & ſur l'eſprit de vin en même temps, & l'air étant plus ſuſceptible de dilatation, il fit d'abord deſcendre l'eſprit de vin aſſez promptement, qui eſt le ſeul avantage que je ſçache que ce Thermometre ait pardeſſus les autres: mais enſuite l'eſprit de vin s'étant échauffé, il comprima l'air par ſa dilatation, & remonta de 4 degrez, ce qui prouve qu'on doit regarder ce nouveau Thermometre comme composé de deux autres, l'un à air comme celui de Sanctorius, & l'autre à eſprit de vin comme celui de Florence, mais qui agiſſent l'un contre l'autre. Enfin l'on peut conclure aprés ce que je viens de rapporter, que le Thermometre de M. Nuguet

n'a pas tous [illegible] avantages qu'il lui attribuë, puiſqu'il eſt beaucoup moins ſenſible, beaucoup moins exact, beaucoup moins portatif, beaucoup plus difficile à conſtruire, & beaucoup plus composé que l'ordinaire à eſprit de vin.

DES LOIX DU MOUVEMENT.

PAR M. CARRÉ.

1706. 7. Decemb. IL n'y a guéres de queſtions dans la Phyſique, qui ayent plus exercé les Philoſophes & les Mathématiciens du ſiécle paſſé, que celles des Loix du Mouvement. En effet ces queſtions ſont des plus curieuſes & des plus importantes de cette Science. Je ne parlerai point de tous les Auteurs qui en ont traitté, ni des erreurs où pluſieurs ſont tombez ; je m'attacherai ſeulement à démontrer une Régle générale, de laquelle je tirerai par Corollaires, le grand nombre de Propoſitions, que ces Auteurs ont démontrées d'une maniére trés longue & trés embarraſſée.

DÉFINITIONS.

1. La *Maſſe* d'un corps eſt la quantité de matiére propre qu'il contient dans l'eſpace qu'il occupe, & cet eſpace s'appelle *Volume*.

2. La *Vîteſſe* d'un corps eſt le rapport de l'eſpace au tems, ou l'eſpace parcouru diviſé par le tems employé à le parcourir.

3. La *Force* d'un corps eſt le produit de ſa maſſe par ſa vîteſſe.

L'on nommera dans la ſuite les maſſes de deux corps qui ſe choquent, m, n, & leurs vîteſſes v, r.

COROLLAIRES.

Il eſt évident, 1°. Que ſi deux corps inégaux ſe meuvent avec des vîteſſes égales, leurs forces ſeront en même

raison que leurs masses ou quantitez de matiere.

2°. Si ces corps sont égaux, & se meuvent avec des vîtesses inégales, leurs forces seront en même raison que leurs vîtesses.

3°. Si ces corps sont inégaux en masses & en vîtesses, leurs forces seront en raison composée de leurs masses & de leurs vîtesses.

4°. Si deux corps inégaux ont des forces égales, leurs vîtesses seront réciproquement proportionelles à leurs masses.

L'on suppose dans la suite que les corps sont à ressort, & qu'ils se choquent directement, c'est à dire que le centre de pesanteur de chacun de ces corps & leur centre commun de pesanteur se trouvent dans la même ligne; ou bien, si ce sont des globes, que la ligne qui joint le centre de ces corps passe par leur point d'attouchement dans l'instant du choc; ce qui revient au même.

PROPOSITION GENERALE.

I. Si deux corps à ressort se choquent par des mouvemens contraires; je dis que la somme de ces corps est au double de l'un ou de l'autre, comme la somme de leurs vîtesses est à une vîtesse telle, qu'étant ôtée de la vîtesse de l'un ou de l'autre de ces corps avant le choc, le reste sera la vîtesse de ce même corps aprés le choc; ou ce qui revient au même, que la vîtesse de chacun de ces corps aprés le choc sera égale à sa vîtesse avant le choc moins le produit du double de l'autre par la somme de leurs vîtesses divisé par la somme de leurs masses.

Soient deux corps inégaux, m, n, qui se choquent par des mouvemens contraires avec les vîtesses, v, r; il faut démontrer que si l'on fait, $m+n. 2n :: v+r. \frac{2n \times \overline{v+r}}{m+n}$; & $m+n. 2m :: v+r. \frac{2m \times \overline{v+r}}{m+n}$, ces vîtesses étant ôtées de v & de r, les restes $v - \frac{2n \times \overline{v+r}}{m+n}$, $r - \frac{2m \times \overline{v+r}}{m+n}$ seront les vîtesses que ces corps m & n auront aprés le choc.

Pour démontrer cette Propoſition, il faut conſiderer que par le choc ces corps ſe compriment mutuellement, la réaction étant égale à l'action. Ils s'applatiſſent même quelque peu dans l'endroit dont ils ſe choquent. L'experience le confirme : car ſi l'on met ſur un plan poli & fort dur une legere couche de ſuif fort mince, & qu'on laiſſe tomber deſſus une balle d'yvoire, de verre ou d'acier d'une ſphericité la plus parfaite que faire ſe pourra, on voit ſur ce plan un cercle qui eſt d'autant plus grand, que la balle eſt tombée de plus haut, ou qu'elle a été pouſſée avec plus de force : ce qui fait connoître viſiblement que cette balle, qui ne devoit toucher ce plan que dans un tres-petit eſpace, s'eſt appliquée ſur un grand nombre de ſes parties en s'applatiſſant. D'où l'on doit conclure que les corps à reſſort qui ſe choquent, s'applatiſſent réciproquement, c'eſt à dire que les petites parties dont ils ſont compoſez, cedent & obéïſſent pour ainſi dire les unes aprés les autres à l'effort du choc, juſqu'à ce que la force des mouvemens contraires, qui comprime & applatit ces corps, ayant forcé la matiere ſubtile qui fait leur reſſort, d'en abandonner les pores pour un inſtant, faſſe équilibre avec l'effort que cette matiere fait pour y rentrer. Mais dans cet état, il eſt clair que ce qui reſte de force ou de mouvement dans la partie la plus éloignée du point de rencontre, c'eſt à dire dans celle qui n'a point été comprimée par le défaut de réſiſtance, ou parceque le choc n'a pas été aſſez grand, doit ſe diſtribuer également dans le reſte de ſa maſſe, & dans celle du plus foible de la même maniere que dans les corps mous : Donc ce qui reſtera de force dans ces deux corps, que l'on regarde dans cet inſtant comme réünis en un, eſt égale à la difference de leurs momens ou de leurs forces qui eſt $mv - nr$; diviſant donc cette difference par la ſomme des maſſes $m + n$, on aura $\frac{mv - nr}{m + n}$ pour leur vîteſſe commune dans cet inſtant du choc : ce qui eſt évident, puiſque dans cet inſtant il ſe perd ou ſe détruit autant de force dans le grand que

Voyez la ſeconde Partie des Loix du Mouvement du R. P. Malebranche Rech. de la Verité de l'Edition de 1700.

dans le petit, & que ces corps allant de compagnie s'ils étoient veritablement mous, la force restante se distribuëroit également dans les deux corps que l'on doit regarder comme n'en faisant plus qu'un. Or la force ou le moment d'un corps est le produit de sa masse par sa vîtesse, donc il faut diviser cette force restante par la somme des masses, & l'on aura leur vîtesse commune.

Il faut prendre garde que le mouvement du plus fort se fait du même côté devant & aprés ce premier instant du choc; ainsi sa vîtesse est réellement $\frac{mv-nr}{m+n}$: mais pour celle du plus foible, elle doit être $\frac{-mv+nr}{m+n}$, parceque son mouvement tend à se faire du côté opposé aprés le choc.

Maintenant parceque la compression & l'applatissement de ces corps ne se fait qu'à proportion de la force du plus foible, c'est à dire de la résistance que le plus fort trouve dans le plus foible, il est clair que cette compression ne doit augmenter que jusqu'à ce que celui qui a le moins de force, ait acquis une vîtesse égale à celle qui reste dans le plus fort, puisqu'alors le plus foible ne lui résiste plus ou n'empêche plus son mouvement: car le ressort des corps qui se choquent, ne se bande que jusqu'à ce qu'ils puissent aller de compagnie; alors leurs pores ne sont plus réciproquement comprimez par l'action du plus fort sur le plus foible: ainsi le ressort commence à se débander par l'action de la matiere subtile qui les penetre, & qui rentre dans les pores d'où elle a été chassée: Il est donc évident que ces corps, dont je suppose que le ressort n'a point été affoibli par le choc, doivent être repoussez à proportion que cette matiere subtile a reçû du mouvement par la compression, laquelle dépend toûjours de la vîtesse respective des corps qui se choquent. Or puisque ces deux corps s'appuïent immediatement l'un sur l'autre dans le tems que la matiere subtile leur rend le même mouvement qu'elle a reçû de leur compression, il est necessaire qu'ils soient repoussez l'un & l'autre avec des forces égales, & par consequent que ces secondes vîtesses

soient réciproques à leurs masses. Faisant donc $m+n.\ n :: v+r.\ \frac{nv+nr}{m+n}$, ce sera la vîtesse du corps m; puis faisant $m+n.\ m :: v+r.\ \frac{mv+mr}{m+n}$, ce sera la vîtesse du corps n; mais il faut encore prendre garde que ces vîtesses sont négatives, à cause de la réaction de la matiere subtile, qui rétablit ces parties comprimées & applaties dans leur état naturel, & par consequent repousse ces corps du côté opposé à leur mouvement avant le choc. Ajoûtant donc les premieres vîtesses $\frac{mv-nr}{m+m}$, & $\frac{-mv+nr}{m+n}$, puisqu'elles ne sont point détruites, avec celles-ci $\frac{-nv-nr}{m+n}$, & $\frac{-mv-mr}{m+n}$; l'on aura enfin pour la vîtesse du corps m aprés le choc $\frac{mv-nv-2nr}{m+n}$, & $\frac{nr-mr-2mv}{m+n}$. pour celle du corps n: ou ce qui est la même chose $v-\frac{2n\times\overline{v+r}}{m+n}$, & $r-\frac{2m\times\overline{v+r}}{m+n}$. D'où l'on tire cette Regle generale, que pour avoir la vîtesse de ces corps aprés le choc, il faut faire: *La somme de ces corps est au double de l'un ou de l'autre, ainsi la somme des vîtesses ou leur vîtesse respective, est à une vîtesse telle, qu'étant ôtée de la vîtesse de l'un ou de l'autre de ces corps avant le choc, le reste sera la vîtesse de ce même corps aprés le choc.* Ce qu'il falloit démontrer.

Il est évident, 1°. que si mv est moindre que $nv+2nr$, & si nr est moindre que $mr+2mv$, les corps m & n réjailliront: que s'il arrive le contraire, ils se mouvront du même côté d'où ils sont venus; & si ces grandeurs sont égales, ils demeureront en repos. L'on en va donner quelques exemples en nombres. Mais auparavant il est bon d'avertir que les lettres m & n ne servent qu'à designer les corps qui se choquent; que les chiffres qui se trouvent devant marquent le rapport des masses, & ceux qui sont aprés marquent celui des vîtesses. Ainsi $2m3$ signifie qu'un corps a 2 de masse, & 3 de vîtesse. Que s'il ne se trouve point de chiffre devant la lettre, on y sous-

entend toûjours l'unité; & s'il y a un o aprés, cela veut dire que le corps est en repos.

I. EXEMPLE.

Que $4m6$ & $3n4$ se choquent par des mouvemens contraires, on fera par la regle $4+3. 6 :: 6+4. \frac{6 \times \overline{6+4}}{4+3} = \frac{60}{7}$, laquelle vîtesse étant ôtée de 6, il restera $-\frac{18}{7}$, c'est à dire que m réjaillira avec $\frac{18}{7}$ de vîtesse : faisant de même $4+3. 8 :: 6+4. \frac{8 \times \overline{6+4}}{4+3} = \frac{80}{7}$. Or $4 - \frac{80}{7} = -\frac{52}{7}$; donc n réjaillira aussi avec $\frac{52}{7}$ de vîtesse. Aussi dans ce cas mv est moindre que $nv + 2nr$, & nr moindre que $mr + 2mv$.

II. EXEMPLE.

Que $3m12$ & $2n2$ se choquent, on fera $5.4 :: 14. \frac{56}{5}$; or $12 - \frac{56}{5} = \frac{4}{5}$; donc m continuëra de se mouvoir du même côté avec $\frac{4}{5}$ de vîtesse; aussi mv est plus grande que $nv + 2nr$. Pour le corps n on trouvera qu'il doit réjaillir avec $\frac{74}{5}$ de vîtesse.

III. EXEMPLE.

Que $4m4$ & $2n2$ se choquent, on trouvera que le corps m aprés le choc demeurera en repos; car dans ce cas $mv = nv + 2nr$. Pour le corps n il réjaillira avec 6 degrez de vîtesse.

II. Il est évident, 2°. Que si un des corps comme n est en repos, il n'y a qu'à effacer dans la formule qui marque sa vîtesse aprés le choc, tous les termes où r se rencontre; ce qui donnera $\frac{2mv}{m+n}$ pour sa vîtesse aprés le choc; donc pour avoir la vîtesse de ce corps, voici la Regle. *La somme des corps est au double du corps choquant; ainsi sa vîtesse est à la vîtesse du choqué.*

Pour la vîtesse du choquant on la trouvera par la formule égale à $\frac{mv - nv}{m+n}$, c'est à dire que pour avoir cette vîtesse, il faut faire : *La somme des corps est à leur difference ; ainsi la vîtesse du choquant avant le choc, est à sa vîtesse aprés le choc.* Ce que l'on trouveroit encore par la Regle generale, en ôtant de v cette grandeur $\frac{2nv}{m+n}$.

Il est évident que si mv est plus grand que nv, le choquant continuëra de se mouvoir du même côté ; si ce terme est plus petit, le corps réjaillira ; & s'il est égal, il demeurera en repos.

EXEMPLE.

Que $5m12$ choque $3n0$, l'on fera par la regle $5+3$. $10 :: 12$. $\frac{10 \times 12}{5+3} = 15$; donc n se mouvra avec 15 degrez de vîtesse. Pour avoir celle de m, on fera $5+3$. $5-3 :: 12$. $\frac{12 \times \overline{5-3}}{5+3} = 3$, c'est à dire que ce corps se mouvra encore aprés le choc avec 3 degrez de vîtesse.

Il est encore évident que si la masse du corps n est plus grande que celle de m, celui-ci réjaillira toûjours ; au contraire il continuëra de se mouvoir aprés le choc s'il est plus grand.

III. Si les corps qui se choquent, se meuvent du même côté, l'on fera toûjours les mêmes raisonnemens : car s'ils étoient mous, ils iroient de compagnie avec la somme de leurs mouvemens ; donc cette somme étant $mv + nr$, leur vîtesse seroit $\frac{mv + nr}{m+n}$. Maintenant distribuant réciproquement aux masses la difference de leurs vîtesses, qui est leur vîtesse respective, $v - r$, on aura pour la vîtesse de m, $\frac{nv - nr}{m+n}$ qui doit être negative à cause de la reaction de la matiere subtile : & pour celle du corps n, $\frac{mv - mr}{m+r}$ du même côté ; & ajoûtant ces vîtesses, on trouvera enfin pour la vîtesse du corps m aprés le choc, $\frac{2nr + mv - nv}{m+n}$

$= V$

$= v + \frac{2n \times \overline{r - v}}{m + n}$; & pour celle de n, $\frac{2mv + nr - mr}{m + n} = r + \frac{2m \times \overline{v - r}}{m + n}$. D'où l'on peut tirer cette Regle generale.

La somme des corps qui se choquent par des mouvemens de même part, est au double de l'un ou de l'autre de ces corps, comme la difference de leurs vîtesses ou leur vîtesse respective, est à une vîtesse telle, qu'étant ôtée ou ajoûtée à la vîtesse de l'un ou de l'autre de ces corps avant le choc, le reste sera la vîtesse de ce même corps aprés le choc. Car $m + n . 2n :: v - r . \frac{2nv - 2nr}{m + n}$; & cette vîtesse étant ôtée de v, on aura $\frac{2nr + mv - nv}{m + n} = v + \frac{2n \times \overline{r - v}}{m + n}$; faisant de même $m + n . 2m :: v - r . \frac{2mv - 2mr}{m + n}$, laquelle étant ajoûtée à la vîtesse r, donnera $\frac{2mv + nr - mr}{m + n} = r + \frac{2m \times \overline{v - r}}{m + n}$. Il est facile de voir si le corps qui a le plus de vîtesse ou qui attrape l'autre, doit encore se mouvoir aprés le choc, s'il doit réjaillir, ou s'il doit demeurer en repos.

I. EXEMPLE.

Que 8 m 12 attrape 4 n 4, l'on fera par la regle $8 + 4 . 8 :: 12 - 4 . \frac{8 \times \overline{12 - 4}}{8 + 4} = \frac{16}{3}$; or $12 - \frac{16}{3} = \frac{20}{3}$; donc m aprés le choc continuëra de se mouvoir avec $\frac{20}{3}$ de vîtesse. De même $8 + 4 . 16 :: 12 - 4 . \frac{16 \times \overline{12 - 4}}{8 + 4} = \frac{32}{3}$; mais $4 + \frac{32}{3} = \frac{44}{3}$; donc n se mouvra avec $\frac{44}{3}$ de vîtesse.

II. EXEMPLE.

Que m 24 attrape 3 n 4, on trouvera par la regle que m réjaillira avec 6 degrez de vîtesse, & n continuëra de se mouvoir avec 14.

Ces exemples sont plus que suffisans pour faire voir l'application de la Regle generale; mais pour en marquer la fécondité, voici un grand nombre de consequences qu'on en peut tirer, qui sont autant de propositions démontrées par plusieurs Auteurs qui ont traité cette matiere.

égale vîteſſe. Voici comme ce grand Philoſophe s'explique. *Dans cette Propoſition*, Dieu conſerve toujours dans l'Univers une égale quantité de mouvement, *il y a une équivoque qui fait qu'elle eſt vraïe en un ſens, & fauſſe en un autre, conforme ou contraire à l'experience. Elle eſt vraïe en ce ſens, que le centre de peſanteur de deux ou pluſieurs corps qui ſe choquent de quelque maniere que ce puiſſe être, ſe meut toûjours de la même vîteſſe avant & aprés le choc. De ſorte qu'il eſt vrai que Dieu conſerve toûjours une égale quantité de mouvement de même part, ou un égal tranſport de matiere. Par exemple lorſque* m6 *choque* 5m0, *l'experience apprend qu'aprés le choc* m 6 *réjaillit* m 4, *&* 5 m 0 *avance* 5m 2. *Or* 5m2 *ou* m10 *en avant moins* m4, *ou ce qui eſt la même choſe, plus* m4 *en arriere, eſt égal à* m6, *qui eſt la quantité de mouvement de même part, ou la même force qui étoit avant le choc. Ainſi cette propoſition*, Que Dieu conſerve toûjours une égale quantité de mouvement, *eſt vraïe en ce ſens.*

Mais cette propoſition eſt fauſſe & contraire à l'experience priſe en ce ſens, que la ſomme du mouvement de chacun des corps, de quelque maniere qu'ils ſe choquent, ſoit aprés le choc égale à celle qu'ils avoient avant le choc, ou que la quantité abſoluë de mouvement demeure toûjours la même. Car dans l'exemple ou l'experience précedente, avant le choc la quantité de mouvement n'étoit que m 6, *celle de* 5 m 0 *étant nulle : mais aprés le choc elle devient* m14, *puiſque* 5m2, *ou* m10 *plus* m4 *eſt égal à* m14. *Ainſi par le choc la quantité de mouvement priſe abſolument, c'eſt à dire ſans avoir égard aux ſens contraires dont les corps ſont mûs, augmente ou diminuë ſans ceſſe.*

Comme il en eſt de même dans une infinité d'autres exemples, l'on doit conclure que la Loi immuable que l'Auteur de la nature ſuit conſtamment dans la conſervation de ce monde viſible, eſt que dans tous les chocs des corps, il y ait toûjours une égale quantité de mouvement de même part, ou un égal tranſport de matiere. Mais les Metaphyſiciens ne manqueront pas de demander pourquoi Dieu obſerve plutôt cette Loi, que celle de conſerver toûjours une égale quantité abſoluë de mouvement,

puisque cela s'accorde également bien avec son immutabilité. L'on peut répondre que suivant cette derniere Loi, il n'y auroit pas cet équilibre si necessaire à la conservation des corps dont ce monde est composé: car comme on ne sçauroit mouvoir un corps que par le choc d'un autre, le choc étant la cause occasionnelle de la communication des mouvemens, il faut toûjours dans tous les mouvemens considerer deux ou plusieurs corps, & les rapporter l'un à l'autre, puisqu'ils agissent l'un sur l'autre. Or comme c'est de leur centre commun de pesanteur que doit dépendre l'équilibre, c'est aussi à ce centre auquel il faut avoir égard pour connoître le résultat de leurs mouvemens. Ainsi il y aura toûjours équilibre lorsque ce centre aura avant & aprés le choc une égale vîtesse, ou ce qui revient au même, que Dieu conservera une égale quantité de mouvement de même part. Il faut donc dire que cette Loi *porte beaucoup plus le caractere des attributs divins* (ce sont les paroles du P. Malebranche) *nonobstant la varieté infinie des mouvemens des corps particuliers. Car le mouvement de tous les corps en general est toûjours le même, tout demeure, pour ainsi dire, dans un parfait & immuable équilibre. Il est clair que Dieu agit toûjours de la même maniere, avec uniformité, une parfaite simplicité, puisqu'il observe sans cesse cette Loi dans les chocs infinis des corps, que leur centre de pesanteur demeure en repos, ou se meuve toûjours nonobstant le choc avec la même vitesse; & par consequent qu'il y ait toûjours dans toutes les parties de l'Univers prises ensemble le même mouvement ou la même force, nonobstant les mouvemens variables des corps particuliers necessaires pour perfectionner l'Univers, & pour exprimer la sagesse & les autres attributs du Createur.*

3. Si deux corps se choquent de nouveau avec la même vitesse qu'ils ont aquise aprés le premier choc, ils reprendront par ce nouveau choc la même vîtesse qu'ils avoient avant le premier choc. Cela est évident.

4. Dans les corps qui se choquent, il ne se conserve pas toûjours la même quantité de mouvement aprés le

choc, mais elle peut augmenter ou diminuer. Soit un petit corps m choquant un grand $m+x$ en repos avec la vîteſſe v : on trouvera qu'aprés le choc la vîteſſe de $m+x$ ſera $\frac{2mv}{2m+x} = v - \frac{xv}{2m+x}$, & celle de m ſera $-\frac{xv}{2m+x}$; donc la quantité de mouvement aprés le choc ſera $\frac{2mmv+2mxv+mxv}{2m+x} = \frac{2mmv+3mxv}{2m+x} = mv + xv - \frac{xxv}{2m+x}$; mais avant le choc elle étoit mv; donc elle eſt plus grande aprés le choc, parceque $\frac{xxv}{2m+x}$ eſt plus petite que xv.

Que ſi maintenant l'on faiſoit choquer ces mêmes corps avec les vîteſſes réſultantes du premier choc, ſçavoir $m+x$ avec $\frac{2mv}{2m+x}$, & m avec $\frac{xv}{2m+x}$; comme * ces corps reprendroient les mêmes vîteſſes qu'ils avoient avant le premier choc, il eſt clair que la quantité du mouvement ſeroit diminuée. *Art. 3.

5. Si deux corps égaux ſe choquent avec des vîteſſes égales ou inégales, ils feront échange de leurs vîteſſes aprés le choc, & réjailliront.

6. Si deux corps inégaux ſe choquent par des mouvemens contraires, & que leurs vîteſſes ſoient en raiſon inverſe de leurs maſſes; ils réjailliront aprés le choc avec la même vîteſſe qu'ils avoient avant le choc.

7. Si deux corps inégaux ſe choquent par des mouvemens contraires, & qu'aprés le choc ils aillent tous deux du même côté, ou que l'un demeure en repos, la ſomme de leurs quantitez de mouvement aprés le choc, ſera égale à la difference de celles qu'ils avoient avant le choc.

Exemple 1. Que $4m12$, & $2n4$ ſe choquent, on trouvera par la regle que le premier continuëra de ſe mouvoir aprés le choc avec $\frac{4}{3}$ de vîteſſe, & que le ſecond réjaillira avec $\frac{52}{3}$. Or $\frac{16}{3} + \frac{104}{3} = 40$ qui eſt la difference des quantitez de mouvement avant le choc; donc, &c.

Exemple 2. Si les corps qui ſe choquent ſont $4m8$ & $2n4$, le premier deviendra $4m0$, & le ſecond $-2n12$, c'eſt à dire que l'un demeurera en repos, & l'autre réjaillira avec 12 degrez de vîteſſe : or $32-8=24$; donc, &c.

8. Que ſi les corps réjailliſſent tous deux aprés le choc, la ſomme de leurs quantitez de mouvement aprés le choc ſera plus grande que la difference de celles qu'ils avoient avant le choc, & cette nouvelle difference ſera égale au double de la quantité de mouvement du corps auquel il en reſte le moins. Que $5m4$ & $3n2$ ſe choquent, le premier réjaillira $5m\frac{1}{2}$, & le ſecond $3n\frac{11}{2}$: Or $\frac{5}{2}+\frac{33}{2}=19$, qui eſt la quantité du mouvement aprés le choc, la difference avant le choc étoit 14; donc $19-14=5$ eſt double de $\frac{5}{2}$.

9. Si un corps eſt triple d'un autre, & qu'ils ſe choquent avec des vîteſſes égales, le plus grand aprés le choc demeurera toûjours en repos, & le plus petit réjaillira avec une vîteſſe double de celle qu'il avoit avant le choc. Soient ces deux corps $9mv$ & $3mv$, on trouvera par la regle que le premier deviendra $9m0$, & le ſecond $-3m2v$.

10. Si deux corps ſe choquent par des mouvemens contraires, la vîteſſe qu'un des corps perdra eſt à celle qu'il perdroit s'il choquoit le même corps en repos, comme la ſomme des vîteſſes eſt à la vîteſſe du corps choquant. Soient ces deux corps m & n qui ſe choquent d'abord par des mouvemens contraires avec les vîteſſes v & r, l'on trouvera par la regle que la vîteſſe que le corps m perdra ſera $\frac{2n \times v+r}{m+n}$; mais que ſi n étoit en repos, la vîteſſe que m perdroit ſeroit $\frac{2n \times v}{m+n}$. Or $\frac{2n \times v+r}{m+n} . \frac{2n \times v}{m+n} :: v+r . v$; donc, &c.

11. Si deux corps ſe choquent par des mouvemens contraires, la vîteſſe que le plus fort perd par le choc du plus foible eſt égale à celle que ce même corps s'il étoit en repos recevroit du plus foible, & qu'il fût choqué avec une

vîtesse égale à la somme ou à la vîtesse respective de ces corps. Soient ces deux corps m & n qui se choquent avec les vîtesses v & r, la vîtesse que le corps m perdra sera $\frac{2n \times \overline{v + r}}{m + n}$; si le corps m étoit en repos, & que le corps n le choquât avec la vîtesse $v + r$, celle qu'il lui donneroit seroit la même; donc, &c.

12. Si deux corps inégaux se choquent avec des vîtesses égales, le plus petit réjaillira toûjours. Pour le plus grand, quelquefois il continuëra son mouvement, quelquefois il réjaillira, & quelquefois il demeurera en repos; ce qui est évident par la regle generale.

13. Si deux corps se choquent, les produits faits de la grandeur ou des masses de ces corps par les quarrez de leurs vîtesses, étant ajoûtez ensemble, feront des sommes égales devant & aprés le choc. Il n'y a qu'à en faire le calcul pour en être convaincu.

14. Si un corps quelque petit qu'il soit & quelque vîtesse qu'il ait, en choque un autre en repos quelque grand qu'il soit, il lui communiquera toûjours du mouvement: car par la regle il communiquera toûjours quelque vîtesse au grand; à quoi il faut ajoûter que le grand étant en repos, n'a point de force pour resister au mouvement, puisque la force d'un corps est le produit de sa masse par sa vîtesse.

15. Si un corps en rencontre un autre égal & en repos, il lui communiquera toute sa vîtesse, & il restera en repos.

16. Si un corps en choque un plus petit en repos, il lui donnera toûjours une plus grande vîtesse que la sienne; mais elle sera toûjours moindre que le double de la sienne. Soit le corps $m + x$ choquant avec la vîtesse v le plus petit m en repos, sa vîtesse aprés le choc sera $\frac{2mv + 2xv}{2m + x}$ $= v + \frac{xv}{2m + x}$. Or cette vîtesse est plus grande que celle du choquant, mais moindre que $2v$; donc, &c.

17. Si un corps en choque un autre plus petit en repos,

& que la vîtesse du choquant soit égale à la somme des masses de ces corps, le petit aprés le choc aura une vîtesse égale au double de la masse du grand, & celle que le grand perdra sera double de la masse du petit. Soit $5m8$ choquant $3mo$, le premier aprés le choc deviendra $5m2$, & le choqué deviendra $3m10$; donc, &c.

18. Que si c'est le petit corps qui rencontre le plus grand en repos, & que la vîtesse du petit soit égale à la somme des masses des deux corps, le grand aprés le choc aura une vîtesse double de la masse du petit, & par consequent celle que le petit perdra sera aussi double de la masse du grand. Ce qui est évident.

19. Si un corps en rencontre un autre plus grand que lui en repos, il lui donnera une vîtesse moindre que la sienne, & il réjaillira toûjours. Que m choque $m+x$ avec la vîtesse v, celle qu'il lui communiquera sera $\frac{2mv}{2m+x}=v-\frac{xv}{2m+x}$, & celle qui lui restera sera toûjours negative; donc, &c.

20. La vîtesse qu'un grand corps donneroit à un petit corps en repos, est à celle que ce petit corps donneroit au grand s'il étoit en repos, les vîtesses des choquans étant égales, en même raison que la masse du grand est à la masse du petit. Car soit mv choquant no, la vîtesse de no sera $\frac{2mv}{m+n}$. Que si nv choque mo, sa vîtesse sera $\frac{2nv}{m+n}$. Or ces vîtesses sont comme m à n; donc, &c.

21. Si un même corps en choque un autre en repos avec deux vîtesses inégales, les vîtesses que le corps choqué aquerera seront en même raison que celle du corps choquant. Ce qui est évident.

22. Si un même corps choque l'un aprés l'autre deux corps inégaux en repos avec des vîtesses égales, les vîtesses que ces corps recevront seront réciproquement proportionnelles à la somme du choquant & de quelqu'un des choquez. Soient ces trois corps m, n, p, dont les deux derniers sont en repos, & que v exprime la vîtesse de m, la vîtesse du corps n aprés le choc sera $\frac{2mv}{m+n}$, celle du

corps

corps p sera $\frac{2mv}{m+p}$. Or ces vîtesses sont comme $m+p$ à $m+n$; donc, &c.

23. Si un corps en choque deux autres inégaux & en repos, & qu'il leur communique des vîtesses égales, les vîtesses du choquant doivent être entr'elles comme la somme du choquant & de quelqu'un des choquez. Soient encore ces trois corps m, n, p. On aura (en supposant les vîtesses du choquant x & y) pour la vîtesse du corps n, $\frac{2mx}{m+n}$, & pour celle de p, $\frac{2my}{m+p}$. Or par la supposition ces deux vîtesses doivent être égales, donc $\frac{2mx}{m+n} = \frac{2my}{m+p}$, donc $x . y :: m+n . m+p$; donc, &c.

24. Si deux corps inégaux en frapent un autre en repos avec la même vîtesse, les vîtesses qu'ils lui communiqueront seront en raison composée de la raison des corps choquans, & de la raison réciproque de ces mêmes corps plus le corps choqué. Que m & n choquent p en repos avec la vîtesse v, la vîtesse de p choqué par m sera $\frac{2mv}{m+p}$, & choqué par n sera $\frac{2nv}{n+p}$. Or $\frac{2mv}{m+p} . \frac{2nv}{n+p} :: m \times \overline{n+p} . n \times \overline{m+p}$; donc, &c.

25. Si un corps en choque un autre en repos, & qu'aprés le choc ils avancent tous deux du même côté, ou que le choquant demeure en repos, les quantitez de mouvement seront égales avant ou aprés le choc. Par exemple, que $5m3$ choc $3n0$, le premier aprés le choc deviendra $5m\frac{3}{4}$, & le second $3n\frac{15}{4}$; donc les quantitez de mouvement sont égales avant & aprés le choc. Que si $4m4$ choque $4n0$, le premier demeurera en repos, & le second se mouvra avec 4 degrez de vîtesse; donc, &c. Mais si le choquant réjaillit, la quantité de mouvement de celui qui s'avance sera plus grande que celle du choquant avant le choc, & la difference sera égale à la quantité de mouvement avant le choc, du corps qui réjaillit. Car que $3m8$ choque $9n0$, la quantité de mouvement est 24; mais

$9n0$ devient $9n4$, & $3m8$ devient $-3m4$. Or $36-12=24$; donc, &c.

26. Si plusieurs boules égales sont rangées de suite, & qu'une autre boule égale choque la premiere, la derniere seule en recevra la vîtesse, & les autres demeureront en repos. Que s'il y en a deux qui se meuvent ensemble, & qui en choquent une suite qui se touchent, il n'y aura que les deux dernieres qui aquereront du mouvement, les autres demeureront en repos. Que s'il y en a trois qui se meuvent ensemble, il y en aura trois de celles qui se touchent qui recevront du mouvement, & ainsi de suite. Ce qui est évident par la regle.

27. Si trois corps inégaux m, n, p, sont tels que m soit plus grand que n, & n plus grand que p, & que n & p soient en repos; je dis que le corps p étant mis en mouvement par m par l'entremise du corps n, recevra une plus grande vîtesse que s'il étoit choqué immediatement par m.

Ayant nommé le premier corps m & sa vîtesse v, on prendra $m-x$ pour le second, & $m-x-y$ pour le troisiéme. Maintenant on fera par la regle $2m-x.\ 2m :: v.$ $\frac{2mv}{2m-x}$ vîtesse de n choqué par m; ensuite $2m-x-y.$ $2m :: v. \frac{2mv}{2m-x-y}$ vîtesse de p choqué aussi par m; enfin $2m-2x-y.\ 2m-2x :: \frac{2mv}{2m-x}.\ \frac{2mv \times \overline{2m-2x}}{\overline{2m-x} \times \overline{2m-2x-y}}$ qui est la vîtesse du corps p choqué par n avec la vîtesse qu'il a reçûë du corps m. Et divisant cette grandeur haut & bas par $2m-2x$, on aura $\frac{2mv}{2m-x-y-\frac{xy}{2m-2x}}$. Or il est visible que cette fraction est plus grande que $\frac{2mv}{2m-x-y}$ qui étoit la vîtesse de p choqué immediatement par m; donc, &c. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Que si l'on suppose que le corps m qui est le plus grand soit en repos, & que p choquant n, ce corps n avec la vîtesse qu'il a reçûë de p aille fraper le corps m; on démontrera de la même maniere que m aquerera plus de vîtesse étant ainsi choqué, que s'il l'étoit immediatement par p.

Il eſt donc évident qu'un corps en repos reçoit moins de vîteſſe d'un autre corps plus grand ou plus petit, s'il en eſt choqué immediatement, que s'il étoit choqué par l'entremiſe d'un troiſiéme de moïenne grandeur.

28. Si le corps du milieu eſt moïen proportionnel entre les deux autres, je dis que le troiſiéme corps aquerera une plus grande vîteſſe étant choqué par le moïen qu'on ſuppoſe avoir été frapé par le premier, que s'il étoit choqué de la même maniere par tout autre corps. Car ſuppoſant encore les trois corps m, n, p, & cherchant quel raport le corps du milieu n doit avoir aux deux autres, afin que la vîteſſe de p choqué par m par l'entremiſe de n, ſoit la plus grande qu'il eſt poſſible ; on trouvera par la regle que la vîteſſe du corps n choqué par m avec la vîteſſe v ſera $\frac{2mv}{m+n}$; que celle de p choqué auſſi par m ſera $\frac{2mv}{m+p}$; enfin que celle de p choqué par n avec la vîteſſe que m lui a communiquée ſera $\frac{4mnv}{nn+mn+mp+np}$, qui doit être un plus grand. Prenant donc ſuivant la regle *de la* 3. *Section de l'Anal. des Infiniment petits*, la difference de cette fraction dans laquelle il n'y a que n de variable, & l'égalant à zero, on en tirera cette égalité $nn = mp$; donc $m. n :: n. p$; donc le corps n doit être moïen proportionnel entre m & p, afin que p aquiere la plus grande vîteſſe poſſible. *Ce qu'il falloit démontrer.* Ces deux derniers articles avoient déja été donnez par M. Saurin dans un Journal des Sçavans, en ſuppoſant la regle generale lorſqu'un corps eſt en repos, démontrée par M. Hugens.

29. Il eſt évident que plus on interpoſera de corps, & plus on augmentera la vîteſſe du dernier, & que cette vîteſſe ſera toûjours la plus grande qu'il eſt poſſible, ſi tous ces corps ſont en progreſſion geometrique. Par exemple, ſi l'on donne 100 corps diſpoſez par ordre en progreſſion double, & que le mouvement commence par le plus grand, on trouvera aprés en avoir fait le calcul, que la vîteſſe du plus petit eſt à celle qu'avoit le plus grand avant le choc, comme 14760000000 eſt à 1. Que ſi c'eſt le plus

corps : car ſi ces deux corps ſont m & $m-x$, & leurs vîteſſes v & r; on trouvera dans les deux cas que la vîteſſe que le plus petit reçoit du plus grand eſt $\frac{2mv-2mr}{2m-x}$.

34. Si deux corps ſe choquent en ſe mouvant de même part, la vîteſſe que le plus grand communiquera au plus petit, eſt à celle qu'il lui communiqueroit s'il étoit en repos en même raiſon que la difference des vîteſſes eſt à la vîteſſe du plus grand avant le choc. Ce qui eſt évident.

35. Si un corps en choque un autre mû du même côté, la ſomme des quantitez de mouvement des deux corps aprés le choc ſera la même qu'avant le choc, s'ils avancent tous deux, ou ſi celui qui a le plus de vîteſſe demeure en repos. Mais ſi celui qui attrape l'autre réjaillit, la quantité de mouvement de l'autre ſera plus grande que celle des deux corps avant le choc, & la difference ſera égale à la quantité de mouvement du corps réjailliſſant.

EXEMPLES.

1. Que $4m8$ attrape $2n4$, la quantité de mouvement eſt 40; mais aprés le choc $4m8$ devient $4m\frac{16}{3}$ & $2n4$, devient $2n\frac{28}{3}$; donc &c.

2. Que $m12$ attrape $3n4$, la quantité de mouvement eſt 24; mais aprés le choc $m12$ devient $m0$, & $3n4$ devient $3n8$; donc, &c.

3. Enfin que $2m8$ attrape $10n2$, la quantité de mouvement ſera 36; mais aprés le choc $10n2$ devient $10n4$, $2m8$ devient $-2m2$, c'eſt à dire qu'il réjaillit avec deux degrez de vîteſſe. Or la quantité de mouvement du ſecond eſt 40 qui differe de 36, du nombre 4 qui eſt la quantité de mouvement du premier aprés le choc; donc, &c.

L'on réſoudra avec la même facilité une infinité d'autres queſtions ou de problêmes, que l'on pourra propoſer ſur cette matiere, & l'on ne s'y eſt peut-être que trop arrêté.

COMPARAISON

De diverses Observations de l'Eclipse du Soleil du 12 May 1706 faites en diverses Villes de l'Europe.

PAR M. CASSINI le fils.

1706. 17. Novembre.

APrés avoir reçû de divers lieux les Observations de cette Eclipse, nous les avons comparées à l'Observation qui en a été faite à Paris, décrite dans la Figure par la methode que nous pratiquons ordinairement, pour déterminer la difference des meridiens entre Paris & les lieux où cette Eclipse a été observée.

Parmi ces Observations il y en a plusieurs qui ont été faites dans la bande de la terre où l'Eclipse a été totale, comme Montpellier, Arles, Marseille, Geneve & Zurik. Dans les autres endroits elle a été plus petite à proportion que ces lieux étoient plus éloignés de cette bande. Comme l'on ne put pas observer le commencement de l'Eclipse à Paris, & qu'on ne l'apperçût qu'à $8^h\ 25'\ 38''$, auquel temps on jugea qu'il pouvoit y avoir environ 20 secondes qu'elle étoit commencée; l'on a supposé dans la Figure son commencement à $8^h\ 25'\ 20''$.

Nous ne nous sommes pas contenté de déterminer la difference des meridiens par le commencement & par la fin de l'Eclipse, dans lesquels il y a souvent quelque ambiguité; mais nous avons aussi examiné celle qui résulte des autres Phases dans les endroits où l'on a observé la quantité des doigts éclipsés, afin d'avoir un plus grand nombre d'observations qui concourent à la détermination de la difference des meridiens.

Comparaison de l'Eclipse observée à Montpellier par Messieurs de la Societé Royale des Sciences.

	A Montpellier.			A Paris par la Figure.			Difference des meridiens entre Paris & Montpellier.	
Commencement à	8h	21′		8h	16′	10″	4′	50″
Un doit.	8	25	37	8	21	25	4	12
Deux doits.	8	30	52	8	26	40	4	12
Trois doits.	8	36	11	8	31	45	4	26
Quatre doits.	8	41	11	8	37	0	4	11
Cinq doits.	8	46	10	8	42	15	3	55
Six doits.	8	51	34	8	47	40	3	54
Sept doits.	8	56	55	8	53	15	3	40
Huit doits.	9	2	33	8	58	35	3	58
Neuf doits.	9	8	19	9	4	20	3	59
Dix doits.	9	13	57	9	9	40	4	17
Onze doits.	9	19	52	9	15	20	5	32
Immersion totale.	9	25	55	9	22	0	3	55
Commencement de l'Emersion.	9	30	5	9	24	10	5	55
Onze doits.	9	36	50	9	30	30	6	20
Dix doits.	9	42	36	9	36	25	6	11
Neuf doits.	9	48	13	9	42	10	6	3
Huit doits.	9	54	2	9	48	0	6	2
Sept doits.	9	59	47	9	53	50	5	57
Six doits.	10	5	33	9	59	40	5	53
Cinq doits.	10	11	35	10	5	40	5	55
Quatre doits.	10	17	28	10	11	40	5	48
Trois doits.	10	23	17	10	17	40	5	37
Deux doits.	10	29	26	10	23	35	5	51
Un doit.	10	35	25	10	29	20	6	5
Fin de l'Eclipse.	10	40	38	10	35	20	5	18

En prenant une moyenne entre ces differences, l'on aura la difference des meridiens entre Paris & Montpellier de 5′ 5″.

A Arles par M. Davizard.

	A Arles.	A Paris par la Figure.	Difference des meridiens entre Paris & Arles.
Commencement à	8h 28′ 44″	8h 16′ 0″	6′ 44″
Quatre doits.	8 45 44	8 37 30	8 14
Cinq doits.	8 52 44	8 43 15	9 30
Onze doits.	9 24 44	9 16 0	8 45
Obſcuration totale.	9 30 44	9 21 50	8 54
Recouvrement de lumiere.	9 35 44	9 26 10	9 34
Dix doits.	9 45 44	9 37 10	8 24
Neuf doits.	9 51 44	9 43 0	8 44
Huit doits.	9 57 44	9 49 0	8 44
Sept doits.	10 3 44	9 54 50	8 55
Six doits.	10 8 44	10 0 40	8 4
Cinq doits.	10 15 45	10 6 45	9 0
Quatre doits.	10 21 45	10 12 40	9 5
Trois doits.	10 27 45	10 18 45	9 0
Deux doits.	10 33 15	10 24 30	8 45
Un doit & demi.	10 36 30	10 27 45	8 45
Fin de l'Eclipſe.	10 45 45	10 36 55	8 50

M. Davizard nous écrivit qu'il n'avoit pas obſervé exactement le commencement de l'Eclipſe, & qu'il falloit s'en tenir aux Obſervations ſuivantes. En prenant une moyenne entre les differences des meridiens qui réſultent de cette Obſervation, l'on aura la difference des meridiens entre Paris & Arles de 8′ 50″.

A Avignon dans le College des Jeſuites.

	A Avignon.	A Paris par la Figure.	Difference des meridiens entre Paris & Avignon.
Commencement à	8h 27′ 55″	8h 17′ 25″	10′ 30″
Un doit.	8 32 3	8 22 20	9 43
Deux doits.	8 36 10	8 27 25	8 45
Trois doits.	8 41 18	8 32 40	8 38
Quatre doits.	8 47 12	8 38 0	9 12
Cinq doits.	8 52 46	8 43 55	8 51

Six doits.

Six doits.	8h 58′ 29″	8h 49′ 10″	9′ 19″
Sept doits.	9 4 20	8 54 40	9 40
Dix doits.	9 21 56	9 11 15	10 41.
Onze doits.	9 26 24	9 16 50	9 34
Eclipse totale.	9 33 47	9 22 50	10 57
Recouvrement de lumiere.	9 36 17	9 26 10	10 7
Onze doits.	9 43 10	9 32 20	10 50
Dix doits.	9 48 55	9 38 5	10 50
Neuf doits.	9 54 50	9 43 50	11 0
Huit doits.	9 59 20	9 49 30	9 50
Sept doits.	10 5 21	9 55 20	10 1
Six doits.	10 11 11	10 1 5	10 6
Cinq doits.	10 18 29	10 7 25	11 4
Quatre doits.	10 24 28	10 13 25	11 3
Trois doits.	10 30 5	10 19 30	10 35
Deux doits.	10 35 28	10 25 15	10 13
Un doit.	10 41 1	10 31 5	9 56
Fin de l'Eclipse.	10 46 48	10 36 55	9 53

En prenant une moyenne entre les differences qui résultent de cette Observation, l'on aura la difference des meridiens entre Paris & Avignon de 10′ 31″.

A Marseille par le Pere Laval & M. Chazelles.

	A Marseille.	A Paris par la Figure.	Difference des meridiens entre Paris & Marseille.
Commencement à	8h 28′ 43″	8h 17′ 0″	11′ 43″
Un doit.	8 33 50	8 22 15	11 35
Deux doits.	8 38 39	8 27 10	11 29
Trois doits.	8 44 10	8 32 40	11 30
Quatre doits.	8 49 44	8 38 5	11 39
Cinq doits.	8 54 4	8 43 5	10 59
Six doits.	8 59 54	8 48 50	11 4
Sept doits.	9 5 46	8 54 10	11 36
Huit doits.	9 11 54	8 59 50	12 4
Neuf doits.	9 16 54	9 5 0	11 54
Dix doits.	9 23 4	9 11 0	12 4
Onze doits.	9 28 21	9 16 30	11 51
Eclipse totale.	9 34 40	9 22 30	12 10

Recouvrement de lumiere.	9h	37'	40"	9h	26'	30"	11'	10"
Onze doits.	9	43	41	9	32	30	11	11
Dix doits.	9	49	14	9	38	0	11	14
Neuf doits.	9	55	30	9	43	50	11	40
Huit doits.	10	0	4	9	49	30	10	34
Sept doits.	10	5	38	9	55	0	10	38
Six doits.	10	12	26	10	1	10	11	16
Cinq doits.	10	18	6	10	7	5	11	1
Quatre doits.	10	23	36	10	13	0	10	36
Trois doits.	10	30	35	10	19	20	11	15
Deux doits.	10	36	5	10	25	0	11	5
Un doit.	10	42	35	10	31	0	11	35
Fin de l'Eclipſe.	10	47	30	10	36	50	10	40

En prenant une moyenne entre les differences qui réſultent de l'Obſervation de ces Phaſes, l'on aura la difference des meridiens entre Paris & Marſeille de 11' 22".

A Geneve par Meſſieurs Violier & Gautier.

	A Geneve.	A Paris par la Figure.	Difference des meridiens entre Paris & Geneve.
Immerſion totale.	9h 45' 32"	9h 29'	16' 32"
Recouvrement de la lumiere à	9 48 32	9 31 30	17 2

L'Obſervation de l'Immerſion totale & du recouvrement de lumiere s'accorde à 13 ſecondes prés de celle que M. Fatio a faite à Geneve dans un autre endroit.

A Zurik par M. Scleuzer.

	A Zurik.	A Paris par la Figure.	Difference des meridiens entre Paris & Zurik.
Commencement à	8h 54'	8h 26' 20"	27' 40"
Le milieu.	9 58	9 33 50	24 10
Fin de l'Eclipſe.	11 12	10 47 20	24 40

Il y a apparence qu'il y a quelque erreur dans l'Obſervation du commencement de l'Eclipſe, & qu'il faut s'en tenir à celle de la fin qui s'accorde à quelques ſecondes prés à celle du milieu de l'Eclipſe.

Le Soleil fut couvert à Zurik pendant quatre minutes, que l'on voyoit les étoiles de la premiere grandeur & Venus. L'obſcurité y fut ſi grande qu'on ne reconnoiſſoit pas les gens à quatre pas de diſtance. Le bord de la Lune paroiſſoit comme un anneau d'or, & la roſée tomba & moüilla les herbes.

A Strasbourg par M. Einſenſchmid.

	A Strasbourg.	A Paris par la Figure.	Difference des meridiens entre Paris & Strasbourg.
Commencement à	8h 49′ 38″	8h 27′ 55″	21′ 43″
Le milieu.	9 58	9 35 30	22 30
Fin de l'Eclipſe.	11 9 5	10 48 0	21 5

La grandeur de l'Eclipſe fut obſervée à Straſbourg de 11 doits 38 minutes.

A Genes par M. le Marquis Salvago.

	A Genes.	A Paris par la Figure.	Difference des meridiens entre Paris & Genes.
Fin de l'Eclipſe.	11h 9′ 23″	10h 43′ 40″	25′ 43″

Les nuages empêcherent d'obſerver exactement à Genes le commencement de l'Eclipſe & la plûpart des Phaſes.

A Modene par le Pere Fontana.

	A Modene.	A Paris par la Figure.	Difference des meridiens entre Paris & Modene.
Commencement à	8h 57′ 0″	8h 22′ 40″	34′ 20″

A Bologne par Meſſieurs Manfredi & Stancari.

	A Bologne.	A Paris par la Figure.	Difference des meridiens entre Paris & Bologne.
Commencement à	8h 58′ 50″	8h 22′ 50″	36′ 0″
Un doit.	9 4 5	8 28 10	35 55
Deux doits.	9 10 4	8 33 45	36 19
Trois doits.	9 15 14	8 39 10	36 4

Quatre doits.	9h 20′	50″		8h 44′	40″		36′	10″
Cinq doits.	9	26	48	8	50	25	36	23
Six doits.	9	32	15	8	56	5	36	10
Sept doits.	9	38	20	9	2	0	36	20
Huit doits.	9	43	42	9	7	40	36	2
Neuf doits.	9	49	40	9	13	30	36	10
Dix doits.	9	55	58	9	19	50	36	8
Onze doits.	10	3	10	9	26	45	36	29
Dix doits.	10	19	26	9	44	45	35	41
Neuf doits.	10	25	29	9	51	5	34	24
Huit doits.	10	32	10	9	57	10	35	0
Sept doits.	10	39	32	10	3	50	35	42
Six doits.	10	44	57	10	9	40	35	17
Cinq doits.	10	51	53	10	15	50	36	3
Quatre doits.	10	58	20	10	22	25	35	55
Trois doits.	11	3	56	10	28	40	35	16
Deux doits.	11	10	36	10	34	50	35	46
Un doit.	11	16	18	10	40	45	35	33
Fin de l'Eclipse.	11	22	30	10	47	0	35	30

Cette Eclipse fut observée à Bologne de 11 doits un tiers. Au temps de la plus grande obscuration la lumiere du jour étoit fort pâle, & on pouvoit souffrir sans incommodité à la vûë la lumiere du Soleil. En prenant une moyenne entre ces differences, l'on aura la difference des meridiens entre Paris & Bologne de 35′ 50″.

A Rome par M. Bianchini aux Termes de Diocletien.

	A Rome.			A Paris par la Figure.			Difference des meridiens entre Paris & Rome.	
Commencement à	8h 59′	48″		8h 19′	25″		40′	23″
Un doit.	9	6	33	8	25	25	41	8
Six doits.	9	34	0	8	53	45	40	15
Sept doits.	9	41	15	8	59	55	41	20
Huit doits.	9	46	45	9	5	55	40	50
Neuf doits.	9	53	15	9	12	20	40	55
Dix doits.	10	1	15	9	20	5	41	10

Neuf doits.	10h 27′ 0″	9h 46′ 20″	40′ 40″
Huit doits.	10 33 30	9 53 0	40 30
Trois doits.	11 7 0	10 25 40	41 20
Deux doits.	11 12 32	10 31 50	40 42
Fin de l'Eclipse.	11 24 5	10 44 25	39 40

Le Soleil étoit éclipsé de dix doits 36 minutes à 10h 9′ 15″. Il se cacha ensuite dans les nuages, mais on jugea que l'Eclipse n'avoit pas augmenté sensiblement. En prenant une moyenne entre ces differences, l'on aura la difference des meridiens entre Paris & Rome de 40′ 45″.

A Madrid dans le College Imperial par le Pere Cassani Jesuite.

	A Madrid.	A Paris par la Figure.	Difference des meridiens entre Paris & Madrid.
Commencement à	7h 43′ 50″	8h 6′ 45″	22′ 55″
Fin de l'Eclipse.	9 57 34	10 20 0	22 26

Le Soleil parut éclipsé à 8h 44′ 30″ de onze doits & demi. L'Eclipse augmenta encore pendant quelques minutes qu'on ne pût pas marquer. On fit l'Observation de cette Eclipse avec un verre de 12 pieds qui representoit l'image du Soleil dans une chambre obscure, & l'on marquoit les minutes & les secondes à une Pendule reglée exactement au Soleil les trois jours précedens.

Depuis le rapport que nous avons fait à l'Academie de diverses Observations de l'Eclipse du Soleil du 12 May 1706, nous en avons reçû plusieurs autres faites en Allemagne qui nous ont été envoyées par M. Einsenschmid. En voici le résultat.

A Nuremberg par M. Wulzelbaur.

	A Nuremberg.	A Paris par la Figure.	Difference des meridiens entre Paris & Nuremberg.
Commencement à	9h 6′ 30″	8h 32 0″	34′ 30″
Fin de l'Eclipse.	11 28 0	10 54 0	34 0

L'Eclipse a été totale à Nuremberg.

A Neubourg sur le Danube par les PP. Jesuites.

	A Neubourg.	A Paris par la Figure.	Difference des meridiens entre Paris & Neubourg.
Commencement à	$9^h\ 6'\ 20''$	$8^h\ 30'\ 30''$	$35'\ 50''$
Immersion totale.	10 12 10	9 37 30	34 40
Recouvrement de lumiere.	10 15 33	9 40 50	34 43
Fin de l'Eclipse.	11 26 20	10 52 40	33 40

A Jena par M. Hambergerus.

	A Jena.	A Paris par la Figure.	Difference des meridiens entre Paris & Jena.
Commencement à	$9^h\ 11'\ 40''$	$8^h\ 35'\ 0''$	$36'\ 40''$
Fin de l'Eclipse.	11 32 18	10 56 25	35 53

La grandeur de l'Eclipse fut observée à Jena de 11 doits $\frac{5}{6}$.

A Leipsik par Messieurs Rivinus & Junius.

	A Leipsix.	A Paris par la Figure.	Difference des meridiens entre Paris & Leipsix.
Commencement à	$9^h\ 14'\ 9''$	$8^h\ 35'\ 45''$	$38'\ 24''$
Fin de l'Eclipse.	11 37 31	10 58 0	39 31

A Zeitz par M. Teuberus.

	A Zeitz.	A Paris par la Figure.	Difference des meridiens entre Paris & Zeitz.
Commencement à	$9^h\ 15'\ 30''$	$8^h\ 35'\ 40''$	$39'\ 50''$
Fin de l'Eclipse.	11 36 41	10 57 30	39 11

La grandeur de l'Eclipse fut observée à Zeitz de 11 doits & demi.

A Berlin par M. Hofman.

	A Berlin.	A Paris par la Figure.	Difference des meridiens entre Paris & Berlin.
Commencement à	$9^h\ 24'\ 20''$	$8^h\ 39'\ 45''$	$44'\ 35''$
Fin de l'Eclipse.	11 45 27	11 1 0	44 27

La grandeur de l'Eclipse fut observée à Berlin de 11 doits 52 minutes & demi.

A Breslaw par le P. Heinrich.

	A Breslaw.	A Paris par la Figure.	Difference des meridiens entre Paris & Breslaw.
Commencement à	9h 39′ 40″	8h 39′ 45″	59′ 55″
Immersion totale.	10 49 0	9 49 25	59 35
Recouvrement de lumiere.	10 50 0	9 51 10	58 50
Fin de l'Eclipse.	12 2 20	11 4 0	58 20

DE L'ECLIPSE DE LUNE

Du 21 Octobre 1706 à l'Observatoire.

PAR Mrs. DE LA HIRE.

LE Ciel a été couvert icy dans toute la durée de cette Eclipse, & les gros pelottons de nuées qui passoient assez promptement, n'auroient pas empêché qu'on n'en eut observé plusieurs phases, s'il n'y eut eu encore au-dessus une espece de gros broüillard, au travers duquel les corps lumineux paroissent comme cotonneux, ensorte qu'on ne peut voir leur disque ni leurs parties bien terminées; ce qu'on remarque assez souvent en observant le Soleil, quoique son disque paroisse assez net à la vûë simple. 1706. 17. Novembre.

Cependant nous avons observé avec le micrometre appliqué à une Lunette de 7 piés de foyer le diametre de la partie éclairée avec autant de justesse qu'il nous a été possible, quoique les termes de l'ombre ne parussent qu'à peine dans les tems où l'on voïoit la Lune le plus distinctement, dont nous avons tiré la quantité de l'Eclipse, comme il suit.

Diametre de la partie éclairée.					Quantité de l'Eclipse.	
H.	′	′	″	de degré.	Doits.	Minutes.
à 6	37.	15	0		5	9
	46.	15	50		6	18
	58.	15	0		6	36
7	17.	14	15		6	42
	23.	13	10		7	14

Le Ciel fut si couvert dans tout le reste de l'Eclipse que nous n'en pûmes plus rien observer, & à peine voïoit-on un leger vestige du corps de la Lune par intervalles.

On ne pouvoit rien remarquer des taches dans le tems où le Ciel paroissoit plus découvert.

Un peu aprés l'Eclipse le Ciel devint assez clair, & nous observâmes le diametre de la Lune de 33′ 24″ à la hauteur de 46 degrés $\frac{1}{2}$, d'où nous concluons que son diametre horizontal étoit de 33′ 0″.

OBSERVATIONS

Faites sur le Squelet d'une jeune femme âgée de seize ans, morte à l'Hôtel-Dieu de Paris le 22 Fevrier 1706.

PAR M. MERY.

AVIS.

1706. 20. Novembre.

LEs parties de ce Squelet sont décrites dans leur situation naturelle; mais les figures representent à gauche celles du côté droit, & celles du côté gauche à droit.

Premiere Observation. Le Squelet de cette femme n'a que trois pieds de haut ou environ. Son peu de hauteur a pour cause la courbure de l'épine, & celle des os des cuisses & des jambes. Celle cy est telle que la plante des pieds posant

posant à terre, les fœmurs se trouvent necessairement fléchis en devant; de sorte que ces deux os ne contribuënt en rien, ou tres-peu à sa hauteur. Delà vient aussi que ce Squelet étant debout sur ses jambes, paroît comme s'il étoit assis : ce qui donne lieu de croire que cette femme gardoit pendant sa vie une semblable posture en marchant.

Cette conjecture paroît d'autant plus vrai-semblable que les os des cuisses & des jambes étant étendus, la plante des pieds de ce Squelet, au lieu de poser à terre, comme elle devroit faire, si ces os n'étoient point courbez, se trouve au contraire tournée en arriere comme quand on est à genoux; ainsi il n'y a que l'extremité de la derniere phalage des orteils de ce Squelet qui puisse toucher la terre; situation dans laquelle il étoit absolument impossible que cette femme pût marcher. Sur cela voyez la seconde Figure.

Seconde Observation. Les os des cuisses de ce Squelet étant étendus, & ceux des jambes fléchis, il n'y a que la rotule avec la partie superieure du tibia qui posent à terre, parceque le demi-cercle que décrivent dans leur partie moïenne le tibia & le peroné, fait que ce Squelet étant appuïé sur ces genoux, la partie inferieure de ses jambes se trouve dans cette situation tournée en enhaut; delà vient que la plante des pieds regarde le ciel, au lieu d'être située en arriere, comme elle se trouve dans les personnes à genoux, dont la conformation des os des jambes n'a rien de vicié.

De ces deux Observations on peut tirer ces deux consequences. Premierement, la plante des pieds de ce Squelet se trouvant tournée en dessus quand ses jambes sont fléchies & ses cuisses étenduës, il étoit tres-difficile à cette femme pendant sa vie de se tenir à genoux.

Secondement, cette femme ayant été obligée de tenir ses cuisses aussi fléchies en marchant qu'étant assise, il est évident que sa hauteur demeuroit la même dans ces deux situations. Mais s'appuïant sur ses genoux ses cuisses éten-

duës & ses jambes fléchies, elle pouvoit ajoûter à sa hauteur ce que le fœmur a de plus de longueur que le tibia, ce qui ne va pas à plus d'un pouce, en mesurant l'un & l'autre par une ligne droite; au lieu qu'elle l'auroit augmentée d'environ six pouces si elle avoit pû se tenir à genoux sur la partie convexe des os de ses jambes, ce qui n'étoit peut-être pas impossible; alors elle auroit parû plus grande en gardant cette posture qu'en marchant. C'est ce qu'on remarque en effet par son Squelet en le mettant dans ces differentes situations.

Troisiéme Observation. L'épine de ce Squelet, dont la courbure est la cause de la difformité de toutes les autres parties de son tronc, imite parfaitement bien par ses differens contours la figure du corps d'un serpent qui rampe sur la terre pour s'avancer en avant. Tous ces contours extraordinaires se font sur les côtez de l'épine; ce qui n'empêche pas cependant les vertebres de former devant & en arriere les mêmes enfoncemens & les mêmes éminences qu'elles ont dans un Squelet dont l'épine n'a rien de difforme.

De la premiere vertebre du coû à la derniere, l'épine est peu sensiblement cave du côté droit, & convexe du côté gauche; mais depuis la premiere vertebre du dos jusqu'à la derniere, l'épine est fort convexe du côté droit, ce qui fait que de ce côté-là le corps des vertebres est peu éloigné des côtes: mais parceque cette épine est fort concave du côté gauche, il y a entre les côtes & les vertebres une distance beaucoup plus grande. D'ailleurs la partie anterieure des vertebres du dos est un peu tournée du côté droit.

Au contraire les vertebres des lombes forment par leur assemblage une gibbosité tres-grande du côté gauche, & une concavité du côté droit qui lui est proportionnée, & le devant de ces vertebres panche un peu du côté gauche.

Enfin l'os sacrum joint au coxis paroît convexe du côté droit & concave du côté gauche, quoiqu'il garde outre

cela sa figure naturelle qui est d'être creux par devant & gibbe par derriere.

Quatriéme Observation. Ces differens contours que fait l'épine sur ses côtez, sont cause de ce que la simphise du menton qui répond en ligne droite à celle des os pubis dans un Squelet bien formé, s'en trouve éloignée dans ce Squelet difforme de deux à trois pouces; delà vient que la face paroît un peu tournée sur le côté gauche, & le bassin de la cavité hypogastrique tourné sur le côté droit. Cependant l'extrémité du coxis est directement opposée à la premiere vertebre du coû; de sorte que malgré la grande obliquité de l'épine, le corps de cette femme ne panchoit point plus d'un côté que de l'autre; ce qui empêchoit qu'il ne parut, étant garni de ses chairs & revêtu de sa peau, aussi contrefait que l'est le tronc de son Squelet.

Cinquiéme Observation. Les vertebres du dos repoussant du côté droit par leur convexité l'extrémité posterieure des côtes superieures, forment avec elles de ce côté-là une bosse considerable par derriere; delà vient que l'omoplate droit paroît fort relevé. La même convexité de ces vertebres fait aussi que les côtes du même côté décrivent en dedans par leur partie posterieure un arc fort courbé, ce qui rend la capacité de la poitrine beaucoup plus petite du côté droit que du côté gauche.

Mais parceque les mêmes vertebres du dos entraînent avec elles au dedans de leur courbure les côtes gauches qui leur sont articulées, delà vient que l'omoplate gauche paroît de ce côté-ci applati sur le dos, & que les côtes gauches décrivent un arc beaucoup plus ouvert que n'est celui des côtes droites, ce qui rend la capacité gauche de la poitrine beaucoup plus vaste que la droite. C'est encore cette même courbure des vertebres du dos qui est cause que le sternum décrit une ligne un peu oblique sur le devant de la poitrine, au lieu d'y décrire une ligne droite comme il fait ordinairement.

Sixiéme Observation. Comme les vertebres des lombes

ſeulement en arriere, & ne lui font décrire qu'une ſeule ligne courbe; de ſorte que dans cette diſpoſition des muſcles l'épine ne peut pancher d'un côté ni d'autre. Mais s'il arrive que tous les muſcles du côté droit entrent en contraction, & que tous ceux du côté gauche tombent dans le relâchement. Alors l'épine ſe flechit toute entiere du côté droit: le contraire ſuccede quand aprés cela tous les muſcles du côtê gauche ſe contractent, & que ceux du côté droit ſe relâchent.

Or comme l'ame preſide aux mouvemens de tous les muſcles de l'épine en faiſant couler tantôt dans les uns & tantôt dans les autres les eſprits animaux qui les gonflent, il eſt évident que les nerfs qui donnnent paſſage à ces eſprits dans les muſcles de l'épine, doivent être tous parfaitement libres & également ouverts de part & d'autre quand ſes muſcles la flechiſſent en arriere, à droit & à gauche alternativement.

Dixiéme Obſervation. Quand donc l'épine demeure conſtamment flechie de l'un ou de l'autre côté, il faut neceſſairement que le cours des eſprits animaux dans ſes muſcles ne ſoit plus ſoûmis à la direction de l'ame, & qu'une partie de ſes nerfs ſouffre quelque obſtruction, pendant que l'autre reſte libre. Il doit donc couler tout naturellement dans celle-ci plus d'eſprits que dans l'autre; donc les muſcles de l'épine qui en reçoivent une plus grande quantité doivent en ſe gonflant s'acourcir & tenir toûjours l'épine flechie de leur côtè.

Par ce ſyſtême ſi vrai-ſemblable il eſt aiſé & de rendre raiſon de la figure irréguliere de l'épine, & de faire voir que l'extenſion de ſes muſcles relâchez; & l'épaiſſeur des vertebres plus petite d'un côté que de l'autre ſont uniquement l'effet de la contraction de ſes muſcles racourcis. Ce que je vais démontrer.

Comme je n'ay jamais vû d'enfant venir au monde avec une épine contournée, je ſuppoſe que cette femme a paſſé quelque tems de ſa vie ayant l'épine à l'ordinaire: mais qu'étant arrivé quelque obſtruction dans ſes nerfs, ſes

ſoient demeurez dans une perpetuelle contraction comme ceux de l'épine, puiſque cette femme ayant pû pendant ſa vie ſe mettre à genoux, il eſt évident que ces muſcles ont dû ſe relâcher pour donner lieu à leurs antagoniſtes d'étendre les cuiſſes, ſans quoi il eût été abſolument impoſſible à cette femme de prendre cette poſture.

Il y a même bien de l'apparence, chaque fœmur décrivant un arc convexe en devant & concave par derriere, que la contraction des muſcles extenſeurs des cuiſſes a toûjours été plus forte que celle de leurs flechiſſeurs, autrement les fœmurs n'auroient pû ainſi ſe courber.

Mais parceque les jambes ſe flechiſſent en arriere, & que leurs os décrivent des arcs ſemblables à ceux des cuiſſes tant par leur figure que par la ſituation de leurs parties, il paroît fort vrai-ſemblable que la contraction des muſcles flechiſſeurs des jambes a dû être au contraire plus forte que celle de leurs extenſeurs.

Cependant il faut bien obſerver que ni la peſanteur du corps ni la contraction des muſcles des cuiſſes & des jambes n'auroient jamais pû cauſer la courbure du fœmur, du tibia & du peroné, ſi ces os euſſent eu aſſez de dureté pour réſiſter à l'impreſſion de ces deux cauſes, leur peu de ſolidité a donc contribué en quelque façon à les flechir. Auſſi voit-on que ni la peſanteur du corps ni la contraction des muſcles ne produiſent point cet effet quand la réſiſtance de ces os ſurpaſſe l'effort de ces deux cauſes.

Il faut encore remarquer que la peſanteur du corps & la moleſſe des os ne peuvent être que des cauſes occaſionelles de leur courbure, puiſqu'il n'y a que la contraction des muſcles des cuiſſes & des jambes plus forte d'une part de l'autre qui ait pû déterminer le fœmur, le tibia & le peroné à ſe flechir plutôt en arriere qu'en devant.

La courbure des os des bras à laquelle il eſt certain que la peſanteur du corps n'a pû contribuer, eſt une preuve évidente de cette verité; d'où je concluë enfin que la contraction des muſcles plus forte d'un côté que de l'autre, eſt l'unique cauſe efficiente de la courbure des os.

Je

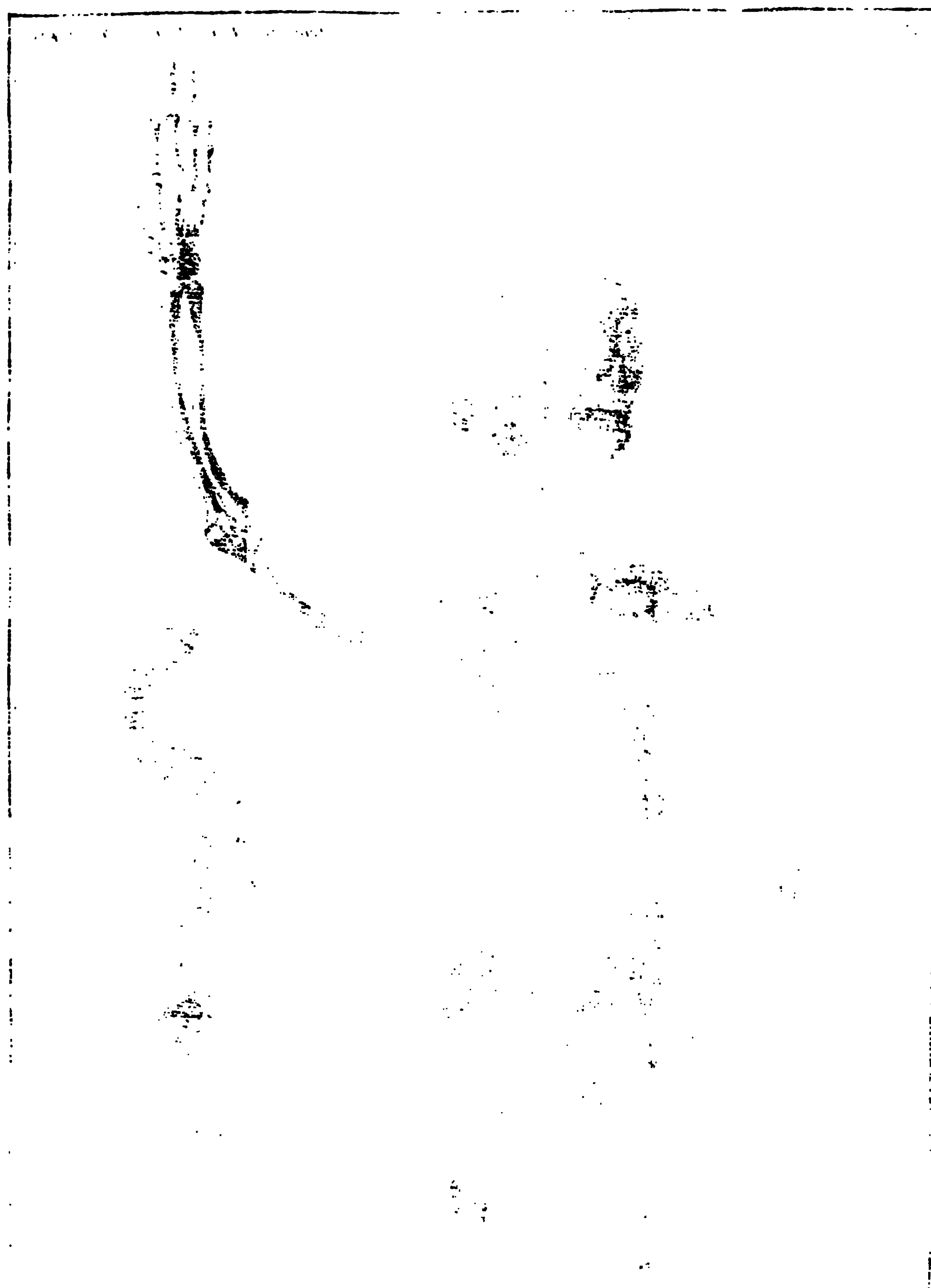
traires, & que le coxis répond cependant en ligne droite à la premiere vertebre du coû malgré cette irrégularité, il ne paroît donc nullement vrai-ſemblable que la peſanteur du corps ait pû cauſer ces differens contours de l'épine. Il n'en eſt pas de même de la courbure des os des cuiſſes & des jambes que je vais examiner.

Onziéme Obſervation. Les deux fœmurs décrivent chacun preſqu'un demi-cercle, dont la partie convexe eſt ſituée ſur le devant, & la concave ſur le derriere de ces os. Mais parceque l'un & l'autre ſe jettent en dehors, l'eſpace qui eſt entr'eux ſe trouve beaucoup plus grand dans leur milieu qu'entre leurs extremitez.

Le tibia & le peroné de chaque jambe forment la même figure que les deux fœmurs (ce qui eſt aſſez mal repreſenté, à moins que la perſpective ne le demande, comme le deſſinateur le prétend) mais avec cette difference que la partie convexe du demi-cercle qu'ils décrivent ſe porte en dedans, & la concave en dehors; de ſorte que les deux tibia ſe touchent preſque par leur milieu, & qu'ils ſont fort écartez l'un de l'autre par leurs extremitez, ce qui fait que les pieds qui n'ont rien de difforme ſe jettent en dehors. De plus le tibia & le peroné ſont applatis conſiderablement ſur les côtez dans leur partie moïenne, & un peu tortus dans toute leur longueur.

Aprés avoir décrit la figure irréguliere de ces os, faiſons voir à preſent que la peſanteur du corps de cette femme jointe à leur peu de ſolidité, a beaucoup contribué à leur courbure.

Douziéme Obſervation. Si l'on fait attention que les pieds de ſon Squelet poſant à plomb ſur un plancher, les os des cuiſſes ſe trouvent neceſſairement flechis en devant, ce qui fait que ce Squelet paroît aſſis quoiqu'il ſoit debout, on concevra aiſément qu'il n'y a eu que la ſeule peſanteur du corps qui ait pû forcer les cuiſſes de cette femme à demeurer flechies en marchant. Car l'on ne peut pas dire que pour les tenir en cet état leurs muſcles flechiſſeurs







Je dis que la contraction des muscles doit être plus forte d'une part que de l'autre pour flechir les os mêmes; parceque quand les muscles antagonistes d'une partie agissent avec force égale, ils maintiennent les os dans leur figure naturelle, malgré leur molesse & la pesanteur du corps.

A l'égard de l'applatissement des os des cuisses & des jambes, comme il ne paroît pas qu'il puisse être rapporté à aucune des causes dont j'ay parlé, il y a lieu de croire qu'il ne peut être que l'effet d'une vicieuse conformation.

COMPARAISON

De l'Observation de l'Eclipse de Lune arrivée en Avril 1706, & faite dans l'Isle de S. Domingue en Amerique, avec celle qui a été faite à l'Observatoire Royal à Paris.

Par M. de la Hire.

Le Pere Goüye communiqua à l'Academie Samedy dernier une Observation de l'Eclipse de Lune du mois d'Avril de cette année, laquelle avoit été faite au Port de Pei dans l'Isle de S. Domingue en Amerique. 1706. 24. Novembre.

Cette Observation porte que la Lune étoit éclipsée de 1 doit $\frac{1}{2}$ à 7^h 15′ du soir le 27 Avril, & que la fin de l'Eclipse parut à 9^h 40′. Sa quantité dans le tems de sa plus forte obscuration étoit de 5 doits $\frac{1}{2}$. L'Observateur marque qu'il ne connoissoit pas l'heure dans la derniere exactitude.

Cependant cette Observation ne laissera pas d'être d'une assez grande utilité, puisque nous n'en avons point qui ait été faite dans ces quartiers dont nous en puissions conclure la longitude.

Comme le commencement de cette Eclipse n'a pû être observé à Paris, nous ne pouvons rien dire de l'Observation de 1 doit $\frac{1}{2}$; mais pour la fin nous l'avons tres-bien observée le 28 Avril au matin à 3^h 4′ 30″, & au Port de Pei l'a vûë le 27 au soir à 9^h 40′: donc la difference de lon-

tions de cette Etoile, est seulement de 2′ 3″ dont le Pere Riccioli la fait plus avancée. M. Boüillaud s'étoit servi du Catalogue des Etoiles de Tycho; mais le Pere Riccioli avoit fait beaucoup d'observations sur les Etoiles avec le P. Grimaldi.

Mais par mes Tables je trouve le lieu du cœur du Lion au tems de l'Observation d'Athenes à 8° 53′ 54″ ♌, ce qui est 4′ plus avancé que M. Boüillaud. La longitude de ♃ étoit donc alors la même que celle de l'étoile *Regulus* ou le cœur du Lion à 8° 53′ 54″ ♌.

La latitude du cœur du Lion, comme je l'ay déterminée, est de 27′ 6″ *B*; & la posant invariable, si on l'ajoûte aux 7′ 30″ de la distance *B* de cette étoile à ♃, on aura sa latitude de 34′ 36″ *B* dans le tems de l'Observation. Mais M. Boüillaud trouve à propos d'ajoûter encore un doit à l'Observation de la distance de ♃ à *Regulus*, & par consequent cette latitude seroit de 37′ 6″ Bor.

La seconde Observation d'une semblable conjonction que M. Boüillaud rapporte aussi dans le 3. Chap. du Liv. 7. de son Astronomie, est de lui-même, en 1623 le 12 Octobre à 17^h à Loudun. Il dit qu'il observa que ♃ étoit plus avancé en longitude de 3′ que le cœur du Lion, & qu'il en étoit éloigné de 8′ vers le Septentrion. Il conclud de-là la longitude de ♃ au 24° 40′ 6″ ♌ avec sa latitude Boreale de 35′. Par les Tables des fixes du Pere Riccioli la longitude de ♃ sera au 24° 36′ 35″ du ♌. M. Boüillaud qui n'avoit que 19 ans alors ne rapporte point de quelle maniere il fit cette observation, ni avec quels instrumens, quoique le Pere Riccioli lui fasse dire que c'étoit avec la Lunette.

Par ma position de *Regulus* je trouve que ♃ étoit alors au 24° 40′ 1″ ♌ comme fait M. Boüillaud. Pour la latitude de ♃ elle auroit été de 35′ 6″ suivant ma latitude de *Regulus*, & à tres-peu prés comme M. Boüillaud.

Voicy l'observation d'une semblable conjonction de cette Planete que j'ay faite le 17 Octobre 1706 à 4^h 12′ 40″ du matin. Je mesuray avec le micrometre la distance

Le premier passage de ♃ par le meridien que j'ay pû observer avant qu'il fût arrivé à son nœud ascendant a été en 1705 le 6e Mars au soir à $5^h\ 56'\ 51''$, & sa vraïe hauteur meridienne étoit de $63^\circ\ 50'\ 25''$.

Je conclus de cette observation que la longitude de ♃ étoit alors au $17^\circ\ 25'\ 10''$ de ♊, & sa latitude australe de $12'\ 55''$. Mais par le calcul de mes Tables je trouve pour ce même tems la longitude au $17^\circ\ 23'\ 45''$ de ♊, & la latitude australe de $12'\ 19''$. La difference de longitude entre le calcul & l'observation est de $1'\ 25''$, & celle de la latitude de $36''$.

Mais le premier passage de ♃ par le meridien que je pus observer ensuite aprés qu'il eût passé par ce même nœud, fut en 1705 le 27 Aoust au matin à $9^h\ 7'\ 3''$: sa vraïe hauteur meridienne étoit de $63^\circ\ 9'\ 48''$. Il faut toûjours entendre dans ces observations que c'est du centre de cette Planete dont je parle.

Je conclus de cette observation que la longitude de ♃ étoit alors à $20^\circ\ 44'\ 9''$ du ♋, & que sa latitude Boreale étoit de $6'\ 3''$. Mais par le calcul de mes Tables sa longitude étoit de $20^\circ\ 41'\ 34''$, & la latitude $6'\ 47''$ Bor. La difference de longitude entre le calcul & l'observation est donc de $2'\ 35''$, & celle de la latitude de $44''$.

Quoique la difference de latitude entre le calcul & ces deux observations ne soit que d'une demi-minute ou environ, ce qui n'est pas considerable dans ces sortes de positions, je pourrois pourtant le faire convenir en avançant le nœud un peu plus que je n'ay fait ; mais mes anciennes observations ni d'autres plus recentes ne s'y seroient pas accordées. Et c'est cela principalement qui m'a fait conjecturer qu'il y avoit dans le mouvement du nœud des Planetes une irrégularité à peu prés semblable à celle que nous connoissons dans celui de la Lune, & comme elle m'a paru sensiblement dans Saturne, laquelle demanderoit une prostapherese particuliere. Mais comme je n'ay pas trouvé que dans ♃ cette irrégularité fût assez sensible pour y avoir égard, je me suis contenté de prendre une

Le 18 du même mois & le jour ſuivant la conjonction de ♃ à *Regulus*, j'obſervay le paſſage du centre de ♃ par le meridien à $8^h\ 22'\ 51''$ du matin, & ſa vraïe hauteur meridienne de $54°\ 48'\ 22''$, d'où je tire par les regles ordinaires le vrai lieu de ♃ au $25°\ 51\ 9''$ du ♌ avec une latitude Boreale de $45'\ 47''$. Mais par le calcul de mes Tables je trouve pour ce même tems le vrai lieu de ♃ au $25°\ 51'\ 12''$ du ♌ avec une latitude Boreale de $45'\ 35''$: donc la difference de longitude entre l'obſervation & les Tables $3''$, & celle de la latitude de $12''$.

Enfin le 27 ſuivant j'obſervay encore le paſſage du centre de ♃ par le meridien à $7^h\ 53'\ 57''$ du matin, & ſa vraïe hauteur meridienne de $54°\ 23'\ 7''$. Je conclus de cette obſervation que ♃ étoit alors au $27°\ 12'\ 21''$ du ♌, & que ſa latitude étoit Boreale de $48'\ 13''$, & le calcul par mes Tables donne la longitude pour ce même tems de $27°\ 11'\ 34''$ du ♌, & la latitude Boreale de $48'\ 22''$. La difference de longitude entre l'obſervation & le calcul ſera donc de $47''$, & celle de latitude de $9''$.

Les obſervations que je viens de rapporter en dernier lieu, leſquelles ſont comparées avec le calcul, font voir la juſteſſe de mes Tables, & l'on ne doit pas s'étonner ſi dans celles qui ſont proches les unes des autres on y trouve des differences qui paſſent une minute de degré tantôt excedente & tantôt défaillante, ce qu'on doit plutôt attribuer à quelque cauſe particuliere de l'obſervation ou des inſtrumens qu'aux Tables, ſurtout pour les Planetes ſuperieures qui vont lentement ; car il s'y doit trouver une eſpece de progreſſion aſſez uniforme pour un peu de tems, & à peu prés telle que la donne le calcul.

Je pourrois rapporter icy pluſieurs cauſes qui empêchent que les obſervations ne répondent à l'exactitude & aux ſoins qu'on y apporte ; mais il me ſuffira de dire à preſent que pour remedier à cet inconvenient, on doit faire un grand nombre de ſemblables obſervations entre leſquelles on prend un milieu.

Dans ce que j'ay dit cy-devant je n'ay point comparé

mon calcul avec l'obſervation de 508, ni avec celle de 1623, ſur leſquelles M. Boüillaud fonde une partie de ſon ſyſtême de Jupiter; car il m'a ſemblé qu'elles ne ſçauroient s'accorder exactement entr'elles, ni avec celles que nous faiſons preſentement. Ces ſortes d'obſervations ſont ſujettes à des erreurs tres-conſiderables, n'étant faites pour la plûpart qu'à la vûë ſimple & ſans aucune détermination poſitive. On ne laiſſe pas pourtant de s'en ſervir autant qu'on le peut, quand elles ſont fort éloignées de ces tems-cy, parcequ'elles ſont utiles pour déterminer à peu prés les mouvemens des corps celeſtes; mais on ne doit pas s'y aſſujettir par trop, quand elles repugnent aux dernieres qu'on connoît pour tres-exactes.

Par exemple, mes Tables me donnent dans le tems de l'obſervation d'Athenes le lieu de ♃ plus avancé que l'obſervation ne demanderoit de prés de 8′, & la latitude ſeulement plus petite de trois quarts de minute. Mais pour celles de M. Boüillaud de 1623, elles me donnent la longitude un peu plus de 10′ plus avancée que l'obſervation, & la latitude plus grande de plus de 10′, & dans tous ces tems-cy elles s'accordent avec le Ciel.

C'eſt cette latitude plus grande de 10′ qui me rend ſuſpecte l'obſervation de M. Boüillaud; car mes Tables donnent la latitude dans la même minute que l'obſervée en 508, & depuis ce tems-là juſqu'à l'obſervation de M. Boüillaud en 1624 il y a plus de 1100 ans, pendant leſquels le nœud de ♃ n'a fait que 2 ou 3 degrés, & en 508 au tems de l'obſervation l'argument de latitude n'étoit que de 27° environ; donc en 1623 l'orbite de ♃ n'avoit pas changé conſiderablement de ſa premiere place, & dans le tems de cette obſervation ♃ & la terre ſe trouvoient encore à peu prés dans le même aſpect : mais comme le cœur du ♌ s'eſt avancé en 1100 ans de plus de 15 degrés, il faut neceſſairement que l'argument de latitude ſoit augmenté de plus de 13 degrés, ce qui doit donner en 1623 une inclinaiſon à ♃ beaucoup plus grande qu'elle n'étoit en 508; & par conſequent la latitude de ♃ devoit être beaucoup plus

plus grande en 1623 qu'en 508; cependant l'obſervation de 508 donne la latitude de ♃ de 34′ 36″ ou 37′ 6″ comme veut M. Boüillaud, & ſon obſervation de 1623 ne la montre que de 35′ 6″, ce qui ne peut pas être; auſſi je l'ay trouvée par mes Tables de 10′ plus grande que celle qu'on tire de cette obſervation.

Enfin M. Boüillaud finit ſon ſeptiéme Livre où il traite des mouvemens de ♃ par une eſpece d'inſulte qu'il fait à Kepler, en donnant le calcul de ♃ pour le tems de l'obſervation de l'an 508 par les Tables Rudolphines pour faire voir que ces Tables ſont fort défectueuſes pour cette Planete; car il dit qu'elles marquent la diſtance de ♃ à Regulus de plus d'un degré à cauſe de la latitude, & la longitude par ce même calcul étoit plus grande que l'obſervée de prés de 48′. Mais je remarque que le peu de difference de latitude entre Regulus & ♃, n'a pas pû augmenter la diſtance de 48′ à plus d'un degré. Il conclud enfin que Kepler n'a pas pû mieux faire ayant été privé de ce ſecours, c'eſt à dire des deux obſervations dont il parle.

Cependant comme je ſuis perſuadé de l'exactitude de Kepler, & que s'il n'a pas eu les deux obſervations de M. Boüillaud, il en a eu d'autres & plus anciennes & dans le même tems à peu prés que celle de 1623, j'entens celles de Tycho que j'eſtime des plus juſtes, & dont M. Boüillaud a eu auſſi quelque connoiſſance; & quoique je ſçûſſe bien que mes Tables étoient aſſez éloignées des Rudolphines en quelques endroits, j'ay voulu verifier le calcul que M. Boüillaud rapporte tout au long, de la poſition de ♃ dans le tems de l'obſervation de 508 ſuivant les Rudolphines.

J'ay trouvé tout d'abord que le calcul de M. Boüillaud eſt faux, car il trouve le Soleil moins avancé d'un degré qu'il ne devroit être par ces Tables, ce qui eſt une erreur aſſez conſiderable, & ce qui vient aſſurément de ce que M. Boüillaud en calculant n'a pas fait attention que l'année 508 étoit Biſſextile, & il l'a calculée comme une année commune, car il lui manque le mouvement du Soleil

pour un jour. Il a fait aussi la même faute pour le calcul de ♃ qu'il rapporte ensuite. Ces deux fautes ensemble lui auroient encore avancé le lieu de ♃ de 3′ environ. Pour la latitude elle est tres-peu éloignée de celle qu'on tire de l'observation.

Pour ce qui est de l'observation de M. Boüillaud de 1623, les Tables Rudolphines s'y accordent assez bien en ce qui regarde la longitude, mais pour la latitude elles s'en écartent à peu prés autant que je l'ay trouvé par les miennes; d'où je conclus enfin que M. Boüillaud n'avoit pas bien estimé ou mesuré la distance entre Regulus & ♃, & que la grande lumiere de ♃ lui faisoit paroître cette distance beaucoup plus petite qu'elle n'étoit en effet; & c'est une raison qu'il rapporte lui-même dans l'examen qu'il fait de quelques observations.

DIFFÉRENTES MANIÉRES

INFINIMENT GÉNÉRALES

De trouver les Rayons osculateurs de toutes sortes de Courbes, soit qu'on regarde ces Courbes sous la forme de Polygones, ou non.

PAR M. VARIGNON.

1706. 18. Decembre.

LA maniére dont j'ay cherché le raport des Forces centrales aux Pesanteurs des corps dans le Mémoire que je donnay sur cela à l'Academie le 24. Avril dernier*, m'ayant engagé (excepté dans la troisiéme Solution du Problême par où ce Mémoire commence) à considérer les Courbes, non à l'ordinaire sous la forme de Polygones infiniti-lateres réctilignes, mais comme faites d'élémens veritablement courbes eux-mêmes; je fus obligé d'en chercher les rayons osculateurs dans cette hypothése, dans laquelle je ne sçais personne qui l'ait encore fait.

* *Voyez cy-dessus la page 178.*

C'eſt ce qui m'a fait penſer à les y rechercher en général ; & cette conſidération des Courbes comme faites d'élémens véritablement courbes eux-mêmes, m'a donné des expreſſions de ces rayons oſculateurs, leſquelles ſe ſont trouvées précisément les mêmes que celles que la conſidération de ces mêmes Courbes ſous la forme de Polygones infiniti-lateres rèctilignes m'avoit déja données dans les Mémoires de 1701. pag. 25. &c.

Voici comment ces expreſſions me ſont venuës dans la premiére de ces conſidérations ou hypothêſes ; & puis nous verrons encore quelques autres maniéres de les trouver dans la ſeconde par des voïes toutes différentes de celle que j'ay ſuivie dans ces Mémoires de 1701.

PROBLÊME I.

Une Courbe quelconque, dont les ordonnées concourent en quelque point que ce ſoit, étant donnée ; trouver une expreſſion générale de ſes rayons oſculateurs ſans y rien ſuppoſer de conſtant, & en regardant cette Courbe, non à l'ordinaire ſous la forme de Polygone infiniti-latere rèctiligne, mais comme faite d'élemens courbes eux-mêmes.

SOLUTION.

I. Soit *DBY* la Courbe quelconque donnée, dont les ordonnées *BE*, *CE*, &c. concourent en *E* ; & dont *AB*, *BC*, ſoient deux élémens, c'eſt à dire, deux arcs infiniment petits du premier genre, leſquels ne différent entr'eux que d'une grandeur infiniment petite du ſecond genre, & par conſéquent nulle par raport à eux. Soient auſſi *AB*, *BC*, les cordes de ces deux petits arcs, dont la premiére prolongée vers *R*, rencontre en *S* l'ordonnée *EC* prolongée de ce côté-là. Soient de plus l'angle *SBP* $=$ *SEB* ; l'arc *CI* décrit du centre *B* par *C*, & qui rencontre la droite *BP* en *I* ; la droite *CM* perpendiculaire en *N* ſur *BP*, laquelle *BP* ſoit auſſi rencontrée en *L* par *KL* parallele à *ES*. Soient enſuite *BV*, *CV*, deux rayons oſculateurs de la Courbe en queſtion, laquelle Courbe FIGURE I.

DBY soit touchée au point B par la droite ZQ éxactement perpendiculaire au premier BV de ces rayons, & qui rencontre le second VC prolongé en F, l'ordonnée EC prolongée en Q, & la droite CM en X. Enfin aprés avoir fait la droite CO perpendiculaire en O sur la tangente ZQ, soient aussi les droites AG, BH, CT, perpendiculaires en G, H, T, sur BE, CE, LK, laquelle LK rencontre en K la seconde BH de ces perpendiculaires.

Cela fait, soit y le nom des ordonnées BE, CE; dx, celui de leurs perpendiculaires AG, BH; ds, celui des arcs élémentaires AB, BC; & r, celui des rayons osculateurs BV, CV.

II. Tout cela supposé, les angles réctilignes ABE, BPE, étant externes par raport aux triangles EBS, BPS, l'on aura l'angle réctiligne $ABE = BES + BSE$ (*art.* 1.) $= PBS + BSE = BPE$. Donc les angles en G & en H, étant (*art.* 1.) droits, les triangles réctilignes ABG & BPH seront semblables entr'eux; & par conséquent (*art.* 1.) les triangles réctilignes ABG, BLK, le seront aussi: De sorte que si l'on suppose de plus $BK = AG$, ces deux derniers triangles seront non-seulement semblables, mais aussi égaux en tout. Donc la corde AB ou son arc infiniment petit AB $(ds) = BL = BI$ $(ds) + IL$; & par conséquent $IL = -dds$ négative, les ds (AB) allant ici en diminuant pendant que les dx (AG) vont en augmentant: Ce qui donnera au contraire $HK = ddx$ positive. D'où l'on aura aussi BH (dx). BP (ds) :: HK (ddx). $LP = \frac{dsddx}{dx}$. Donc IP $(IL + LP) = -dds + \frac{dsddx}{dx}$, ou $NP = \frac{dsddx - dxdds}{dx}$.

Mais la ressemblance (*art.* 1.) des triangles réctilignes PNC, PHB, donne PH ou CH (dy). BH (dx) :: NP $\left(\frac{dsddx - dxdds}{dx}\right)$. $NC = \frac{dsddx - dxdds}{dy}$. De même la ressemblance (*art.* 1.) des triangles réctilignes BEH, MBN, donne aussi BE (y). BH (dx) :: BM (ds). $MN = \frac{dxds}{y}$. Donc la droite MC $(MN + NC) =$

$= \frac{dxds}{y} + \frac{dsddx - dxdds}{dy} = \frac{dydxds + ydsddx - ydxdds}{ydy}$.

III. Concevons présentement que l'*osculum* ou l'attouchement de la Courbe proposée *DBY* avec son cercle osculateur décrit du centre *V* par *B*, se fasse (en tout ou en partie) sur l'arc infiniment petit *ABC*. En ce cas cet arc *ABC* de la Courbe proposée *DBY*, sera aussi un arc de cercle décrit du centre *V* & du rayon *VB* ou *VC*. Donc suivant la doctrine d'Euclide Prop. 32. du Liv. 3. & Prop. 33. du Liv. 6. les angles réctilignes *ABZ*, *CBQ*, compris entre sa touchante *ZQ*, & les cordes des arcs partiaux *AB*, *BC*, seront entr'eux comme ces arcs. Par conséquent ces arcs, qui (*art.* 1.) ne différent entr'eux que d'une différence infiniment petite par raport à eux, devant passer pour égaux, les angles réctilignes *ABZ*, *CBQ*, doivent passer de même pour égaux entr'eux. Mais l'angle réctiligne *ABZ* est aussi égal à l'angle *SBQ* qui lui est opposé au sommet *B*. Donc les deux angles réctilignes *CBQ*, *SBQ*, sont pareillement égaux entr'eux. Par conséquent encore suivant la doctrine d'Euclide Prop. 3. du Liv. 6. *BQ* doit diviser la droite *CM* en *X* de maniére qu'elle donne *CX*. *XM* :: *BC*. *BM*. en prenant ici *BC* pour la corde de l'arc *BC*. Mais l'angle indéfiniment petit *CBM*, compris entre cette corde & l'autre *AB* prolongée vers *R*, rend cette premiére corde *BC* égale à *BM*. Donc aussi $CX = XM$, ou $CX = \frac{1}{2} CM$. Mais on vient de trouver (*art.* 2.) $CM = \frac{dxdyds + ydsddx - ydxdds}{ydy}$. Donc on aura pareillement $CX = \frac{dxdyds + ydsddx - ydxdds}{2ydy}$.

Or si l'on considére que les angles (*art.* 1.) droits *BNC*, *BOC*, *QBV*, rendant les triangles *BNX*, *COX*, & *FOC*, *FBV*, semblables entr'eux deux à deux, il en doit résulter *CX*. *CO* :: *BX*. *BN*. Et *CO*. *CF* :: *VB*. *VF*. On verra que les angles (*art.* 1.) infiniment petits *NBX*, & *BVF*, rendant aussi $BX = BN$, & $VB = VF$, il en doit résulter $CX = CO = CF$. Donc $CF = \frac{dxdyds + ydsddx - ydxdds}{2ydy}$.

tr'eux, donnera BG (dy). AG (dx) :: BE (y). $TE = \frac{ydx}{dy}$ :: BH (dx). $TL = \frac{dx^2}{dy}$. La même construction rendant aussi (*art.* 4.) les triangles réctilignes réctangles SEO, TLO, semblables entr'eux, donnera pareillement SE ou CE (y). EO ou ET $\left(\frac{ydx}{dy}\right)$ :: TL $\left(\frac{dx^2}{dy}\right)$. LO ou $KO = \frac{dx^3}{dy^2}$. Or si l'on prend la différence de la soûseçante ET $\left(\frac{ydx}{dy}\right)$ sans y rien supposer de constant, il vient $Et - ET$ ou $Kt = \frac{dxdy^2 + ydyddx - ydxddy}{dy^2}$. Donc $Ot = \frac{dx^3 + dxdy^2 + ydyddx - ydxddy}{dy^2}$ (à cause de $dx^2 + dy^2 = ds^2$) $= \frac{dxds^2 + ydyddx - ydxddy}{dy^2}$. De sorte que la construction rendant (*art.* 4.) les triangles réctilignes réctangles CHB, CEt, OMt, semblables entr'eux, l'on aura aussi CB (ds). CH (dy) :: Ot $\left(\frac{dxds^2 + ydyddx - ydxddy}{dy^2}\right)$. $OM = \frac{dxds^2 + ydyddx - ydxddy}{dyds}$. Ajoûtez à cela que les triangles réctilignes semblables BGA, BET, donnent pareillement BG (dy). BA (ds) :: BE (y). BT ou $BO = \frac{yds}{dy}$. Donc l'angle OBM étant égal à la moitié de l'arc (d'*osculũ*) ABC, ou (*art.* 1.) à l'arc entier BC, lequel est aussi égal à l'angle BVC; les triangles réctilignes OMB, FBV, (*hyp.*) réctangles en M, B, donneront enfin OM $\left(\frac{dxds^2 + ydyddx - ydxddy}{dyds}\right)$. MB ou BO $\left(\frac{yds}{dy}\right)$ :: BF ou BC (ds). BV (r) $= \frac{yds^3}{dxds^2 + ydyddx - ydxddy}$. Et cette expression des rayons osculateurs, résultante de la considération de la courbure des élémens de la Courbe proposée sans y rien supposer de constant, est encore la même que la troisiéme des infiniment générales des Mémoires de 1701. pag. 27. tirées de la considération de ces mêmes élémens regardés comme autant de petites lignes droites ou de côtés infiniment petits du Polygone infiniti-latere réctiligne sous la forme duquel cette Courbe étoit regardée. *Ce qu'il falloit encore trouver.*

$\left(\frac{dxds^2 + ydyddx - ydxddy}{dy^2}\right)$. OM ou $OP = \frac{dxds^2 + ydyddx - ydxddy}{dyds}$. De plus les triangles réctilignes (*conſtr.*) ſemblables BGF, BET, donnent pareillement BG (dy). BF ou BA (ds) : : BE (y). BT ou $NO = \frac{yds}{dy}$. De plus encore le quadrilatere réctiligne $VBNC$ ayant les angles droits en B, C, l'angle BNC avec l'angle V en doit valoir deux droits de même qu'avec l'angle ONP : Ainſi ce dernier angle ONP doit être égal à l'angle V, & le ſécteur NOP être ſemblable au ſécteur VBC. Donc enfin OP $\left(\frac{dxds^2 + ydyddx - ydxddy}{dyds}\right)$. ON $\left(\frac{yds}{dy}\right)$: : BC (ds). BV (r) $= \frac{yds^3}{dxds^2 + ydyddx - ydxddy}$. Ce qui eſt la même expreſſion des rayons oſculateurs que celle qui vient d'être trouvée dans la précédente Solution 2.

Voilà de quelle maniére ces expreſſions infiniment générales ſe peuvent trouver, ſans conſidérer les Courbes ſous aucune forme de Polygones réctilignes. Voici préſentement pluſieurs autres maniéres de les trouver encore en conſidérant les Courbes ſous cette forme de Polygones infiniti-lateres réctilignes, dont quelques-unes m'ont été inſpirées par l'Analyſe des Infiniment petits.

PROBLÊME II.

Une Courbe quelconque, dont les ordonnées concourent en quelque point que ce ſoit, étant encore donnée, trouver encore une expreſſion générale de ſes rayons oſculateurs ſans y rien ſuppoſer de conſtant ; mais en regardant préſentement cette Courbe comme un Polygone infiniti-latere réctiligne.

PREMIÉRE SOLUTION.

VIII. Soit DBY la Courbe propoſée, dont les ordonnées BE, CE, &c. concourent toutes au point E. Soient de plus BV, CV, deux de ſes rayons oſculateurs infiniment proches l'un de l'autre, leſquels ſe rencontrent en V ; ſoient auſſi par leurs extrémités B, C, les tangentes BT, Ct, faites des petits côtés prolongés BA, CB, de la FIG. IV.

des rayons osculateurs de toutes sortes de Courbe, laquelle est la même que celle des art. 5. 7. & dans laquelle il n'y a encore rien de constant. *Ce qu'il falloit encore trouver.*

SECONDE SOLUTION.

XI. Au lieu des tangentes BT, Ct, de leurs soûtangentes ET, Et, & des petits arcs TK, OP, soient du point V les perpendiculaires VM, Vm, sur les ordonnées BE, CE, dont celle-ci CE soit rencontrée en N par VM perpendiculaire sur l'autre BE, de qui la partie MB soit appellée v.

Tout le reste demeurant le même que cy-dessus art. 8. & 9. les triangles semblables BHC, BMV, donneront $BH\ (dx).\ BC\ (ds) :: MB\ (v).\ BV = \frac{vds}{dx}$. Donc BV étant constante, sa différence $\frac{dvdxds + vdxdds - vdsddx}{dx^2}$ doit être $= o$. Donc $v = \frac{dvdxds}{dsddx - dxdds}$. Mais les mêmes triangles semblables BHC, BMV, donnent aussi $BH\ (dx).\ CH\ (dy) :: MB\ (v).\ MV$ ou $mV = \frac{vdy}{dx}$. Et à cause des triangles semblables BEH, NVm, l'on aura de même $BE\ (y).\ mV\ \left(\frac{vdy}{dx}\right) :: BH\ (dx).\ Nm = \frac{vdy}{y}$. Donc $dy - \frac{vdy}{y} = CH - Nm = dv$, à cause que (*hyp.*) $v = MB = EB - EM$, c'est à dire, $dv = \frac{ydy - vdy}{y}$. Donc aussi en substituant cette valeur de dv dans la précédente équation $v = \frac{dvdxds}{dsddx - dxdds}$, l'on aura $yvdsddx - yvdxdds = ydydxds - vdydxds$; ce qui donne $v\ (MB) = \frac{ydxdyds}{ydsddx - ydxdds + dxdyds}$. Mais les triangles semblables BHC, BMV, donnent encore $BH\ (dx).\ BC\ (ds) :: MB\ \left(\frac{ydxdyds}{ydsddx - ydxdds + dxdyds}\right)$. $BV = \frac{ydyds^2}{ydsddx - ydxdds + dxdyds}$. Ce qui est encore une autre expression générale des rayons des Dévelopées de toutes sortes de Courbes, dans laquelle il n'y a encore rien de

BVC, LVf, l'on aura aussi $BC - Lf \left(\frac{ds^3 - dsdy^2 - ydsddy + ydydds}{ds^2}\right)$. $BC\ (ds) :: BL \left(\frac{ydx}{ds}\right)$. $BV\ (r) = \frac{ydxds^2}{ds^3 - dsdy^2 - ydsddy + ydydds}$ (à cause de $dx^2 = ds^2 - dy^2$) $= \frac{ydxds^2}{dsdx^2 - ydsddy + ydydds}$. Ce qui est la même expression générale cherchée que celle de l'art. 12.

CINQUIÉME SOLUTION.

XIV. Soit encore une Courbe quelconque DBY, dont AB, BC, soient deux des côtés infiniment petits en la considérant encore comme polygone infiniti-latere rectiligne, & dont les ordonnées BE, CE, &c. concourent toutes au point E. De ce centre E par les points A, B, L, soient les arcs AG, BH, LO, en prenant aussi BL pour infiniment petite du premier genre. Ensuite aprés avoir décrit du centre B l'arc AM qui rencontre LO en R, & le petit côté CB prolongé ou la tangente BK en M; soit l'angle KBO égal à l'angle CEB, & dont le côté BO rencontre cet arc AM en N, & LO en O. Soit de plus AP parallele à BE, & qui rencontre aussi LO en P. FIG. V.

Soient enfin appellées AG ou BH, dx; AB ou BC, ds; & BE ou CE, y; ce qui donnera aussi BG ou $CH = dy$ positive en prenant l'origine de tout cela du côté de D.

Cela posé, les triangles (*constr.*) semblables HEB & MBN donneront $EB\ (y) . BH\ (dx) :: BM$ ou $BA\ (ds) . MN = \frac{dxds}{y}$. Pareillement les triangles (*constr.*) semblables OLB, ONR, & APR, donneront aussi OL ou AG $(dx) . BL$ ou $BG\ (dy) :: ON . NR = \frac{ON \times dy}{dx}$. Et OL ou $AG\ (dx) . BO$ ou $BA\ (ds) :: AP . AR = \frac{AP \times ds}{dx}$. Donc $AM\ (MN + NR + RA) = \frac{dxds}{y} + \frac{ON \times dy}{dx} + \frac{AP \times ds}{dx} =$
$= \frac{dsdx^2 + ON \times ydy + AP \times yds}{ydx}$.

Or si l'on imagine que AV, BV, soient deux rayons de la Dévelopée de la Courbe DBY, la ressemblance des triangles BVA, MBA, donnera de plus AM

Solutions précédentes des Probl. 1. & 2. pour avoir les trois autres ſuppoſées ci-deſſus pag. 201. & 218. Les voici toutes ſix pour n'être pas obligé de recourir aux Mémoires de 1701. qu'on y ſuppoſe, & dans l'ordre des Formules des forces centrales où l'on s'en eſt ſervi : ſoient encore ces rayons appellés r.

Formules infiniment générales des Rayons oſculateurs.

1°. $r = \frac{ydyds^2}{dxdyds + ydsddx - ydxdds}$.

2°. $r = \frac{ydxds^2}{dsdx^2 + ydydds - ydsddy}$.

3°. $r = \frac{yds^3}{dxds^2 + ydyddx - ydxddy}$.

4°. $r = \frac{adyds^2}{zdzdyds + ydsddz - ydzdds}$.

5°. $r = \frac{aydzds^2}{ydsdz^2 + aadydds - aadsddy}$.

6°. $r = \frac{ads^3}{dzds^2 + dzdy^2 + ydyddz - ydzddy}$.

Voilà ce que donnent les précédentes Solutions analytiques des Probl. 1. & 2. en voici préſentement une autre purement geométrique, laquelle ſuppoſant à l'ordinaire les élémens des Courbes & de leurs coordonnées ſucceſſivement conſtans, ſe trouve reſtrainte à ces conditions comme tout ce que j'ay vû juſqu'ici d'autres Solutions de pareils Problêmes, leſquelles n'ont d'univerſalité qu'autant qu'elles fourniſſent de formules génerales pour chacune de ces hypothêſes, & non aucune qui convienne à toutes à la fois, comme font les formules précédentes, leſquelles on voit pourtant avoir été aſſez faciles à trouver ; mais on ne penſe pas à tout.

même $BP\ (BC).\ BH :: CP.\ CO = \frac{BH \times CP}{BC}$. Et $HP\ (HC).\ BH :: OP.\ CO = \frac{BH \times OP}{HC}$.

3°. Enfin si l'on suppose CH constante, c'est à dire $CH = BG$, la ressemblance des triangles BLM, MOC, donnera aussi de même $BM\ (BC).\ ML\ (CH) :: MC\ (LH).\ CO = \frac{CH \times LH}{BC}$. Et $BL\ (BH).\ ML\ (CH) :: MO.\ CO = \frac{CH \times MO}{BH}$.

XVIII. Donc les triangles (*constr.*) semblables CVB & CBN, AEG & NBO, donnant $BV.\ BC :: BC.\ CN = \frac{BC \times BC}{BV}$. Et $AE.\ AG\ (BH) :: BN\ (BC).\ NO = \frac{BC \times BH}{AE}$. Et par conséquent aussi $CO\ (CN - NO) = \frac{BC \times BC}{BV} - \frac{BC \times BH}{AE} = \frac{AE \times BC \times BC - BC \times BH \times BV}{AE \times BV}$. Si l'on égale successivement cette derniére valeur de CO à chacune des six qu'on lui vient de trouver dans l'art. 17. l'on aura

Dans l'hypothèse de BC *constante*,

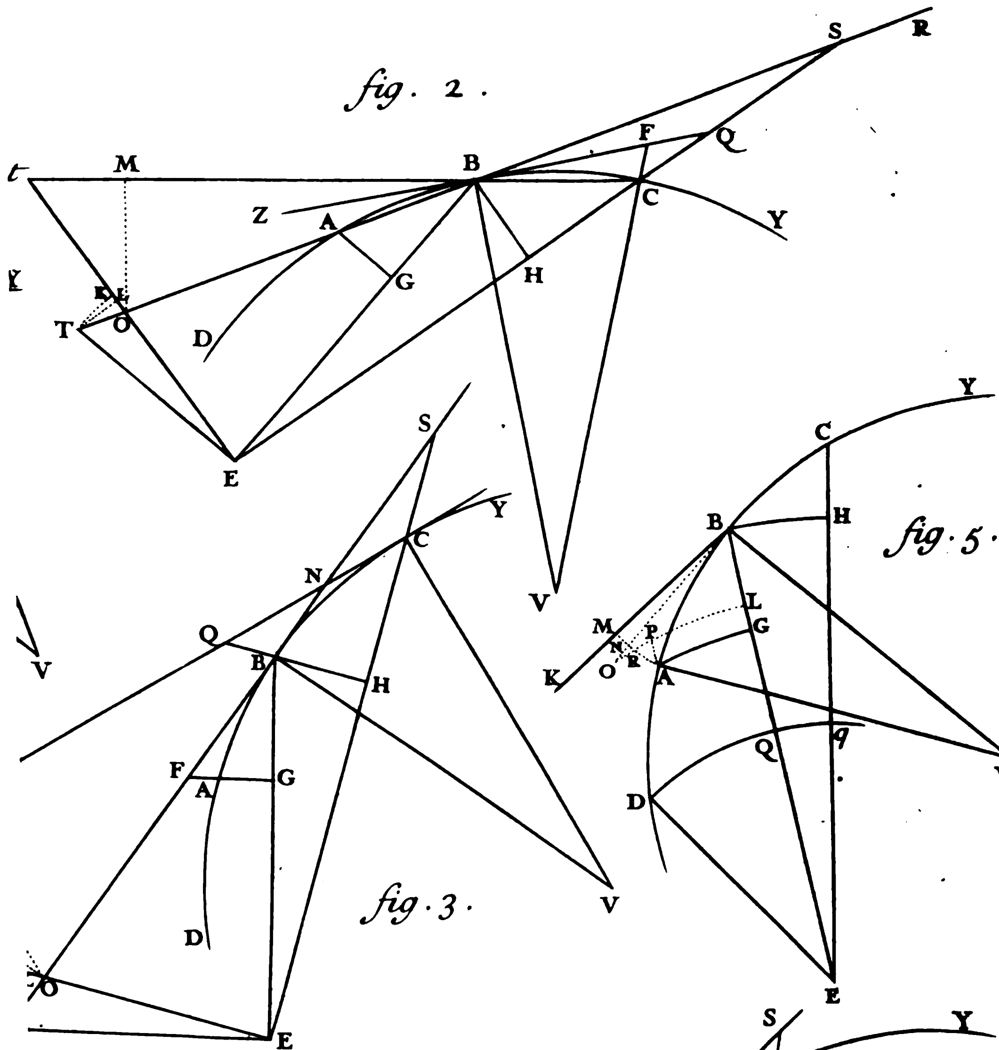
1°. $\frac{BC \times HK}{CH} = \frac{AE \times BC \times BC - BC \times BH \times BV}{AE \times BV}$, d'où résulte $BV = \frac{AE \times BC \times CH}{AE \times HK + BH \times CH}$.

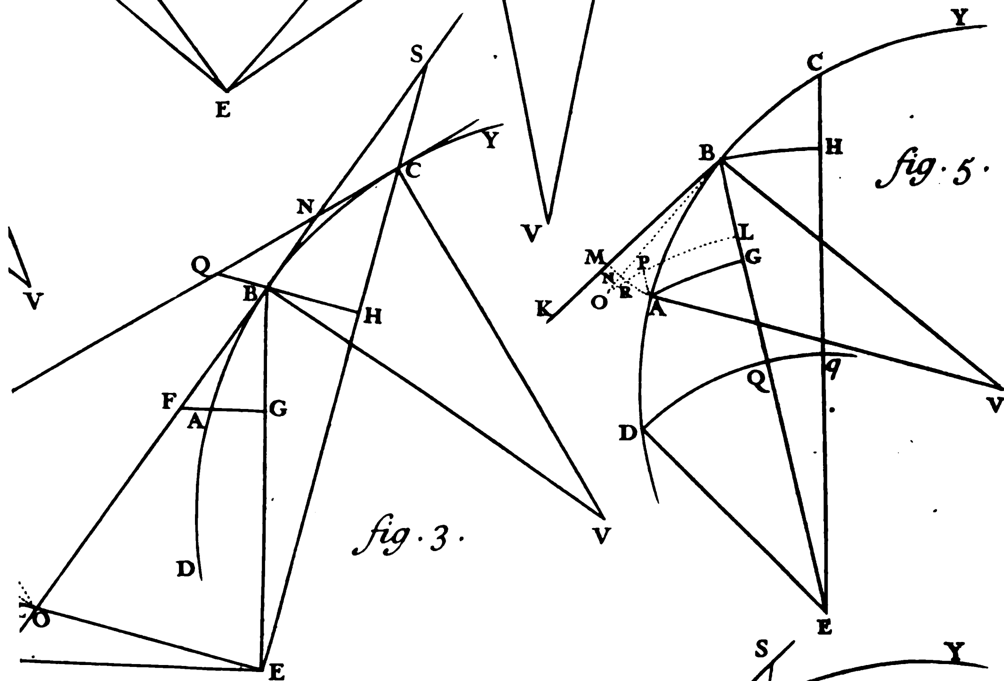
2°. $\frac{BC \times CQ}{BH} = \frac{AE \times BC \times BC - BC \times BH \times BV}{AE \times BV}$, d'où résulte $BV = \frac{AE \times BC \times BH}{AE \times CQ + BH \times BH}$.

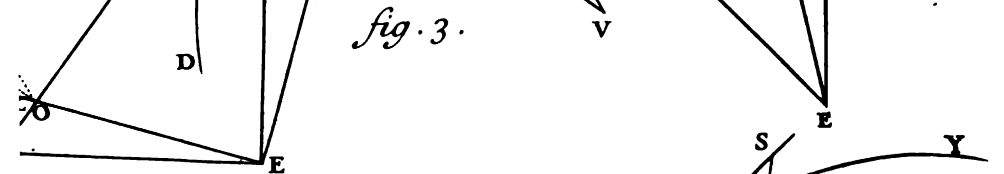
Dans l'hypothèse de BH *constante*,

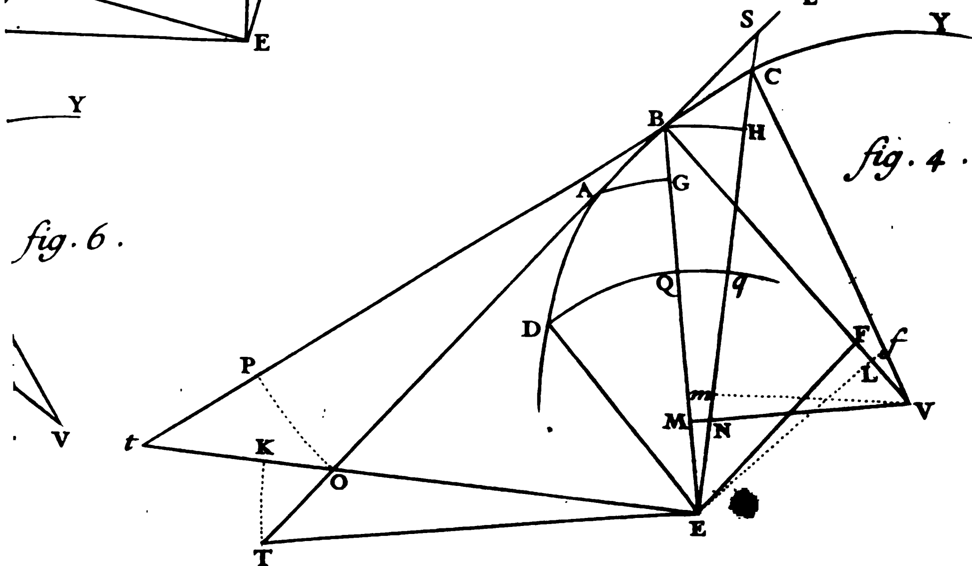
3°. $\frac{BH \times CP}{BC} = \frac{AE \times BC \times BC - BC \times BH \times BV}{AE \times BV}$, d'où résulte $BV = \frac{AE \times BC \times BC \times BC}{AE \times BH \times CP + BH \times BC \times BC}$.

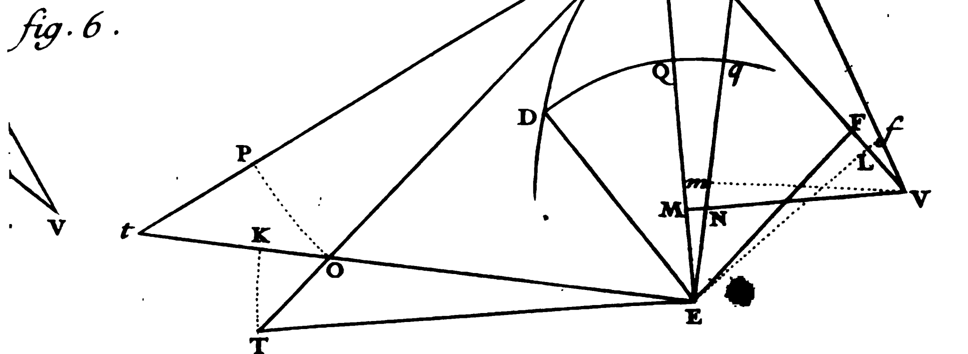
4°. $\frac{BH \times OP}{HC} = \frac{AE \times BC \times BC - BC \times BH \times BV}{AE \times BV}$, d'où résulte $BV = \frac{AE \times BC \times BC \times HC}{AE \times BH \times OP + BH \times BC \times HC}$.


fig. 2.
S R F Q t M B Z A C Y G H K L T O D E V
fig. 3.
S Y C N Q B H F A G D O E V
fig. 5.
Y C B H L M P G N R O K A Q q D V E






fig. 4.
S Y C B H A G Q q D F f L m M N V P t K O E T
fig. 6.
Y V



BH, dx; & AB ou BC, ds: Ce qui en prenant l'origine de tout cela du côté de D, donneroit $QC = -ddy$, $HK = ddx$, dans le cas de BC (ds) constante; $OP = -ddy$, $OP = -dds$, dans le cas de BH (dx) constante; & $LH = ddx$, $MO = dds$, dans le cas de CH (dy) constante: Et la substitution de tous ces noms dans les formules des art. 18. & 19. les rendroit toutes en termes analytiques, & les mêmes qu'elles résulteroient des infiniment générales trouvées dans les Solutions des Prob. 1. & 2. cy-dessus, en y supposant successivement ds, dx, dy, constantes, & de plus ensuite y infinie pour le cas des ordonnées paralleles entr'elles. Tout cela est presentement trop clair pour s'y arrêter davantage.

Au reste je crois devoir avertir que la Démonstration de l'art. 6. pag. 293. des Mem. de 1704. est de M. (Jean) Bernoulli.

ANALYSE CHIMIQUE

DE L'EPONGE

DE LA MOYENNE ESPECE.

PAR M. GEOFFROY.

L'Analyse que M[rs] de la Societé Royale de Montpellier ont faite des Plantes nommées *Litophyton*, dont ils ont tiré une quantité assés considerable de sel volatil urineux, m'a fait soupçonner que cette espece de Plante marine ne seroit peut-être pas la seule qui fourniroit du sel volatil urineux. Dans cette pensée j'ay entrepris de travailler sur l'Eponge, qui est la Plante marine que j'ay trouvée le plutôt sous ma main. 1706. 22. Decembre.

Cette Eponge brûlée à la chandelle ou sur les charbons sent la corne ou les cheveux brûlés.

Une livre d'Eponge prise dans un tems humide, aprés avoir été sechée dans une étuve & separée autant qu'il

OBSERVATION ANATOMIQUE.

PAR M. GEOFFROY.

UN homme aprés avoir été attaqué pendant deux ans d'accés de phrenesie tres-violens, mourut d'un abcés au foye. 1706. 22. Decembre.

On trouva à l'ouverture de son corps outre l'abcés du foye qui étoit assés considerable pour contenir les deux points, trente-trois petites pierres dans la vesicule du fiel, dont les unes étoient grosses comme des noyaux de nefle, & les autres à peu prés comme des grains d'orge, toutes de figure irreguliere, legeres, friables, inflammables, & qui ne parurent que de la bile épaissie & grumelée.

Aprés avoir levé le crane avec peine à cause de la forte adherence de la dure-mere, on apperçût cette membrane beaucoup plus épaisse & plus ferme qu'elle ne l'est ordinairement.

Cette partie qu'on nomme la faux à cause de sa figure, étoit ossifiée presque dans toute sa longueur; ou plutôt cette membrane paroissoit revêtuë presque partout de lames osseuses. On pouvoit en quelques endroits les separer aisément de la membrane sans la rompre, en d'autres elles y étoient tellement unies qu'on ne pouvoit les détacher sans la détruire, & en quelques-uns on ne distinguoit point du tout la membrane de la substance osseuse. Ces lames étoient fort inégales & raboteuses, ayant dans quelques endroits deux à trois lignes d'épaisseur.

L'extremité de cette faux osseuse étoit fortement attachée à l'épine ou crête de l'os ethmoïdes, de maniére qu'on ne pût la détacher sans la rompre.

La pie-mere étoit plus épaisse qu'à l'ordinaire, elle avoit presque la même fermeté qu'a coûtume d'avoir la dure-

qu'elles l'augmentent quelquefois à un point qu'elles les rendent trop roides & même tout à fait osseuses : qu'elles épaississent tous les sucs du corps, qu'elles les coagulent quelquefois jusqu'à les convertir en pierre ; & que c'est par là que ces liqueurs engendrent la goutte, la gravelle, la pierre, & qu'elles causent des vapeurs, des affections convulsives, des rhumatismes, des apoplexies, & des paralysies. Une seule experience peut convaincre de cette verité.

Si on verse sur la serosité du sang de l'esprit de vin bien rectifié, cette serosité qui est claire se grumelle aussitôt, & se caille en une masse blanche, qui se durcit peu à peu comme du blanc d'œuf cuit, si on la tient à une legere chaleur de digestion. L'esprit de vin caille la bile de la même maniere. On peut juger delà ce que l'on doit attendre de l'usage immoderé du vin, & encore plus des liqueurs spiritueuses que l'on en tire.

OBSERVATIONS

De l'Eclipse de Lune du 21 Octobre 1706 faites à Marseille & à Bologne.

PAR M. MARALDI.

NOus avons reçû deux Observations de l'Eclipse de Lune du 21 Octobre dernier, dont nous ne pûmes observer rien de précis à l'Observatoire, à cause que la Lune pendant l'Eclipse étoit dans des nuages, qui ne permettoient pas de voir les taches ni le terme de l'ombre que confusément ; de sorte que nous ne pûmes determiner les phases avec assez d'évidence. 1706. 22. Decembre.

Une de ces Observations a été faite à Marseille par le P. Laval & par M. Chazelles dans l'Observatoire des PP. Jesuites. Voici ce qu'ils en ont écrit.

On n'esperoit pas d'observer cette Eclipse, le Ciel ayant

été fort couvert l'aprés-midy du 21 ;
cessé sur les six heures du soir, & le
Sud-Est au Sud-Oüest aux nuages, qu
toûjours Sud-Est, il se fit quelques ou
qui donnerent lieu d'observer les pl
Lunettes dont on s'est servi sont de tr
deux du quart de cercle qui sont exce

A six heures 29′ 30″ la Lune paroi
ges étoit déja éclipsée d'environ deux
pouvoit pas distinguer par quelles tacl

A 6h 46′ 30″ la mer Caspie éloignée
tance de son grand diametre.

A 7h 47′ 30″ la Lune paroissant f
des nuages étoit éclipsée de plus de
ne distinguoit pas assez l'ombre de l
des nuages.

A 8h	2′	0″	Copernic touche l'oml sortir.
	4	26	Aristarchus sur le bord
	6	21	Copernicus tout dehor
	7	0	Petanius sur le bord de
	9	37	Catharina sur le bord d
	13	15	Eratosthene hors de l'o
	15	36	Insula sinus medii hors
	18	21	Langrenus sur le bord d
	20	0	Heraclides hors de l'on
	21	7	Timocaris hors de l'om
	21	46	Harpalus hors de l'oml
	24	21	Helicon sort de l'ombr

Le Ciel étant serein l'ombre paroi
lorsqu'on observoit ces taches ; mais
ayant de nouveau couvert la Lune em
distinguer les taches pendant un temp
furent cause que l'ombre & la penon
fonduës,

A 8^h 37′ 35″ Langrenus entierement ſorti, cette tache a demeuré long-temps ſur le bord de l'ombre.

29 2 Poſſidonius & Teruntius hors de l'ombre.

44 26 La mer Caſpie commence à ſortir.

47 19 Proclus hors de l'ombre.

50 16 La mer Caſpie entierement hors de l'ombre.

52 16 Fin de l'Eclipſe à la Lunete.

Le Ciel étoit ſerein & l'ombre bien tranchée pendant qu'on obſervoit ces dernieres taches. L'Eclipſe a fini entre la mer Caſpie & Meſſala, mais plus prés de Meſſala; l'horloge avoit été reglée par des hauteurs correſpondantes du Soleil, & on connoiſſoit ſon état par une ſuite de hauteurs correſpondantes priſes depuis le commencement du mois de Septembre.

L'autre Obſervation a été faite à Bologne dans l'Obſervatoire de M. le Comte Marſigli par Mrs Manfridi & Stancari. Ils obſerverent cette Eclipſe par deux Lunetes de huit pieds, dont une ſervoit à marquer l'arrivée de l'ombre aux taches de la Lune, l'autre à marquer la grandeur de l'Eclipſe en meſurant par un Micrometre la partie de la Lune qui reſtoit claire & ſon diametre apparent.

Ils ne purent pas obſerver le commencement de l'Eclipſe à cauſe des nuages.

A 7^h 36′ la Lune commence de paroître entre les nuages quand ſa partie éclipſée étoit déja aſſez grande.

Voici le détail de ce qu'ils obſerverent comme nous l'avons reçû.

7^h 43′ *Deficiebat paulo plus quàm dimidia.*

7 52 50 *Umbra per Grimaldum, cujus adhuc notabilis pars latet.*

7 56 10 *Pars illuminata in minutis & ſecundis circuli maximi, 11′ 30″.*

9^h	4′	45″	*Possidonii medium emergit.*	
9	6	35	*Incipit mare Crisium.*	
9	6	30	*Pars Lunæ illuminata.*	28′ 23″.
9	6	40	*Proclus exit.*	
9	10	20	*Medium maris Crisium.*	
9	10	45	*Pars Lunæ illuminata.*	30 25.
9	13	25	*Hermes totus emergit.*	
9	14	30	*Totum mare Crisium.*	
9	17	55	*Finis uno tubo.*	
9	18	20	*Finis altero tubo.*	
8	30	0	*Diameter Lunæ fuit.*	33 42.
9	18	20	*Diameter fuit.*	33 50.

REFLEXIONS.

La fin de l'Eclipse fut observée à Marseille à $8^h\ 52'\ 16''$. Si on ôte de cette Observation 12 minutes pour la difference des meridiens, on aura la fin de l'Eclipse à Paris à $8^h\ 40'\ 16''$ à peu de secondes prés de celle qui est marquée dans la Connoissance des Temps.

La fin de l'Eclipse à Bologne a été observée par une Lunete à $9^h\ 17'\ 55''$, & par l'autre à $9^h\ 18'\ 20''$. Ayant supposé la difference des meridiens de $36'$ comme on l'a déterminée, on aura la fin de l'Eclipse à Paris à $8^h\ 41'\ 25''$, & à $8^h\ 45'\ 50''$ par l'autre; ce qui est à une demie minute prés de celle qui est marquée dans la Connoissance des Temps.

La plus grande phase de l'Eclipse observée arriva à $8^h\ 2'\ 30''$, quand la partie claire de la Lune étoit de $11'\ 23''$; & une demie-heure aprés le diametre apparent de la Lune fut observé de $23'\ 41''$, qui devoit être plus grand de quelques secondes qu'au temps de cette phase. Negligeant cette petite difference qui ne peut pas être sensible dans la détermination des doits éclipsez, la partie éclairée de la Lune étoit de 4 doits 3′ de doit, & par consequent la partie éclipsée étoit alors de 8 doits moins 3 minutes de doit. Cette grandeur de l'Eclipse s'accorde assez

bien à celle qui fut estimée à Marseille vers la même heure. La plus grande phase observée à Bologne a été 4 minutes aprés le milieu déterminé par la Connoissance des Temps. Par les Observations de Bologne la grandeur de l'Eclipse a été d'un demi doit plus grande que par la Connoissance des Temps, & par l'Observation de Marseille un peu plus d'un demi doit.

EXPLICATION DES FIGURES du Monstre dont il est parlé à la page 418, & aux suivantes.

LA premiere Figure represente ces Enfans couchez sur le dos.

AA. La partie du bas ventre commune aux deux Enfans.

B. Le nombril.

CC. Une espece de coûture legere, par laquelle ces Jumeaux paroissoient joints ensemble.

La seconde Figure represente une partie de ces Jumeaux vûs par derriere.

AA. Les deux verges qui naissent de l'endroit où devroit être l'Anus de chaque Enfant.

BBBB. Deux replis de peau qui representent de chaque côté un Scrotum vuide & applati.

La troisiéme Figure represente une partie de ces Enfans couchez l'un sur l'autre, pour faire voir la situation naturelle des Verges, qui au lieu d'être suspenduës en devant à l'ordinaire, aprés avoir pris leur naissance des os pubis qui sont dans ces Enfans placez sur les côtez, viennent s'attacher au ligament qui separe les deux bassins, & qui les suspend en arriere.

A. La Verge de l'Enfant qui est dessous dans sa situation naturelle.

BB. Son Scrotum.

C. La Verge de l'Enfant de deſſus, qu'on a relevée avec ſon Scrotum, pour mieux faire voir celle de l'Enfant qui eſt deſſous.

La quatriéme Figure repreſente les os des Baſſins de ces Jumeaux (qui n'en compoſent qu'un) vûs de côté un peu en deſſus.

AAAA. Les os des Iles.

BBBB. Les os Iſchions.

CCCC. Les Pubis.

DD. Les os Sacrum.

EE. Les Coccyx.

FF. Les ligaments qui joignent les os pubis d'un des Enfans avec ceux de l'autre.

La cinquiéme Figure repreſente les mêmes os vûs de front & un peu en deſſus.

AAAA. Les os des Iles.

BBBB. Les os Iſchions.

CCCC Les os Pubis.

DD. Les os Sacrum.

EE. Les Coccyx.

FF. Les ligaments qui joignoient les os Pubis d'un des Enfans avec ceux de l'autre.

GG. Le ligament en forme de cintre renverſé qui ſeparoit les deux baſſins.

H. Ligne ponctuée qui marque l'endroit où étoit la coûture du bas ventre qui faiſoit auſſi un cintre, mais dans un ſens oppoſé.

La ſixiéme Figure repreſente les muſcles du bas ventre découverts.

AAAA. Les Muſcles droits.

BBBB. L'endroit où ils commencent à ſe détourner.

CCCC. Leur inſertion dans les os Pubis.

D. Le nombril au milieu de l'eſpace qui eſt entre ces Muſcles.

E. Les fibres tendineuſes, dont la peau étoit fortifiée à l'endroit de la coûture.

La ſeptiéme Figure repreſente les inteſtins comme ils

GH. Une partie de cet intestin qui va sous les intesti
grêles de l'un & de l'autre de ces Jumeaux.

I. La Vessie.

LLL. Les trois Arteres ombilicales.

M. L'Ouraque.

NN. Les deux Veines ombilicales.

O. Le Cordon.

La huitiéme Figure represente les gros intestins &
Vessie.

AA. L'extrémité de l'Ileon de chaque Enfant.

B. Le gros intestin commun aux deux Enfans, dans
quel les deux Ileons s'ouvrent, & qui est garni de feüill
en dedans.

C. Le Cœcum de cet intestin.

D. Son appendice vermiforme.

EF. Deux replis de cet intestin.

G. L'endroit où cet intestin s'ouvre dans un autre i
testin qui n'a point de feüillets.

H. Le premier Cœcum de cet intestin, dont le seco
ne paroît pas, & sera represente cy-aprés.

I. L'appendice vermiforme de ce Cœcum.

L. Le premier replis de cet intestin passant sous les
testins grêles de l'un des Jumeaux.

M. Le second replis passant sous les intestins grêles
l'autre Jumeau,

N. La portion de cet intestin qui paroît une espece
Rectum.

P. La Vessie.

QQQQ. Les Vaisseaux du cordon.

RRR. Est la membrane parsemée de Vaisseaux, qui est un prolongement du Mezentere de l'un des Enfans, & qui est attachée à l'un des côtez de l'intestin commun.

SSS. Est une membrane semblable appartenant à l'autre Jumeau, & qui sert pareillement de Mezocolon.

TTTT. La Veine mezenterique superieure.

VVVV. La Veine mezenterique inferieure.

On n'a point fait representer les Arteres pour ne pas trop charger la Figure.

La Figure neuviéme represente une portion des gros intestins.

A. Est l'extrémité du premier gros intestin qui est commun.

B. Son insertion dans un autre gros intestin.

CC. Les deux Cœcums.

DD. Leurs Appendices.

E. Le corps de cet intestin.

La Figure dixiéme represente la Vessie, les Reins, les Ureteres, les Testicules, & leurs Vaisseaux.

A. La Vessie double ou jumelle.

B. L'embouchure du gros intestin dans cette Vessie.

CCCC. Sont les reins de chaque Jumeau.

DDDD. Les Arteres & Veines émulgentes coupées.

EEEE. Les quatre Ureteres de ces deux Jumeaux.

FFFF. Leurs insertions dans les deux côtez de cette Vessie jumelle.

GG. Deux des Testicules, dont l'un appartenoit à l'un des Jumeaux, & l'autre à l'autre, & qui étoient enfermez dans la region de l'aîne.

HH. Les deux autres Testicules de ces deux Enfans qui étoient à nud dans la cavité du ventre.

IIII. Les Vaisseaux déferents de ces quatre Testicules, dont chaque paire vient s'ouvrir dans un des côtez de la Vessie particuliere à chaque Enfant.

LLLL. Les Vessicules seminales.

La Figure onziéme represente la Vessie ouverte par l'un des côtez.

A. Un des côtez de la Vessie dans son état naturel.

BB. Les Ureteres.

CC. Les Vaisseaux déferents.

DD. Les Vessicules seminales.

E. La naissance de l'Urethre.

F. La Vessie ouverte de l'autre côté.

GG. Les ouvertures des Ureteres dans l'un des côtez de la vessie.

HH. Les ouvertures des Canaux déferents.

I. L'embouchure de l'Urethre.

Dans toutes les Figures précédentes les parties sont representées de telle maniere que le bas de la Vessie est en haut; mais dans les Figures suivantes les parties sont dans un autre point de vûë, & representées de maniere que la Vessie s'y trouve dans sa situation naturelle.

La douziéme Figure represente les deux *plans* des Fibres charnuës d'un des côtez de la Vessie, dont une partie des longitudinales tire son origine du ligament qui separe les deux bassins, & qui sont marquées *AA*.

La treiziéme Figure est encore celle de la Vessie; elle fait voir l'insertion de l'intestin commun dans la Vessie jumelle avec une espece de sac aveugle, & la naissance & le progrés des Urethres.

A. L'embouchure de l'intestin commun dans la Vessie.

B. Le sac aveugle.

CC. L'origine de chaque Urethre.

DD. L'endroit où elle se recourbe sous le ligament qui separe les deux bassins.

EE. Leurs extrémités.

Les autres parties ont été expliquées dans les Figures précédentes.

La quatorziéme Figure represente les Muscles particuliers de l'Urethre de ces Enfans.

A. L'Urethre vûë par sa partie anterieure.

BB. Lignes ponctuées qui representent les trous ovalaires

laires des os innominez d'un des Jumeaux.

CC. La premiere paire de ces Muſcles qui s'implantent dans la partie de l'Urethre qui regarde le Coccyx.

DD. La ſeconde paire de ces Muſcles qui s'implante à la partie anterieure de l'Urethre.

La quinziéme Figure repreſente la Veſſie avec les vaiſſeaux du cordon.

AA. La double Veſſie.

BC. Les deux Arteres ombilicales de l'un de ces Jumeaux, dont celle qui eſt marquée *B* eſt dans ſa ſituation ordinaire, au lieu que celle qui eſt marquée *C* paſſe par deſſous la veſſie pour ſe rendre au cordon.

D. L'Artere ombilicale de l'autre Jumeau qui n'en a qu'une, & qui toute ſeule eſt auſſi groſſe que les deux autres enſemble.

E. L'Ouraque.

FF. Les deux Veines ombilicales.

G. Le Nombril.

La ſeiziéme Figure repreſente ces Enfans comme on peut préſumer qu'ils étoient dans la matrice, & la Figure dix-ſeptiéme les repreſente dans la ſituation qui leur auroit été la plus commode aprés leur naiſſance. On s'eſt contenté de repreſenter ſeulement par un trait ces deux Figures.

FIN.

Fig. 1.

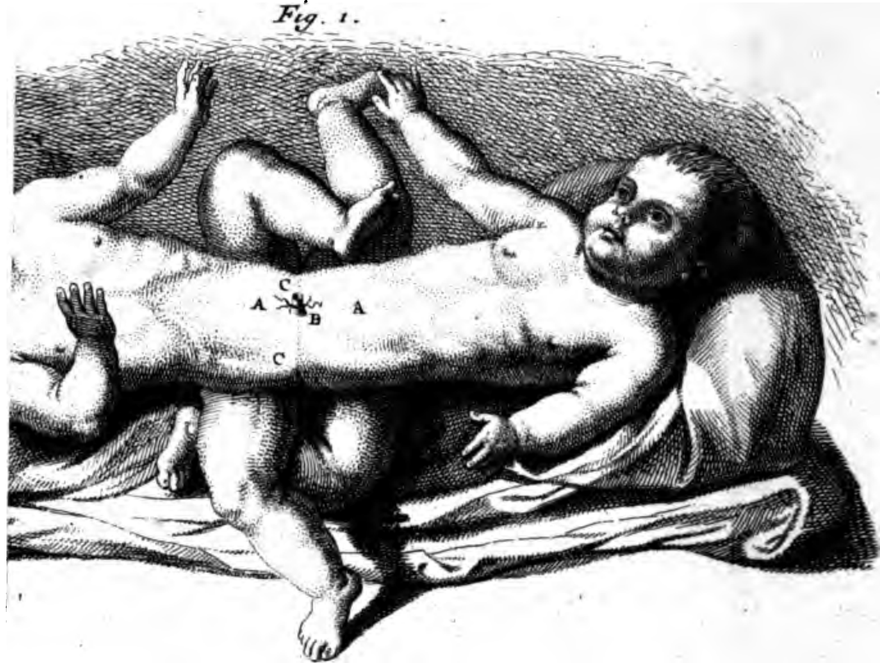


Fig. 2.

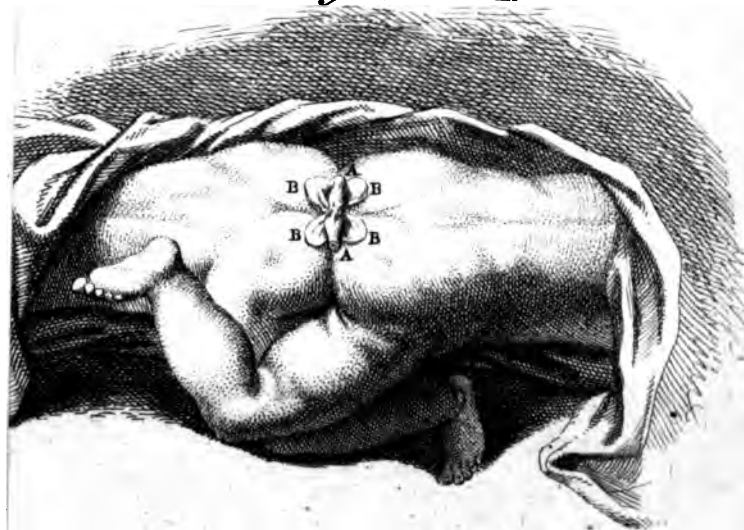
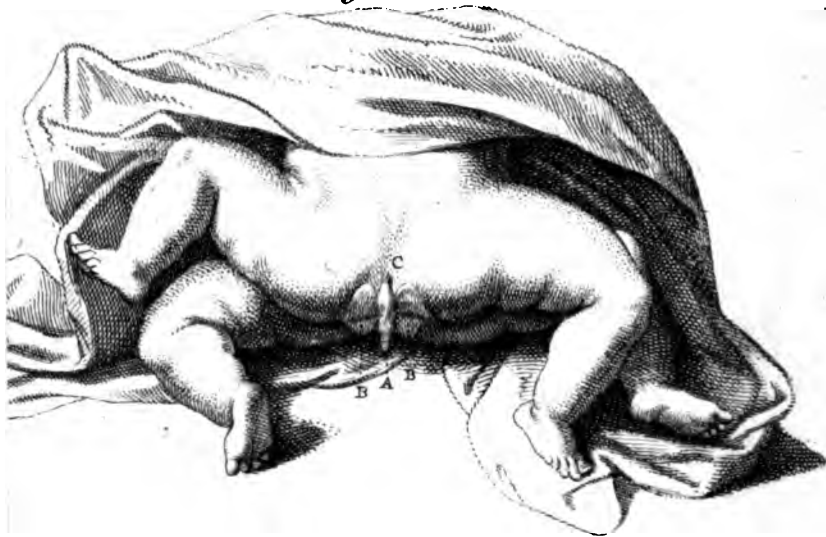
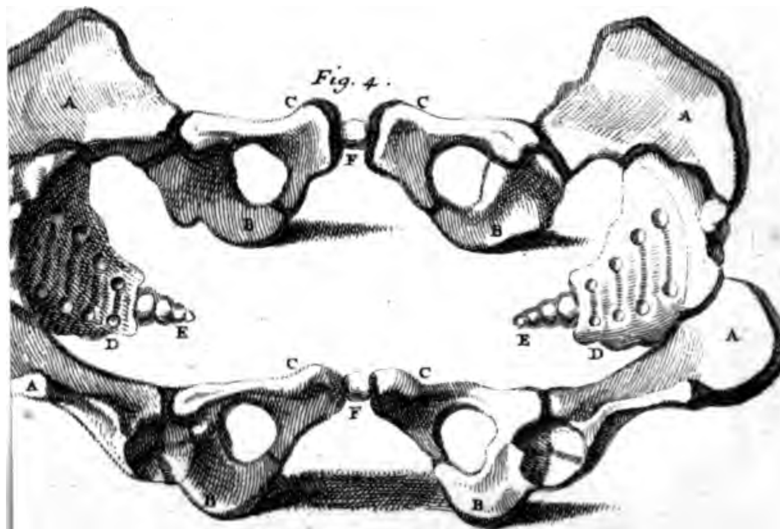
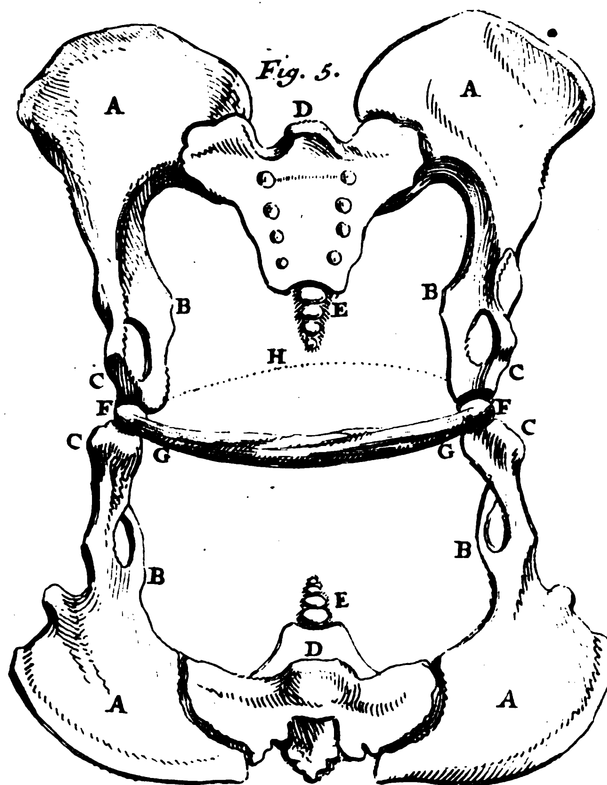


Fig. 3.





Fils


Fig. 5.
A
A
D
B
E
B
H
C
C
F
F
C
C
G
G
B
B
E
D
A
A

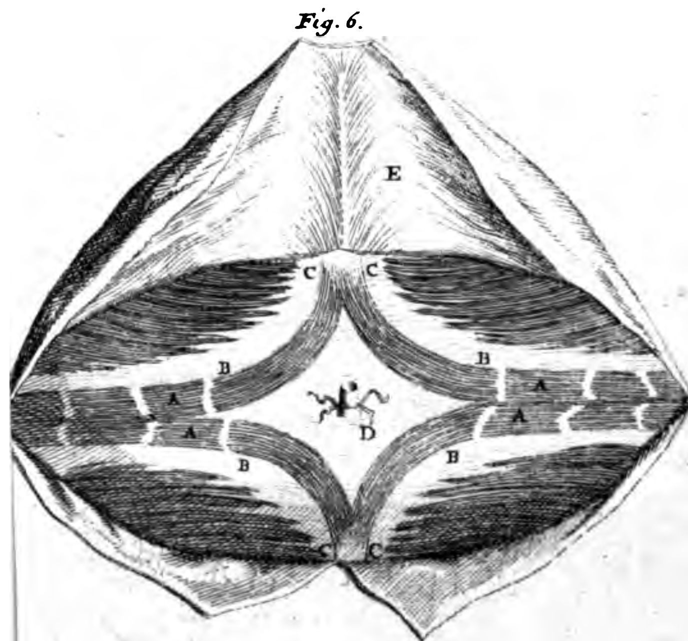

Fig. 6.
E
C
C
B
B
A
A
A
A
D
B
B
C
C



Fig. 7.



u Fils



Fig. 1.

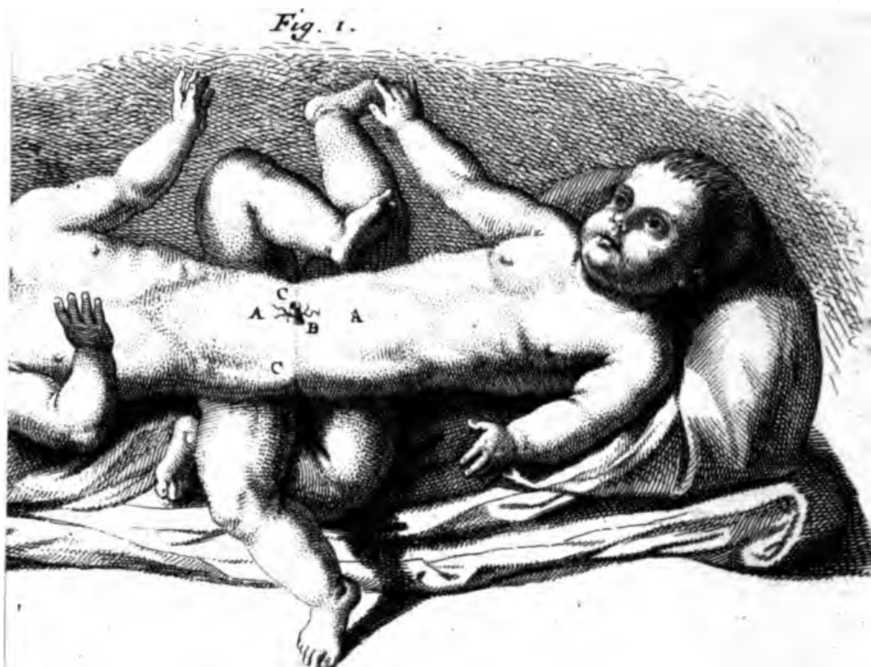


Fig. 2.

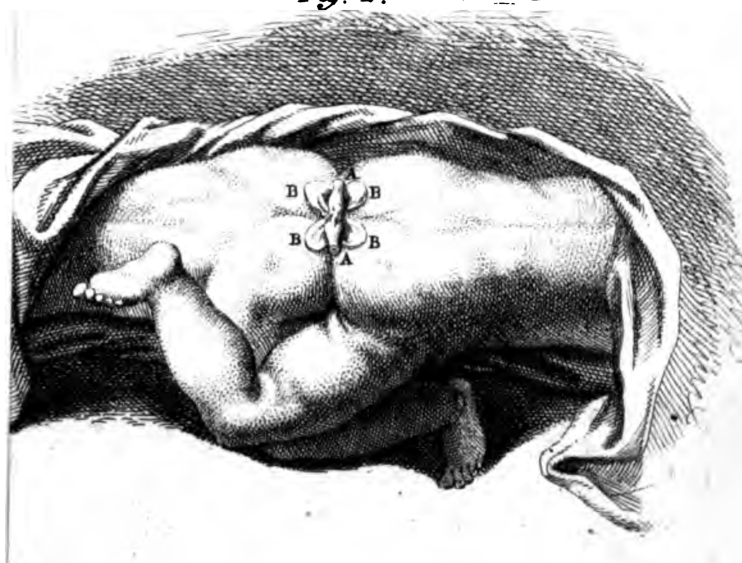
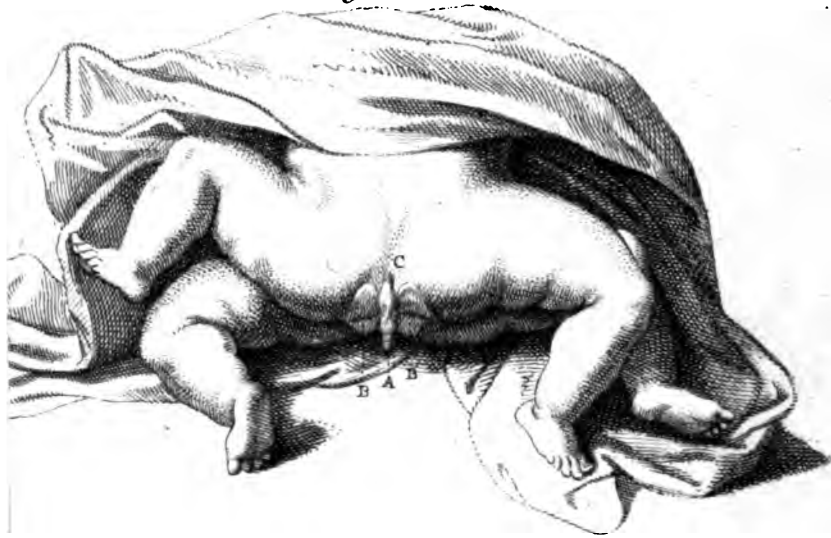
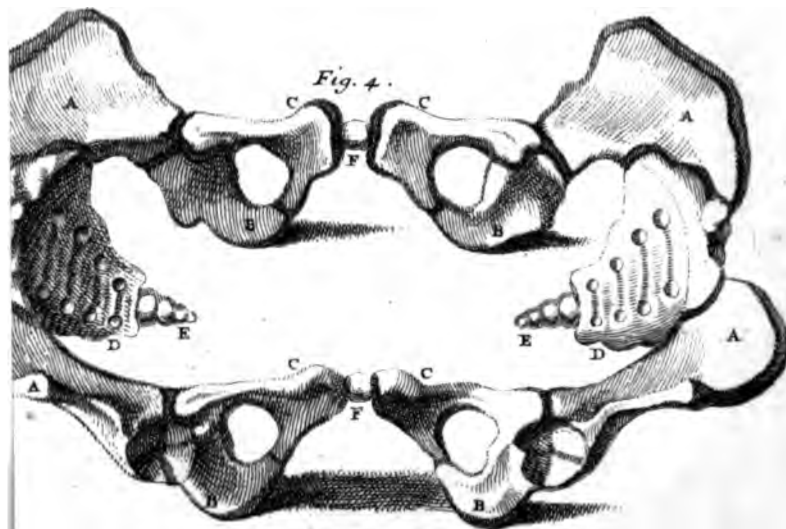


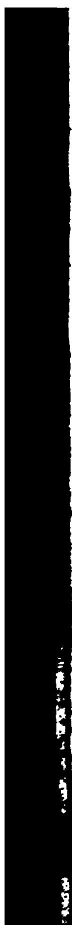


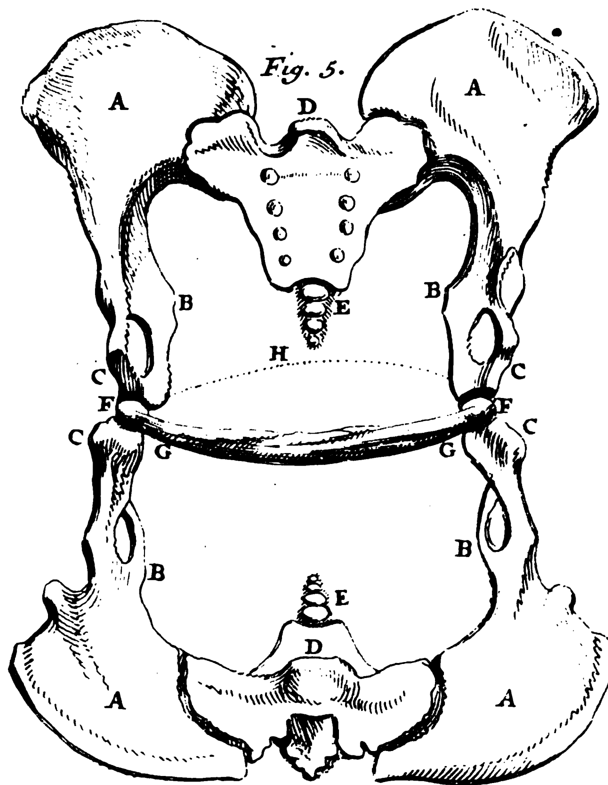
Fig. 3.

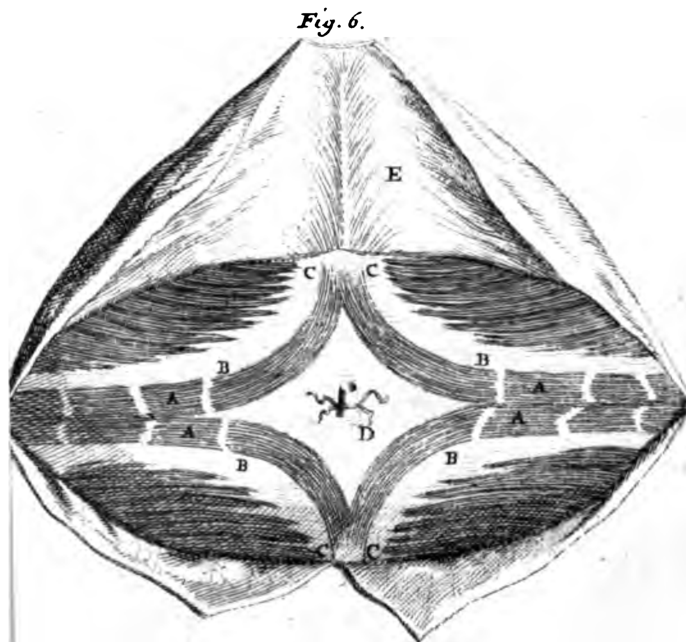




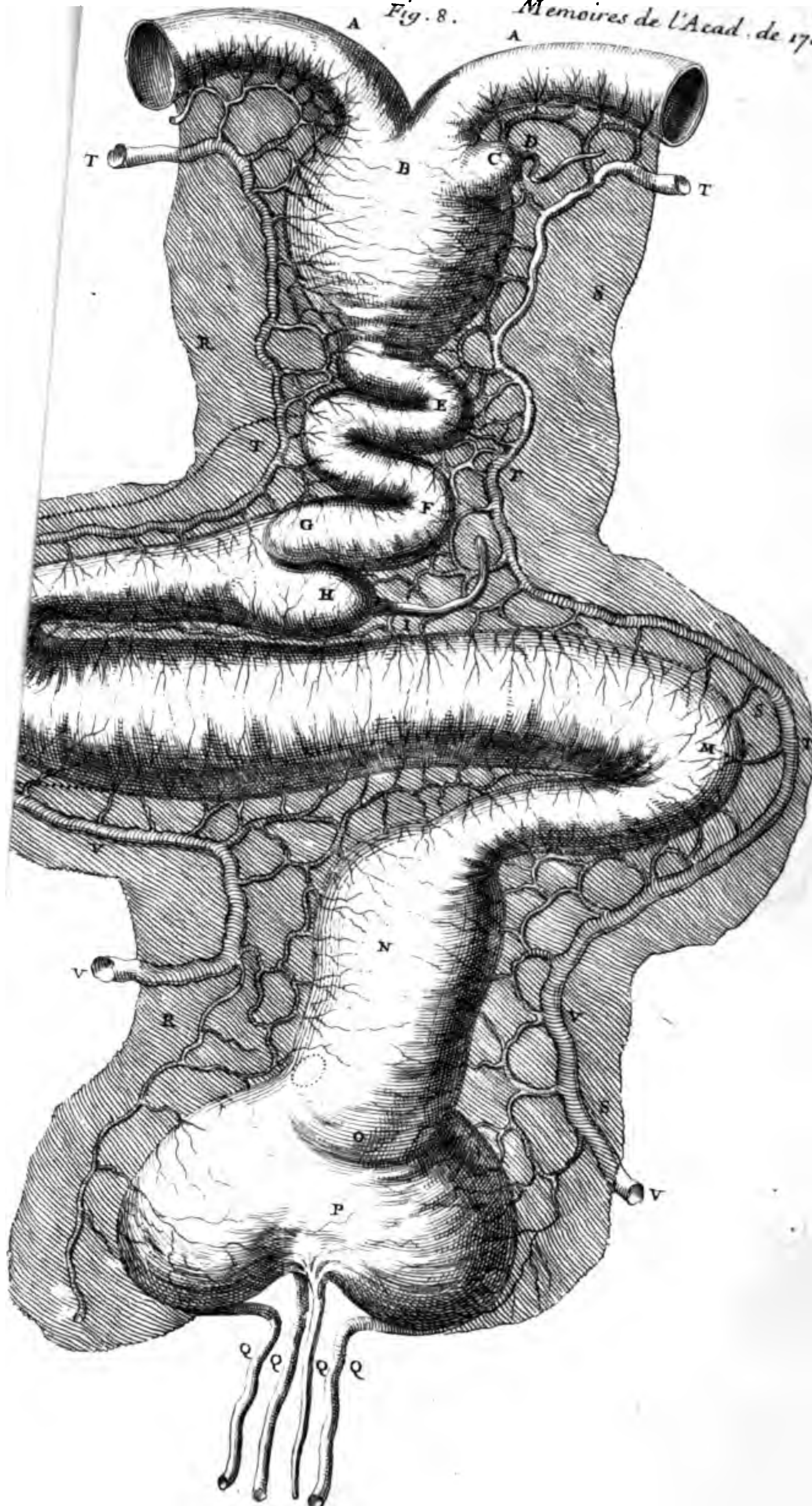
Fils




Fig. 5.
A
A
D
B
B
E
H
C
C
F
F
C
C
G
G
B
B
E
D
A
A


Fig. 6.
E
C
C
B
B
A
A
A
A
D
B
B
C
C




Fig. 8.
Memoires de l'Acad. de 1706. Pl. 5
A
A
B
C
D
T
T
R
S
E
F
G
H
I
M
N
O
P
Q
Q
Q
Q
V
V
R
S







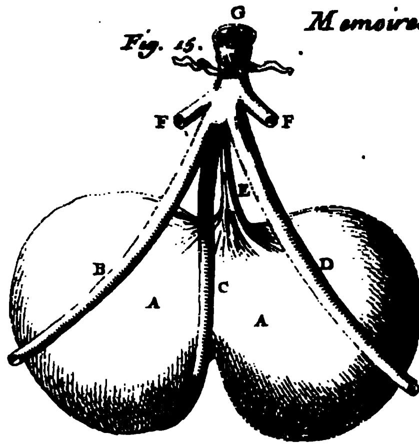


Fig. 15.

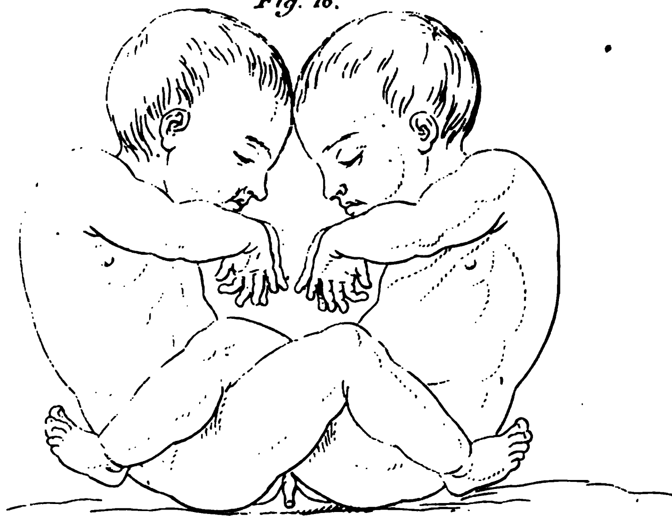


Fig. 16.

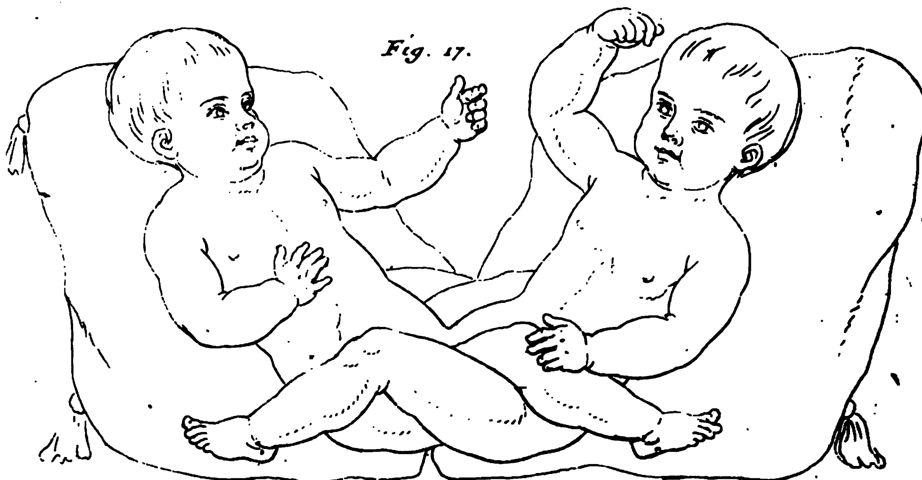


Fig. 17.

nneau Fils







